

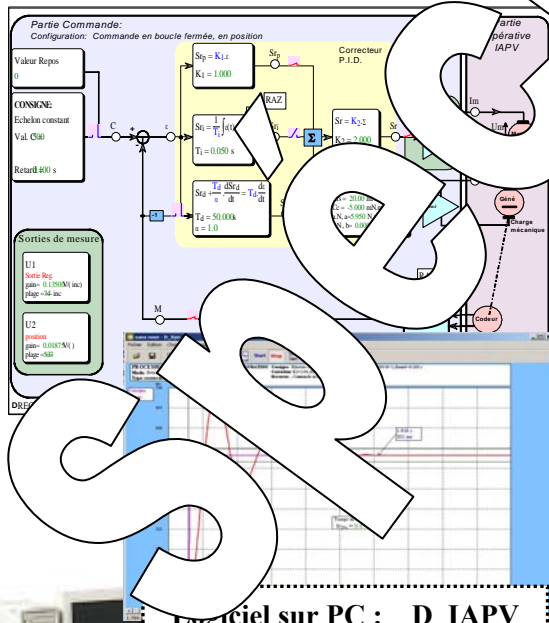
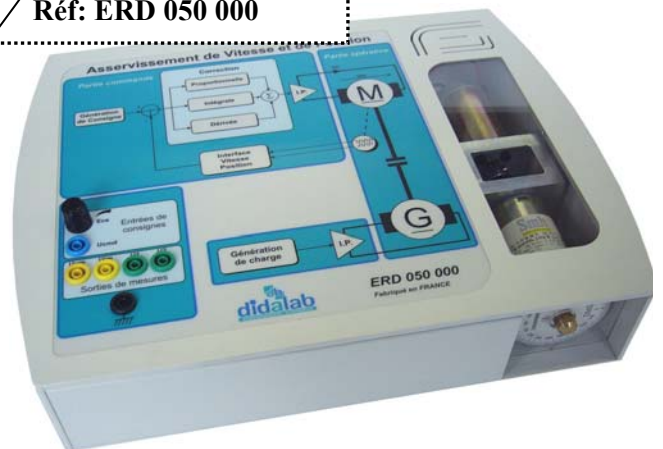
# Manuel de Travaux pratiques de niveau 2

→ sur système IAPV

Introduction aux Asservissements de vitesse et de Position

- Compte-rendus -

Atelier électromécanique  
Réf: ERD 050 000



Logiciel sur PC : D\_IAPV  
Réf : ERD 050 100



## Manuels de Travaux pratiques sujets et Compte-rendus

De niveau 1 (Bac)

ERD 050 030 Manuel Sujets (5 sujets 30 pages)  
ERD 050 020 Manuel Compte-rendus (32 pages)

De niveau 2 (STS; IUT; Ingénieur)

ERD 050 050 Manuel Sujets (10 sujets 66 pages)  
**ERD 050 040 Manuel Compte-rendus (94 pages)**

De niveau 3 (Domaine numérique échantillonné)

ERD 050 070 Manuel Sujets (6 sujets 50 pages)  
ERD 050 060 Manuel Compte-rendus (78 pages)

Spécimen

**SOMMAIRE:**

Référence	Titre	Page
TP2-1_CP	Capteurs de Position	5
TP2-2_CVA	Capteurs de Vitesse et Accélération	9
TP2-3_BO1	Identification en Boucle Ouverte (Moteur alimenté en courant)	13
TP2-4_BO2	Identification en Boucle Fermée n°2 (Moteur alimenté en tension)	27
TP2-5_RVP	Régulation de Vitesse avec correction Proportionnelle	41
TP2-6_RVPI	Régulation de Vitesse avec correction Proportionnelle + Intégrale	49
TP2-7_RPPc	Régulation de Position avec correction Proportionnelle et interface de puissance en courant	57
TP2-8_RPPDc	Régulation de Position avec correction Proportionnelle + Dérivée et interface de puissance en courant	67
TP2-9_RPPt	Régulation de Position avec correction PD et interface de puissance en tension	77
TP2-10_RPPr	Régulation de Position avec correction Proportionnelle et charge mécanique non linéaire (avec frottement sec non compensé)	87

Page laissée volontairement vierge

Spécimen

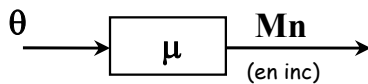
# CAPTAGE DES DEPLACEMENTS ANGULAIRES

## Capteurs de Position (CP)

### 1. REPONSE AUX PREDETERMINATIONS

**Valeurs des coefficients de transfert:**

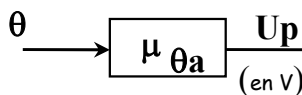
→ Capteur à sortie numérique



Avec dans le cas du système "IAPV" (ERD050)  $\delta = 1$  et  $nf = 100$

→ Capteur à sortie analogique

Dans ce cas le coefficient de transfert du capteur analogique devient:



Sur le système IAPV (ERD050) le coefficient  $k_{cna}$  vaut:

$$k_{cna} = 135 \text{ V/inc}$$

$\mu$	$\theta$ en	degrés	radians
Expression théorique	$\frac{\delta \cdot nf}{2}$	$\frac{nf}{2}$	$\frac{\delta \cdot nf}{2 \cdot \pi}$
Valeur	<b>0,278</b>	<b>15,92</b>	
Unités	tr	inc/°	inc/rad

$\mu_{\theta a}$	degrés	radians
Expression théorique	$\frac{\delta \cdot nf \cdot k_{cna}}{2^{CDMP}}$	$\frac{\delta \cdot nf \cdot k_{cna}}{2^{CDMP} \cdot 2 \cdot \pi}$
Valeur	<b>0,360</b>	
Unités	V/°	V/rad
Valeur pour CDMP=0	<b>13,5</b>	<b>2,15</b>
Valeur pour CDMP=1	<b>6,75</b>	<b>1,075</b>
Valeur pour CDMP=2	<b>3,375</b>	<b>0,537</b>

**Valeurs des erreurs de quantification:**

Quel que soit le capteur, le résultat de mesure est déduit d'un comptage de transitions. Ce résultat de comptage est donc un entier. L'erreur de quantification numérique vaut donc 1 inc.

→ Expression de l'erreur de quantification:

$$\epsilon_q = 1/nf$$

$\epsilon_q$	Unités	tours	degrés	radians
Expression théorique		$\frac{1}{\delta \cdot nf}$	$\frac{360}{\delta \cdot nf}$	$\frac{2 \cdot \pi}{\delta \cdot nf}$
Valeur		<b>0,01</b>	<b>3,6</b>	<b>0,0628</b>

**Valeurs des limites de la plage utile:**

Dans le cas du capteur analogique, la sortie en tension est limitée à la plage  $\pm 10V$ . Cette limitation va imposer une limitation de la plage utile du capteur  $\Delta\theta = \pm 10 / \mu_{\theta a}$

$\Delta\theta$	Unités	tours	degrés	radians
Expression théorique		$\frac{\pm 10 \cdot 2^{CDMP}}{\delta \cdot nf \cdot k_{cna}}$	$\frac{\pm 10 \cdot 360 \cdot 2^{CDMP}}{\delta \cdot nf \cdot k_{cna}}$	$\frac{\pm 10 \cdot 2^{CDMP+1} \cdot \pi}{\delta \cdot nf \cdot k_{cna}}$
Valeur pour CDMP=0		<b>±0,74</b>	<b>±266,4</b>	<b>4,65</b>
Valeur pour CDMP=1		<b>±1,48</b>	<b>±532,8</b>	<b>±9,29</b>
Valeur pour CDMP=2		<b>±2,96</b>	<b>±1065</b>	<b>±18,59</b>

☞ Si on désire suivre un déplacement angulaire de  $\pm 180^\circ$  à l'aide du capteur à sortie analogique, il faudra donner au paramètre CDMP la valeur à (d'après tableau ci-dessus). La valeur du gain du capteur à sortie analogique sera donc égal à  $0,0376 \text{ V}/^\circ$  et la tension obtenue en fin de déplacement sera égale à  $0,0376 \cdot 180 = 6,768 \text{ V}$ .

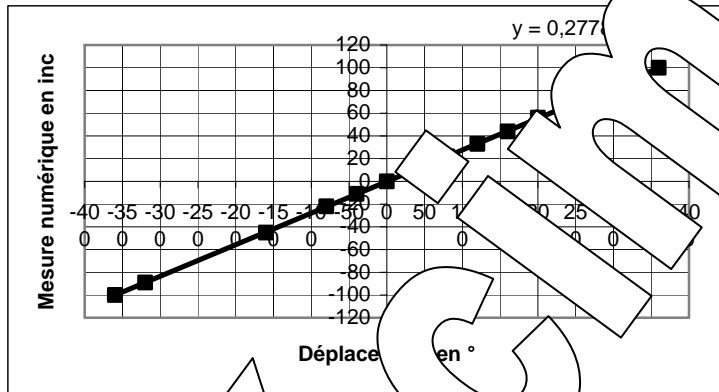
## 2. RESULTATS D'EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

☞ **Caractéristique transfert statique du capteur à sortie numérique :  $Mn = f(\theta)$**

Tableau de mesure avec  $\theta$  en  $^\circ$  et Mn en inc:

$\theta$	-360	-320	-160	-80	-40	0	40	80	120	160	200	240	280	320	360
Mn	-100	-89	-45	-22	-11	0	11	22	34	47	61	77	89	100	

☞ **Courbe  $Mn = f(\theta)$  (caractéristique de transfert) du capteur à sortie numérique**



**Coefficient de transfert statique:**

Ce n'est autre que le coefficient directeur de la droite "courbe de tendance" donnée par le traceur "Excel"

$$\mu = \frac{Mn}{\theta} = 0,2778 \text{ inc}/^\circ$$

Ce qui correspond bien à la valeur prédéterminée

☞ **Caractéristique transfert statique du capteur à sortie analogique  $Up = f(\theta)$  pour des valeurs du paramètre CDMP égal à 1 et 2.**

→ Pour CDMP = 1

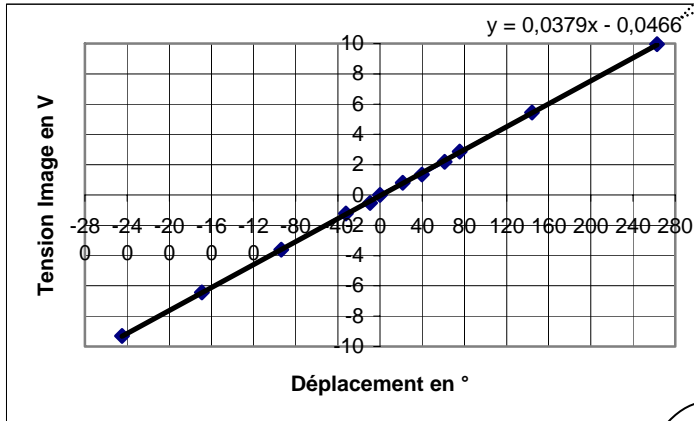
$\theta$ $^\circ$	-216	-162	-108	-54	0	54	108	162	216	270	324	378	432	486	540
Up	-9,36	-4,44	-1,22	-1,92	0	0,81	1,36	2,2	2,86	5,45	9,96				

→ Pour CDMP = 2

$\theta$ $^\circ$	-1018	-608	-385	-349	-162	0	104	364	511	666	846	1033
Up	-9,72	-5,89	-3,71	-3,44	-1,65	0	0,956	3,4	4,78	6,28	7,9	9,69

**Courbes  $U_p = f(\theta)$  (caractéristiques de transfert statique) pour chacune des valeurs du paramètre CDMP et coefficients de transfert**

Pour CDMP = 0



Equation courbe de tendance

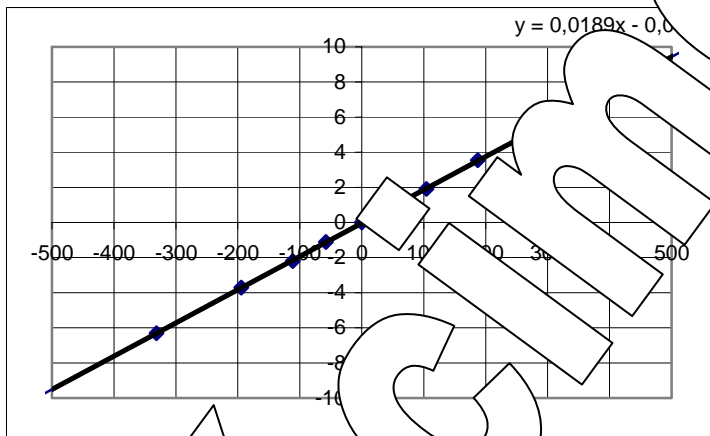
Coefficient de transfert statique.

Ce n'est autre que le coefficient directeur de la droite "courbe de tendance" donnée par le traceur "Excel"

$$\mu_{\theta a} = \frac{U_p}{\theta} = 0,0379 \text{ V}/^\circ$$

qui correspond bien à la valeur prédéterminée

Pour CDMP = 1



Equation courbe de tendance

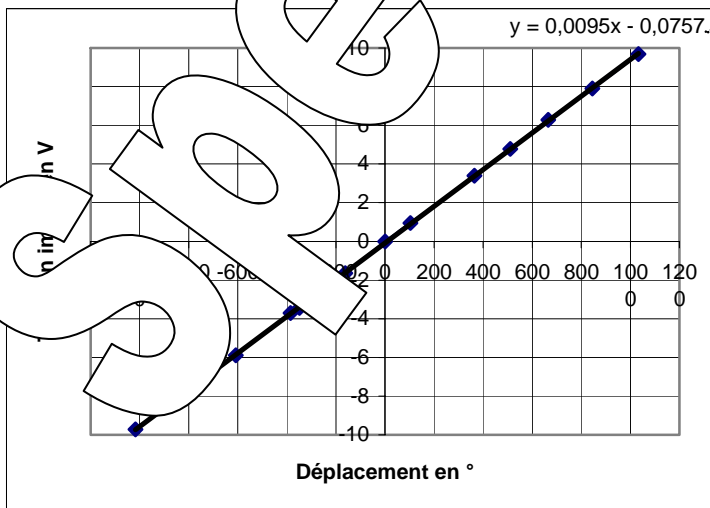
Coefficient de transfert statique.

Ce n'est autre que le coefficient directeur de la droite "courbe de tendance" donnée par le traceur "Excel"

$$\mu_{\theta a} = \frac{U_p}{\theta} = 0,0189 \text{ V}/^\circ$$

Ce qui correspond bien à la valeur prédéterminée

Pour CDMP = 2



Equation courbe de tendance

Coefficient de transfert statique.

Ce n'est autre que le coefficient directeur de la droite "courbe de tendance" donnée par le traceur "Excel"

$$\mu_{\theta a} = \frac{U_p}{\theta} = 0,0095 \text{ V}/^\circ$$

Ce qui correspond bien à la valeur prédéterminée

**Conclusion:**

Augmenter de 1 le coefficient "IAPV3 (ERD050) entraîne une division par 2 du coefficient de transfert du capteur à sortie analogique et une multiplication par deux de la plage utile du capteur.

Page volontairement laissée vierge

Spécimen



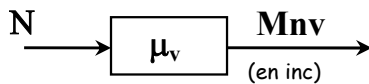
# CAPTAGE DES VITESSES ET DES ACCELERATIONS ANGULAIRES

## Capteurs de Vitesses et d'accélérations (CVA)

### 1. REPONSES AUX PREDETERMINATIONS

☞ Valeurs des coefficients de transfert:

→ Capteur à sortie numérique



Avec dans le cas du système "IAPV" (ERD050)

$\delta = 4$  et  $nf = 500$

Valeurs pour  $Tev = 5$  mS

→ Capteur à sortie analogique

Dans ce cas le coefficient de transfert du capteur analogique devient:

N	en tr/min	tr/s	rad/s
Expression théorique	$60$	$\frac{1}{\delta.n_f.Tev}$	$\frac{\delta.n_f.Tev}{2.\pi}$
Valeur	<b>0,3185</b>	<b>2</b>	<b>0,3185</b>

N	en tr/min	tr/s	rad/s
Expression théorique	$\frac{\delta.n_f.k_{cna}.Tev}{2^{CDMV}.60}$	$\frac{\delta.n_f.k_{cna}.Tev}{2^{CDMV}}$	$\frac{\delta.n_f.k_{cna}.Tev}{2^{CDMV}.2.\pi}$
Valeur	V/(tr/min)	V/(tr/s)	V/(rad/s)
Valeur pour CDMV=0	<b>0,0045</b>	<b>0,27</b>	<b>0,043</b>
Valeur pour CDMV=1	<b>0,00225</b>	<b>0,135</b>	<b>0,015</b>
Valeur pour CDMV=2	<b>0,001125</b>	<b>0,0625</b>	<b>0,01075</b>

Sur le système "IAPV" (ERD050) le

coefficient  $k_{cna}$  vaut

$$k_{cna} = 0,35$$

Valeurs pour  $Tev = 5$  mS

Valeurs des limites de la plage utile:

Quel que soit la grandeur résultat de mesure est déduite d'un comptage de transitions. Ce résultat de comptage est un entier. L'erreur de quantification numérique vaut donc 1 inc.

Expression de l'erreur de quantification:

Unités	tr/min	tr/s	rad/s
Expression théorique	$\frac{60}{\delta.n_f.Tev}$	$\frac{1}{\delta.n_f.Tev}$	$\frac{2.\pi}{\delta.n_f.Tev}$
Valeur	<b>30</b>	<b>0,5</b>	<b>3,14</b>

Valeurs des limites de la plage utile:

Dans le cas du capteur analogique, la sortie en tension est limitée à la plage  $\pm 10V$ . Cette limitation va imposer une limitation de la plage utile du capteur:

$$\Delta N = \pm 10 / \mu_{va}$$

Unités	tr/min	tr/s	rad/s
Expression théorique	$\pm \frac{10.60.2^{CDMV}}{\delta.n_f.Tev.k_{cna}}$	$\pm \frac{10.2^{CDMV}}{\delta.n_f.Tev.k_{cna}}$	$\pm \frac{10.2^{CDMV+1}.\pi}{\delta.n_f.Tev.k_{cna}}$
Valeur pour CDMV=0	<b>±2222</b>	<b>±37,037</b>	<b>±232,59</b>
Valeur pour CDMV=1	<b>±4444</b>	<b>±74,074</b>	<b>±465,19</b>
Valeur pour CDMV=2	<b>±8888</b>	<b>±148,15</b>	<b>±930,37</b>

☞ Si on désire suivre une vitesse angulaire de  $\pm 1000$  tr/min à l'aide du capteur de vitesse à sortie analogique, sachant que l'on garde  $T_{ev} = 5$  mS, le paramètre CDMV devra valoir 0. La valeur du gain du capteur à sortie analogique vaudra donc 0,0045 V/(tr/min) et la tension obtenue pour une vitesse de 1000 tr/min vaudra donc 4,5 V

☞ Pour obtenir une tension  $U_v$  égale à 10 v pour une vitesse de 1000 tr/min soit un gain de 0,01 V/(tr/min).

Si on choisit  $CDMV = 0$ , le gain étant proportionnel à  $T_{ev}$ , il faudra donc choisir  $T_{ev} = 5(0,01/0,004) = 12,5$  mS

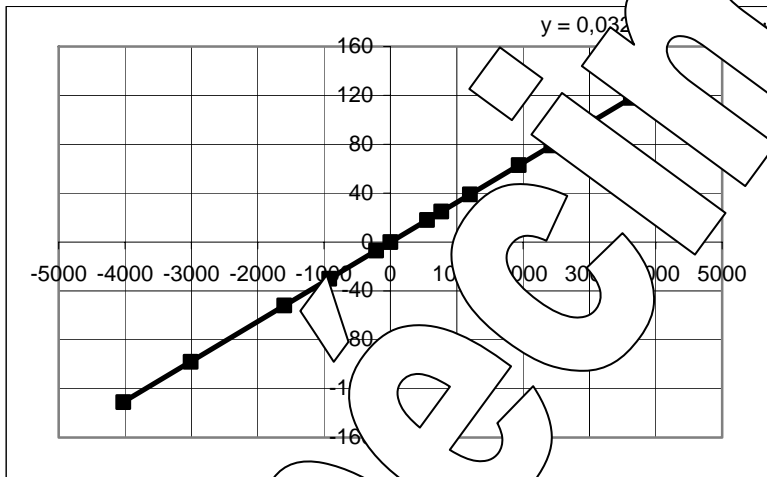
## 2. RESULTATS D'EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

### 2.1 Capteur de vitesse en régime statique

☞ Caractéristique transfert statique du capteur à sortie numérique  $M_{nv} = f(N)$   
Tableau de mesure avec N en tr/min et  $M_{nv}$  en inc:

N	-4025	-3011	-1598	-922	-215	0	553	768	119	935	1427	2980	3625	4055
$M_{nv}$	-131	-98	-52	-30	-7	0	18	25	39	57	97	118	131	

☞ Courbe  $M_{nv} = f(N)$  (caractéristique de transfert statique) du capteur numérique



Equation courbe de tendance

**Coefficient de transfert statique:**

Ce n'est autre que le coefficient directeur de la droite "courbe de tendance" donnée par le traceur "Excel"

$$\mu_v = \frac{M_{nv}}{N} = 0,0325 \text{ inc}/(\text{tr}/\text{min})$$

Ce qui correspond sensiblement à la valeur prédéterminée.

☞ Caractéristique transfert statique du capteur à sortie analogique  $U_v = f(N)$  pour des valeurs du paramètre CDMV = 0. La tension  $U_v$  est en Volt et N en tr/min. Les 1 puis 2.

N	-4025	-3011	-1628	-922	-215	0	553	891	1260	1567	2089
$U_v$	-9,52	-6,78	-3,64	-2,08	-0,55	0	2,46	4,05	5,56	7,04	9,38

→ Pour  $CDMV = 0$  (avec N en tr/min et  $U_v$  en Volt)

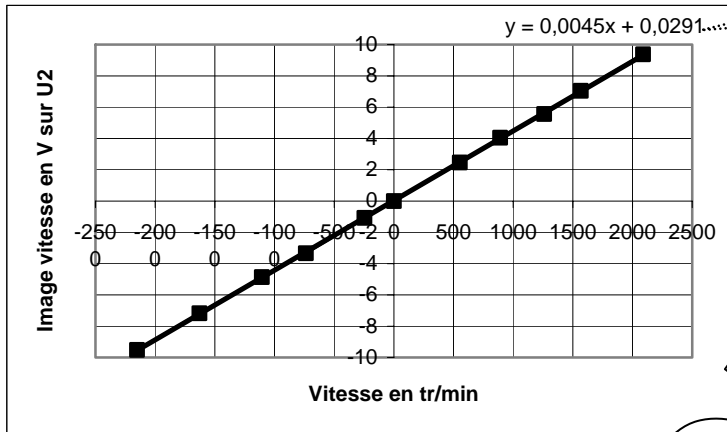
N	-4025	-3011	-1628	-922	-215	0	553	891	1260	1935	2611	2949	3318
$U_v$	-9,04	-6,78	-3,64	-2,08	-0,55	0	1,19	1,95	2,74	4,24	5,76	6,58	7,38

→ Pour  $CDMV = 2$  (avec N en tr/min et  $U_v$  en Volt)

N	-4700	-3134	-2334	-1505	-676	0	276	645	1075	1505	1874	2304	2980
$U_v$	-5,35	-3,58	-2,63	-1,77	-0,83	0	0,28	0,69	1,12	1,65	2,06	2,54	3,27

**☛ Courbes  $U_v = f(N)$  (caractéristiques de transfert statique) pour chacune des valeurs du paramètre CDMV et coefficients de transfert**

Pour CDMV= 0



Equation courbe de tendance

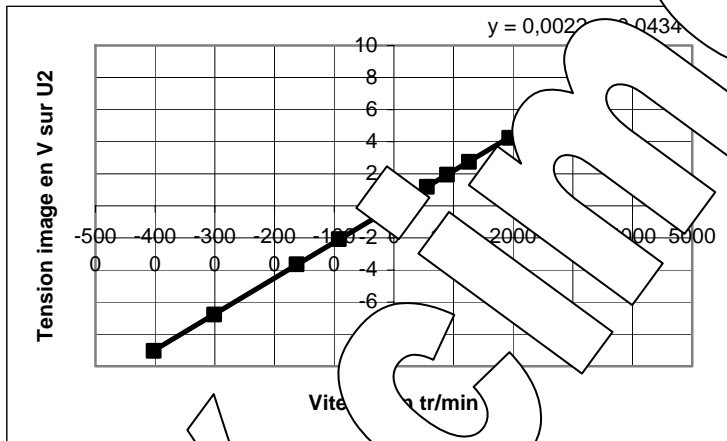
**Coefficient de transfert statique:**

Ce n'est autre que le coefficient directeur de la droite "courbe de tendance" donnée par le traceur "Excel"

$$\mu_{va} = \frac{U_v}{N} = 0,0045 \text{ V}/(\text{tr}/\text{min})$$

Ce qui correspond très sensiblement à la valeur prédéterminée

Pour CDMV = 1



Equation courbe de tendance

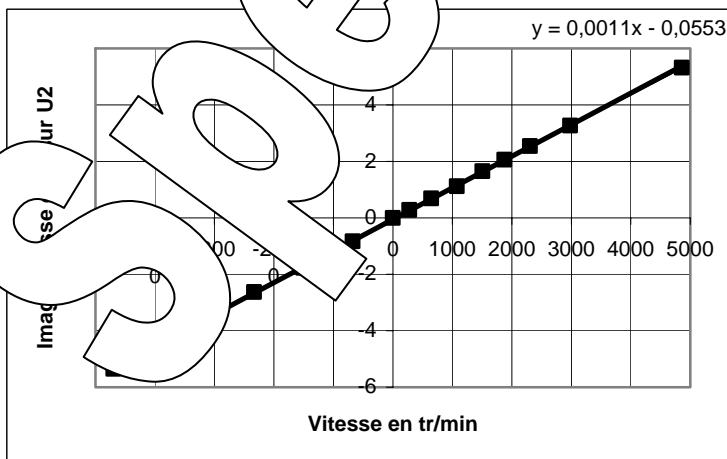
**Coefficient de transfert statique:**

Ce n'est autre que le coefficient directeur de la droite "courbe de tendance" donnée par le traceur "Excel"

$$\mu_{va} = \frac{U_v}{N} = 0,0022 \text{ V}/(\text{tr}/\text{min})$$

Ce qui correspond très sensiblement à la valeur prédéterminée

Pour CDMV = 2



Equation courbe de tendance

**Coefficient de transfert statique.**

Ce n'est autre que le coefficient directeur de la droite "courbe de tendance" donnée par le traceur "Excel"

$$\mu_{va} = \frac{U_v}{N} = 0,0011 \text{ V}/(\text{tr}/\text{min})$$

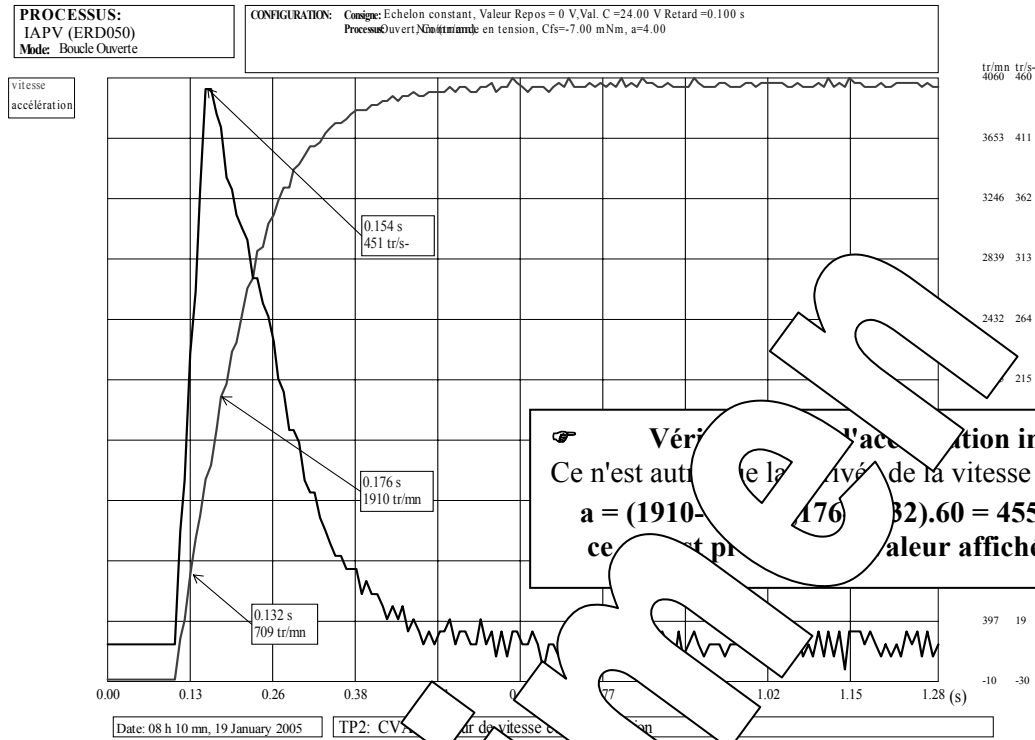
Ce qui correspond très sensiblement à la valeur prédéterminée

**Conclusion:**

Augmenter de 1 le coefficient CDMV entraîne une division par deux du coefficient de transfert du capteur à sortie analogique et une multiplication par deux de la plage utile du capteur.

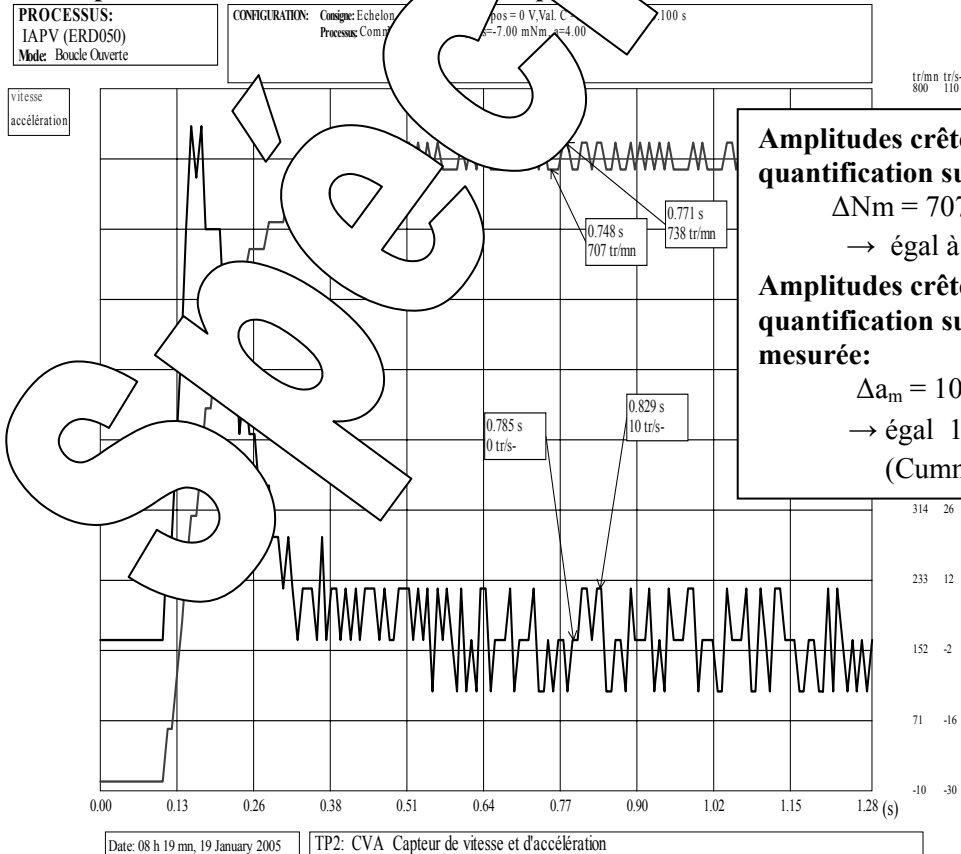
## 2.2 Capteurs de vitesse et d'accélération en régime dynamique

☞ Relevé de l'évolution au cours du temps de la vitesse  $N_m = f_n(t)$  et de l'accélération  $a_m = f_n(t)$  suite à une excitation en échelon constant du système en boucle ouverte.



DREG dms

☞ Amplitudes crête à crête des bruits de quantification.



DREG dms

**Amplitudes crête à crête du bruit de quantification sur la vitesse mesurée:**

$$\Delta N_m = 707 - 738 = 31 \text{ tr/min}$$

→ égal à celui prédéterminé

**Amplitudes crête à crête du bruit de quantification sur l'accélération mesurée:**

$$\Delta a_m = 10 \text{ tr/s}^2$$

→ égal  $10/\mu_a$

(Cummul sur 10 échantillons)

# Compte-Rendu

de Travaux Pratiques  
sur système IAPV (ERD050)

## Niveau 2 TP n°3

Réf: TP2-3\_IAPV\_BO1\_Compte-rendu.word

# CARACTERISATION DU SYSTEME

## EN BOUCLE OUVERTE n°1 (BO1)

→ Avec Interface de puissance de type "Commande en courant"

→ Avec différentes configurations de la charge mécanique

## 1. Prédéterminations

### 1.1. Etude du cas général

#### ☛ Equation fondamentale de la dynamique, pour un système à un degré de liberté; la rotation

L'équation fondamentale de la dynamique de la charge mécanique en rotation est donnée ci-contre:

$$\Sigma (C_{m(t)} \text{ (N.m)} = J \cdot d^2\theta_m / dt^2 = J \cdot d\Omega_m / dt$$

La charge mécanique est de type frottement fluide "f" + inertie "J" + frottement sec Cs

si  $\Omega_m(t) > 0$  :  $\text{signe}(\Omega_m) = J \cdot d\Omega_m / dt$

si  $\Omega_m(t) < 0$  : l'équation devient:  $C_{m(t)} - Cr = 0$

#### ☛ Transformée de "Laplace" des différentes équations différentielles, coefficients de transfert ou fonctions de transfert

Remarque:

On rappelle que, par définition, une fonction de transfert n'est valable qu'en venant des conditions initiales. Ce qui suppose l'application de la transformée de Laplace dans des conditions d'Heaviside (toutes les conditions initiales nulles).

D'où le théorème sur la dérivation:

$$\frac{dx}{dt} \Rightarrow pX(p) \text{ devient dans ces conditions } \frac{dx}{dt} \supset p \cdot X(p)$$

L'asservissement en courant est supposé parfait:

$$I_m(t) = 1 \cdot S_r(t) \quad I_m(p) = 1 \cdot S_r(p)$$

Le couple électro-magnétique de la charge est directement proportionnel au courant dans l'inducteur:

$k_m$  la constante de couple ( $k_m = 42 \cdot 10^{-3} \text{ N.m/A}$ )

$$C_{m(t)} = k_m \cdot I_m(t) \quad C_{m(p)} = K_m \cdot I_m(p)$$

Le passage de la vitesse en rad/s à la vitesse en tr/min donne:

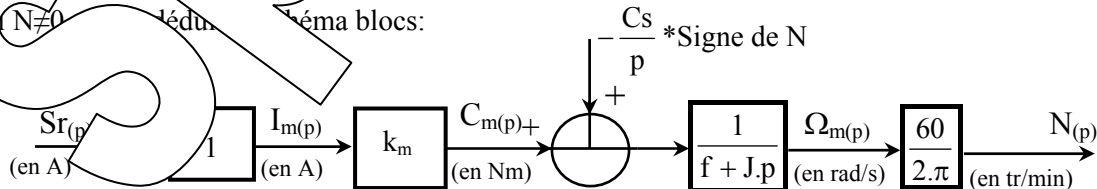
$$\Omega_m(t) = 2 \cdot \pi \cdot N(t) \quad \Omega_m(p) = 2 \cdot \pi \cdot N(p) / 60$$

L'équation fondamentale de la dynamique:

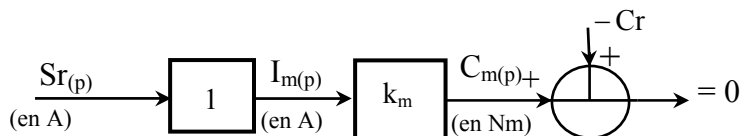
$$C_{m(t)} - f \cdot \Omega_m(t) - Cs \cdot \text{signe}(\Omega_m) = J \cdot d\Omega_m / dt$$

$$C_{m(p)} - \frac{Cs}{p} \cdot \text{signe}(\Omega_m(p)) = J \cdot p \cdot \Omega_m(p)$$

(N≠0) on en déduit le schéma blocs:



Si N=0 on en déduit le schéma blocs:

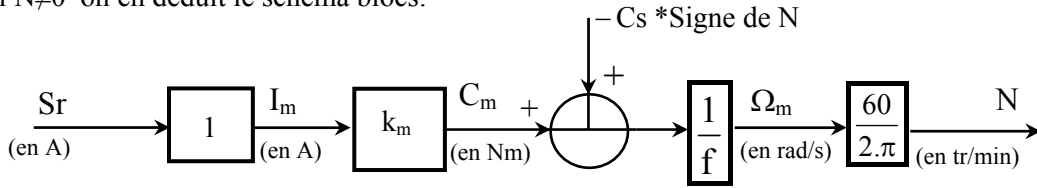


**☞ Schéma blocs dans le cas d'un fonctionnement en régime statique**

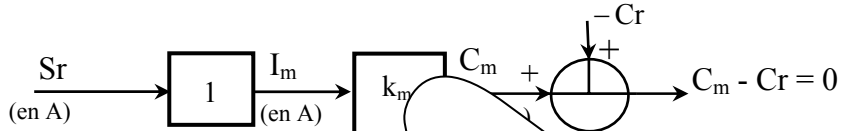
NB: Les grandeurs qui sont normalement variables sont en fait des constantes.

On rappelle que pour obtenir le coefficient de transfert statique déduit d'une fonction de transfert, il suffit de faire  $p=0$  dans cette fonction de transfert.

Si  $N \neq 0$  on en déduit le schéma blocs:



Si  $N=0$  on en déduit le schéma blocs:



**☞ Caractéristique statique**

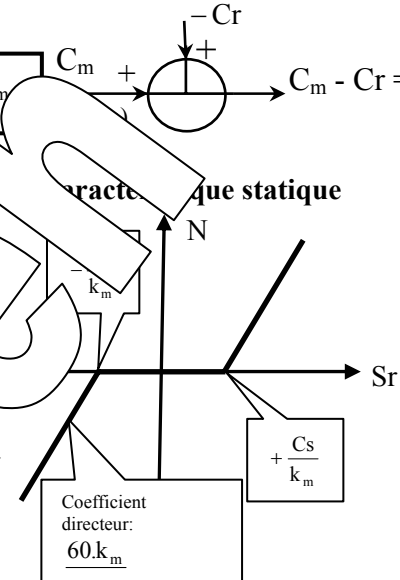
- Pour  $Sr = \text{Constante} > 0$ , on aura  $N = \frac{60}{f \cdot 2\pi} (k_m \cdot Sr - Cs)$

à condition que  $k_m \cdot Sr - Cs > 0$  soit:  $Sr > \frac{Cs}{k_m}$

- Pour  $Sr = \text{Constante} < 0$ , on aura  $N = \frac{60}{f \cdot 2\pi} (k_m \cdot Sr + Cs)$

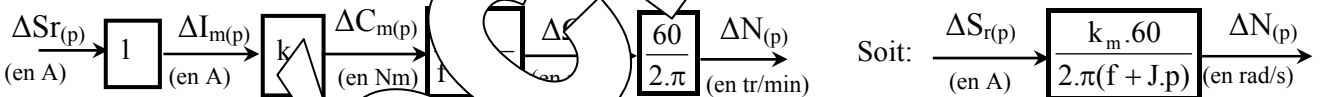
à condition que  $k_m \cdot Sr + Cs < 0$  soit:  $Sr < -\frac{Cs}{k_m}$

- Pour  $-\frac{Cs}{k_m} < Sr < +\frac{Cs}{k_m}$  on aura:  $N = 0$



**☞ Schéma blocs en variations**

Si la vitesse ne change pas de signe, le couple de frottement sec reste constant, donc ses variations sont nulles. On en déduit le schéma blocs valable pour des variations autour du point de repos:



Soit:  $\frac{\Delta Sr(p)}{\Delta N(p)} = \frac{k_m \cdot 60}{2\pi(f + J \cdot p)}$

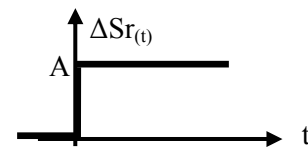
On en déduit la fonction de transfert en variations, mise sous la forme ci-contre:

$\frac{\Delta N(p)}{\Delta Sr(p)} = \frac{\alpha}{1 + \tau_m \cdot p}$  avec:  $\alpha = \frac{k_m \cdot 60}{2\pi \cdot f}$  et:  $\tau_m = \frac{J}{f}$

avec  $\tau_m$  la constante de temps mécanique.

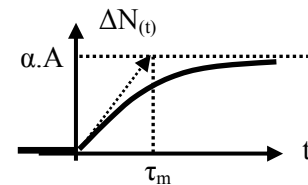
**☞ Réponse à une variation de vitesse en échelon constant:**

Soit la variation de vitesse en échelon constant:  $\Delta Sr(t) = A$  où  $A$  est la fonction existence



Soit la réponse en vitesse en échelon constant:

On en déduit la fonction de transfert en variations, mise sous la forme ci-contre:



d'où:  $\Delta N(p) = \frac{\alpha \cdot A}{p(1 + \tau_m \cdot p)}$

Par transformée inverse, on en déduit l'expression de  $\Delta N(t)$

$\Delta N(t) = \alpha \cdot A (1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}})$

Le temps de réponse à 5% est donné par la solution de

$\Delta N(t) = 0,95 \cdot \alpha \cdot A$  soit:  $1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}} = 0,95$

$\rightarrow tr_{5\%} = 3 \cdot \tau_m$

**☞ Schéma blocs en régime établi de variations harmoniques autour du point de repos**

Soit le signal d'excitation:  $S_{r(t)} = S_{r0} + S_{r1} \cdot \sin(\omega \cdot t)$   
 Le système étant linéaire, on aura  $N_{(t)} = N_0 + N_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$   
 Dans ce cas, on peut exprimer la fonction de transfert sous la forme d'une fonction complexe (en faisant  $p = j \cdot \omega$ )

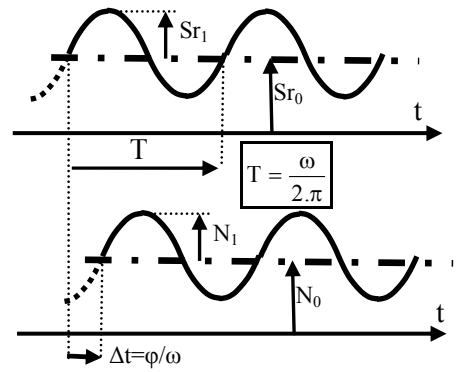
$$\frac{N_1}{S_{r1}} = \frac{\alpha}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_m} \text{ où } S_{r1} \text{ est pris comme origine des phases}$$

On en déduit l'expression de  $N_1$ : 
$$N_1 = \left\| \frac{\alpha}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_m} \right\| S_{r1} = \frac{\alpha \cdot S_{r1}}{\sqrt{1 + \tau_m^2 \cdot \omega^2}}$$

et le déphasage: 
$$\varphi_{(N_1/S_{r1})} = \text{Arg} \left[ \frac{\alpha}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_m} \right] = -\text{ATAN}(\omega \cdot \tau_m)$$

Pour une excitation à la pulsation particulière  $\omega = 1/\tau_m$  on obtient

$$N_1 = \frac{\alpha \cdot S_{r1}}{\sqrt{2}} \text{ soit un rapport de amplitudes } \frac{N_1}{S_{r1}} = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \text{ et un } \varphi_{(N_1/S_{r1})} = -\text{ATAN}(1) = -45^\circ$$

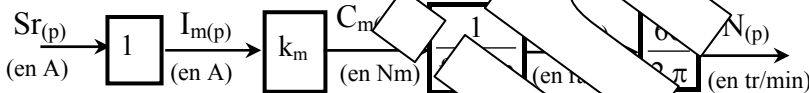


## 1.2. Etude du cas où le frottement sec est négligé (Cs = 0)

Ce qui a été démontré pour des variations autour d'un point de repos, condition qu'il n'y ait pas de changement du signe de la vitesse, devient vrai même au cas de variations de vitesse.

### Schéma blocs

Si la vitesse ne change pas de signe, le couple de frottement sec reste constant, donc ses variations sont nulles. On en déduit le schéma blocs des variations autour du point de repos:



Soit: 
$$S_{r(p)} \rightarrow \frac{k_m \cdot 60}{2 \cdot \pi (f + J \cdot p)} \rightarrow N_{(p)}$$

### Fonction de transfert

On en déduit la fonction de transfert mise sous la forme:

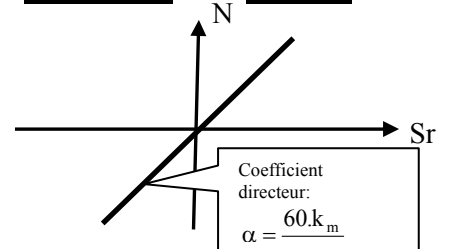
$$\frac{N_{(p)}}{S_{r(p)}} = \frac{\alpha}{1 + \tau_m \cdot p} \text{ avec } \tau_m \text{ la constante de temps mécanique.}$$

$$\alpha = \frac{k_m \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot f} \quad \tau_m = \frac{J}{f}$$

### Fonctionnement régime statique

Il suffit de faire  $p = 0$  dans la fonction de transfert soit: 
$$\frac{N}{S_r} = \alpha$$

Ce qui conduit à un caractère de transfert linéaire.



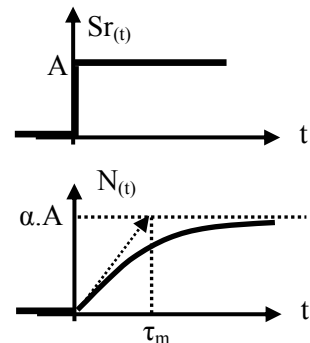
### Réponse à une variation en échelon constant

On en déduit la transformée de Laplace de la vitesse  $N$ : 
$$N_{(p)} = \frac{\alpha \cdot A}{p(1 + \tau_m \cdot p)}$$
 d'où: 
$$N_{(p)} = \frac{\alpha \cdot A}{p(1 + \tau_m \cdot p)}$$

Par transformée inverse, on en déduit l'expression de  $N_{(t)}$

$$N_{(t)} = \alpha \cdot A \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}} \right)$$

Le temps de réponse à 5% est 
$$tr_{5\%} = 3 \cdot \tau_m$$



**Comportement en régime harmonique établi**

Soit le signal d'excitation:  $S_{r(t)} = S_{r1} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Le système étant linéaire, on aura  $N_{(t)} = N_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$

Dans ce cas, on peut exprimer la fonction de transfert sous la forme d'une fonction complexe

(en faisant  $p = j \cdot \omega$ )  $\frac{N_1}{S_{r1}} = \frac{\alpha}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_m}$  où  $S_{r1}$  est pris comme origine des phases

On en déduit l'expression de  $N_1$ :  $N_1 = \left\| \frac{\alpha}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_m} \right\| \cdot S_{r1} = \frac{\alpha \cdot S_{r1}}{\sqrt{1 + \tau_m^2 \cdot \omega^2}}$

et le déphasage:  $\varphi_{(N_1/S_{r1})} = \text{Arg} \left[ \frac{\alpha}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_m} \right] = -\text{ATAN}(\omega \cdot \tau_m)$

Calcul des modules et arguments en fonction de valeurs particulières de  $\omega$ :

$\omega =$	0	$1/(10 \cdot \tau_m)$	$1/(2 \cdot \tau_m)$	$1/\tau_m$	$\tau_m$	$10/\tau_m$	$\infty$
$\left\  \frac{N_1}{S_{r1}} \right\  =$	$\alpha$	$\alpha / \sqrt{(1,01)}$ $= 0,995 \cdot \alpha$	$\alpha / \sqrt{(1,25)}$ $= 0,894 \cdot \alpha$	$\alpha / \sqrt{(2)}$ $= 0,707 \cdot \alpha$	$\alpha / \sqrt{(5)}$ $= 0,447 \cdot \alpha$	$\alpha / \sqrt{(101)}$ $= 0,0099 \cdot \alpha$	0
$20 \cdot \log \left[ \left\  \frac{N_1}{S_{r1}} \right\  / \alpha \right] =$	0 dB	-0,04 dB	-1 dB	-3 dB	-7 dB	-20 dB	$-\infty$
$\varphi(N_1/S_{r1}) =$	0	-5,7°	-26,5°	-45°	-62,5°	-84,3°	-90°

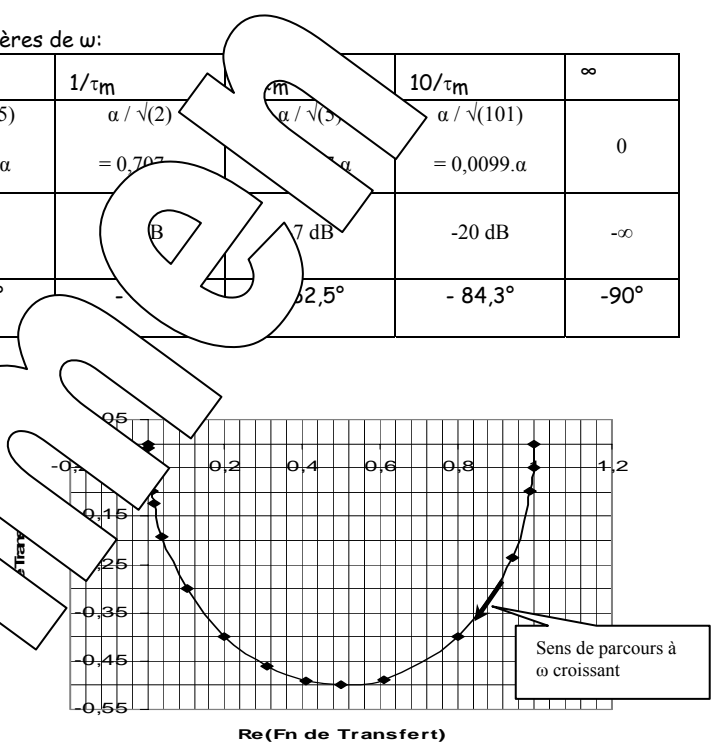
D'où la bande passante à -3dB:  $0 \leq \text{BP}_{-3\text{dB}} \leq 1/\tau_m$

**Lieux de transfert:**

- dans le plan de Nyquist (plan complexe) en coordonnées réduites

On peut démontrer que le lieu de transfert dans le plan complexe est un demi cercle.

Ce lieu peut être gradué en fonction de  $\omega$  (ou  $u = \omega \cdot \tau_m$  en coordonnées réduites)



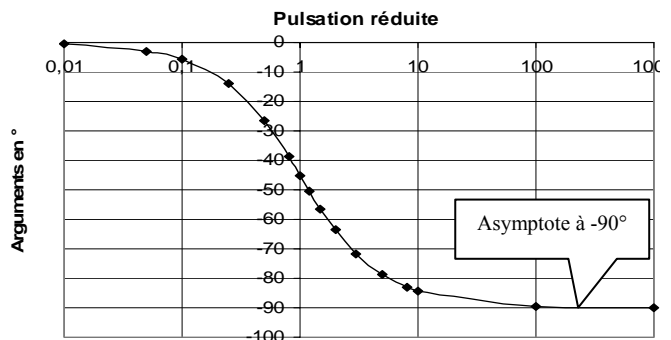
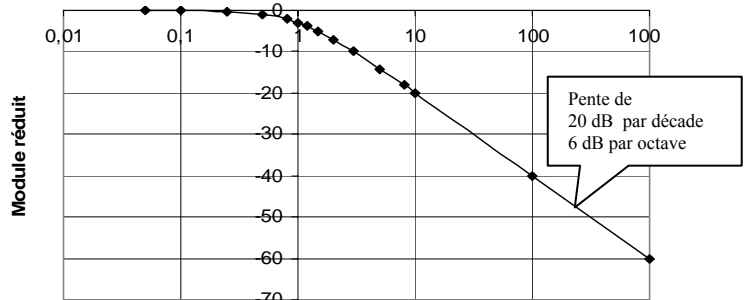
- dans le plan de Bode

a/ Graphe des rap... en coordonnées réduites

Axe des x avec  $x = \log(u) = \log(\omega \cdot \tau_m)$   
Axe des y avec  $y = 20 \cdot \log \left( \left\| \frac{N_1}{S_{r1}} \right\| / \alpha \right)$

b/ Graphe des déphasages en coordonnées réduites:

Axe des x avec  $x = \log(u) = \log(\omega \cdot \tau_m)$   
Axe des y avec  $y = \varphi(N_1/S_{r1})$  en °





## 2. CARACTERISATION EN REGIME STATIQUE

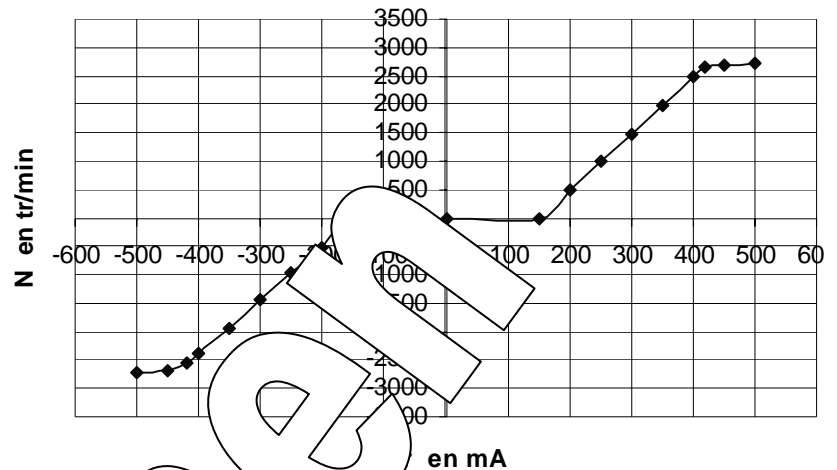
### 2.1. Frottement sec non compensé $Cfs = 0$ et $a = 4 \mu N.m/tr/min$

#### 2.1.1. Relevé de la caractéristique de transfert statique

☞ Tableau des valeurs relevées:

Sr en mA	N en tr/min
-500	-2734
-450	-2700
-420	-2540
-400	-2380
-350	-1928
-300	-1444
-250	-970
-200	-520
-150	0
0	0
150	0
200	484
250	1000
300	1467
350	1990
400	2488
420	2650
450	2690
500	2730

☞ Caractéristique de transfert statique:  $N = f(Sr)$



On constate que pour une vitesse à 3700 tr/min pour une commande de 0 mA. (idem en négatif)  
 Pour une commande comprise entre -150mA=-Sr<sub>0</sub> et 150mA=+Sr<sub>0</sub>, la vitesse reste à 0. Le couple moteur n'est pas capable de vaincre le frottement sec.

#### 2.1.2. Exploitation, schéma de transfert statique

☞ Equations des 2 portions droites:

pour  $N > 0 \rightarrow N = 9,2 \cdot 10^3 \cdot Sr$

pour  $N < 0 \rightarrow N = 9,2 \cdot 10^3 \cdot Sr + 1520$

☞ Coefficient de transfert en vitesse:

$$\alpha = \frac{\Delta N}{\Delta Sr} \# 10 \cdot 10^3 \text{ tr/min / A}$$

☞ Coefficient de frottement visqueux de la charge mécanique:

$$\alpha = \frac{60 \cdot 42,4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10^3} = 40,5 \cdot 10^{-6} \text{ N.m / rad/s}$$

$$f = 40,5 \cdot 10^{-6} \text{ N.m / rad/s}$$

Le frottement visqueux est produit essentiellement par le générateur de charge mécanique. Il correspond au coefficient  $\alpha$  exprimé en N.m/tr/min alors que "f" est exprimé en N.m/rad/s.

On vérifie,  $40,5 / (2 \cdot \pi) = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 60 / 6,28 = 38,2 \cdot 10^{-6} \text{ N.m / rad/s}$

Le coefficient obtenu expérimentalement est un peu supérieur à cause des frottements propres aux rotors accouplés (moteur +génératrice+codeur) et au disque en rotation.

☞ Dans la portion de caractéristique  $-Sr_0 < Sr < +Sr_0$  telle que  $N = 0$ , le couple moteur n'est pas capable de vaincre le frottement sec.

☞ Couple de frottement sec (couple de friction) :

$$Sr_0 \cdot Km = Cs \rightarrow Cs = 150 \cdot 10^{-3} \cdot 42,410^{-3} = 6,36 \text{ m.N.m}$$

$$Cs = 6,36 \cdot 10^{-3} \cdot N.m$$

## 2.2. Frottement sec compensé $C_{fs} = -7 \text{ mN.m}$ et $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$

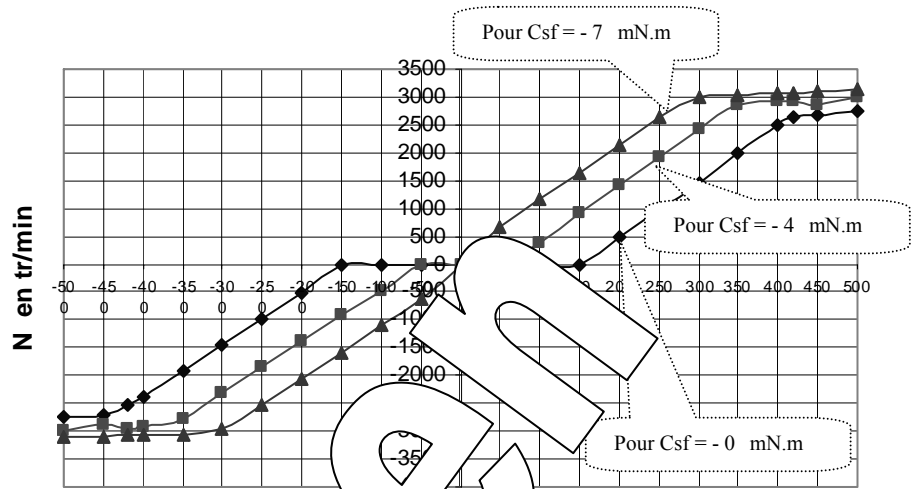
### 2.2.1. Relevé de la caractéristique de transfert statique

Conditions de l'essai:  $C_{sf} = -4 \text{ mN.m}$  puis  $C_{sf} = -7 \text{ mN.m}$  et avec  $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$

☞ Tableau des valeurs:

☞ Caractéristiques de transfert statique:  $N = f(Sr)$

Sr en tr/min	N pour Csf=0	N pour Csf=-4	N pour Csf=-7
-500	-2734	-3000	-3100
-450	-2700	-2880	-3090
-420	-2540	-2950	-3080
-400	-2380	-2940	-3070
-350	-1928	-2790	-3050
-300	-1444	-2300	-2970
-250	-970	-1850	-2520
-200	-520	-1370	-2060
-150	0	-920	-1580
-100	0	-476	-1100
-50	0	0	-630
0	0	0	0
50	0	0	650
100	0	384	1150
150	0	920	1650
200	484	1430	2150
250	1000	1935	2650
300	1467	2430	3010
350	1990	2860	3040
400	2488	2910	3070
420	2650	2930	3070
450	2690	2850	3100
500	2730	3000	3130



On constate que pour  $C_{sf} = -7 \text{ mN.m}$  le frottement sec est légèrement surcompensé.

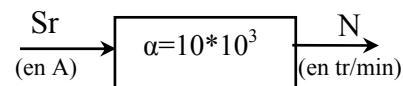
En fait, d'après le précédent, il faudrait choisir  $C_{fs} = C_s = 6,36 \text{ mN.m}$  pour une compensation totale.

Dans les parties c) et d) de la vitesse, les pentes sont identiques (coefficient d'inclinaison).

Pour un frottement sec compensé, le domaine de proportionnalité est limité à la valeur  $Sr < +300 \text{ mA}$ .

### Exploitation:

☞ Schéma bloc statique du moteur pour le frottement sec parfaitement compensé.



## 3. CARACTERISATION EN REGIME DYNAMIQUE

### 3.1. Réponse à un échelon constant

#### 3.1.1. Réponse à un échelon constant

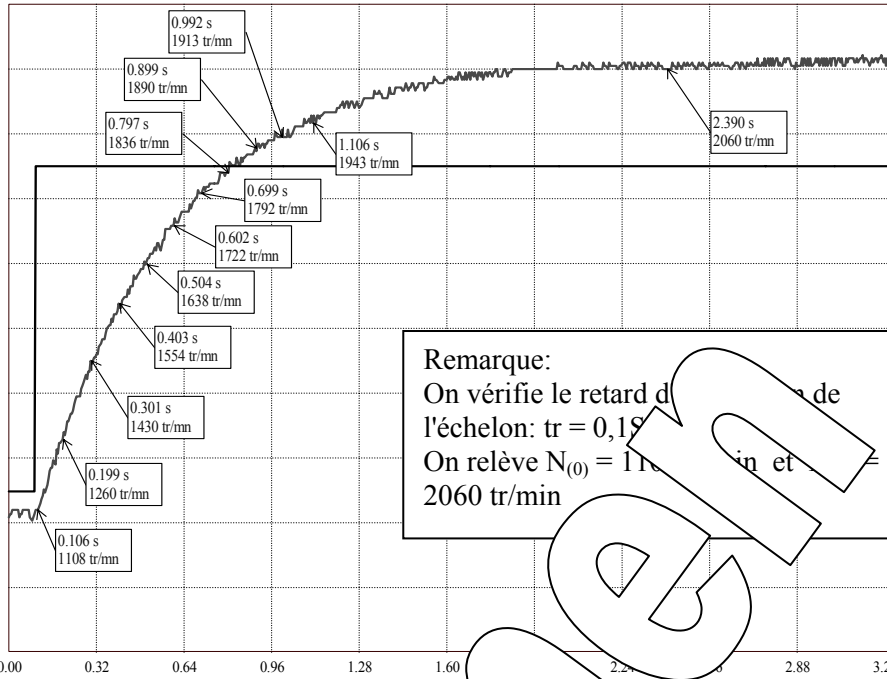
Partant d'un état de régime avec  $Sr = 100 \text{ mA}$ , on applique un échelon de commande constant de valeur  $Sr = 200 \text{ mA}$ . L'instant où l'échelon est appliqué est pris comme origine des temps.

Conditions de l'essai:  $C_{sf} = -7 \text{ m.N.m}$  et  $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$

Processus: IAPV (ERD050)  
Mode: Boucle Ouverte

CONFIGURATION: Consigne: Echelon constant, Valeur Repos = 100 mA, Val. C = 200 mA Retard = 0.100 s  
Processus: Commande en courant, Cfs = -7.00 mNm, a = 4.00 µNm/(tr/mn)

vitesse  
Sortie Reg.



Remarque:  
On vérifie le retard d... de l'échelon:  $\tau_r = 0,18$   
On relève  $N_{(0)} = 1108$  et  $N_{(\infty)} = 2060$  tr/min

Date: 13 h 09 mn, 05 September 2008

Réf Fichier: IAPV BO1 EC a=4

t-tr	$N_{(t)}$	$\tau$
0,201	1430	0,4868
0,303	1554	0,4794
0,404	1638	0,4965
0,502	1722	0,4847
0,599	1792	0,4725
0,697	1836	0,4817
0,799	1890	0,4637
0,892	1913	0,4774

Relevés de  $N_{(t)}$  à  $t - \tau_r = 0,1$  S et calcul de la constante de temps

calculé la constante de temps à partir de la formule: 
$$\tau = \frac{t - \tau_r}{\ln \left[ \frac{N_{(\infty)} - N_{(0)}}{N_{(\infty)} - N_{(t)}} \right]}$$

On pourra admettre que le système est bien du premier ordre dans lequel on obtient toujours la même valeur de  $\tau$ .

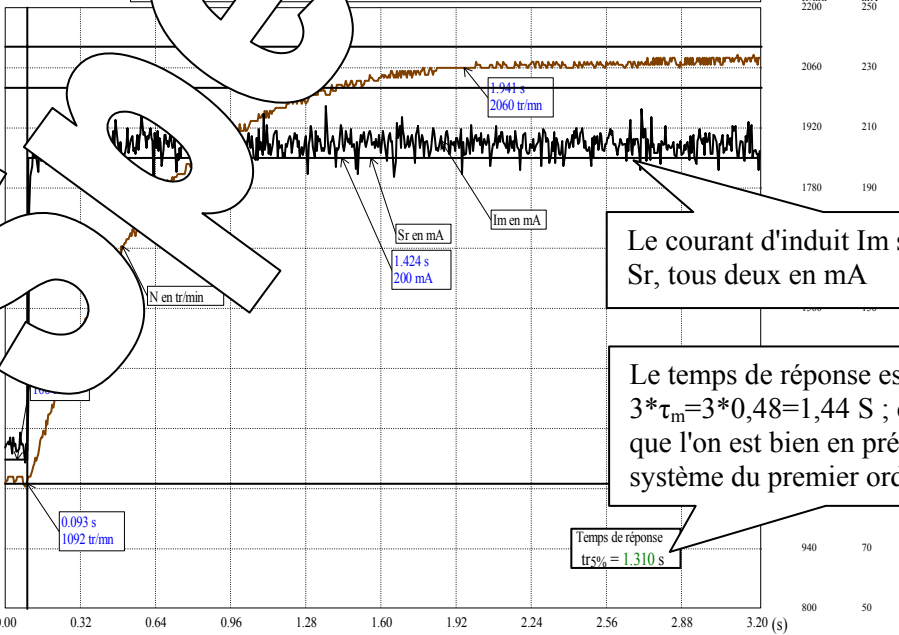
On fait la moyenne des résultats, on pourra prendre:  $\tau = 0,48$  S

Relevé expérimental du temps de réponse à 5%

Processus: IAPV (ERD050)  
Mode: Boucle Ouverte

CONFIGURATION: Consigne: Echelon constant, Valeur Repos = 100 mA, Val. C = 200 mA Retard = 0.100 s  
Processus: Commande en courant, Cfs = -7.00 mNm, a = 4.00 µNm/(tr/mn)

vitesse  
Sortie Reg.  
I moteur



Le courant d'induit  $I_m$  suit bien le signal  $S_r$ , tous deux en mA

Le temps de réponse est proche de  $3 * \tau_m = 3 * 0,48 = 1,44$  S ; ce qui confirme que l'on est bien en présence d'un système du premier ordre

Temps de réponse  $\tau_{5\%} = 1.310$  s

Date: 13 h 11 mn, 05 September 2008

Réf Fichier: IAPV BO1 EC a=4

3.1.2. Exploitation:

On pourra admettre une constante de temps mécanique égale à :  
 et le gain statique calculé en variations:

$$\tau_m = 0,48 \text{ S}$$

$$(N_{(\infty)} - N_{(0)}) / (S_{r+} - S_{r-}) = (2060 - 1108) / (200 - 100) = 9,52 \text{ tr/min/mA}$$

Ce résultat corrobore la valeur obtenue précédemment, à partir du tracé de la caractéristique statique.

☞ Détermination de l'inertie globale (notée J) au niveau de l'arbre moteur.

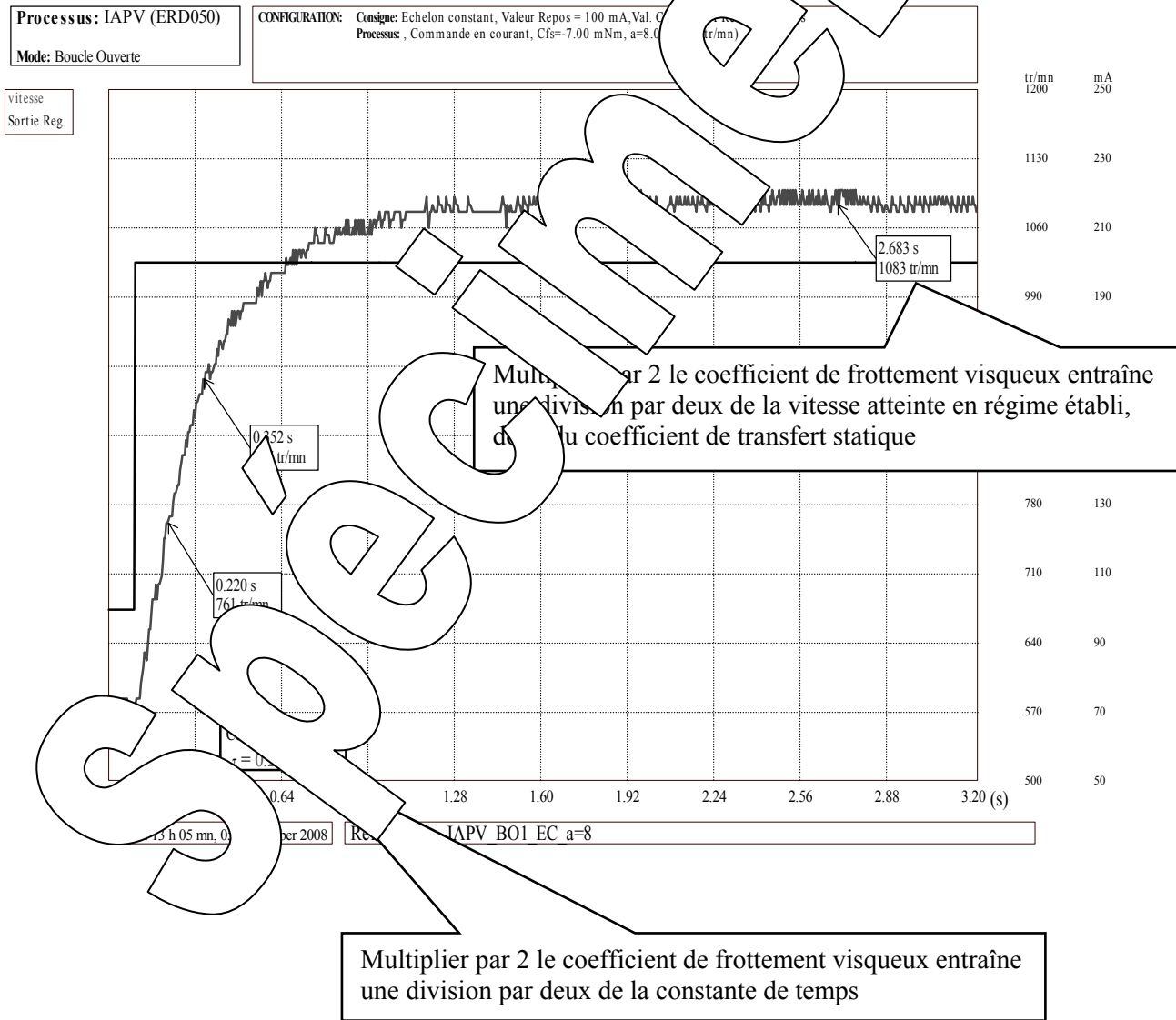
Le moteur étant alimenté en courant la constante de temps n'est autre que la constante de temps mécanique

$$\tau_m = J/f \rightarrow J = \tau_m \cdot f = 0,48 \cdot 40,5 \cdot 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$$

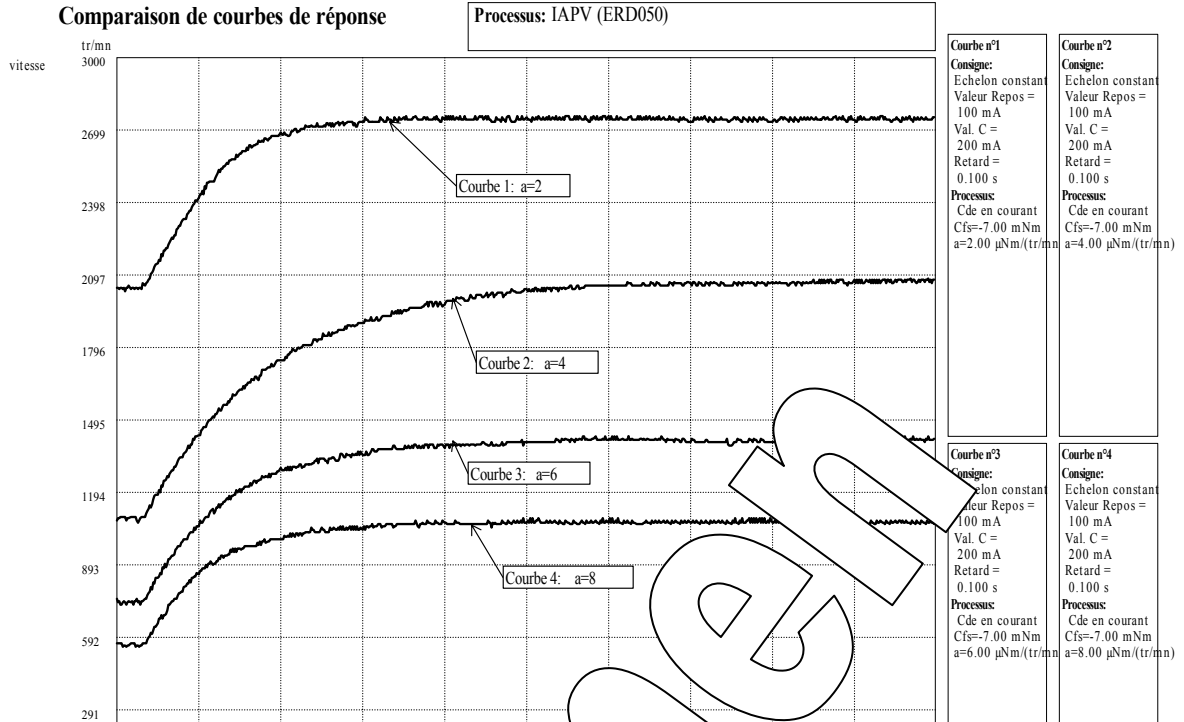
$$J = 19,44 \cdot 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$$

3.1.3. Etude de l'influence du coefficient de frottement vis

- Pour le réglage  $a = 8 \cdot 10^{-6} \text{ N.m / rad/s}$

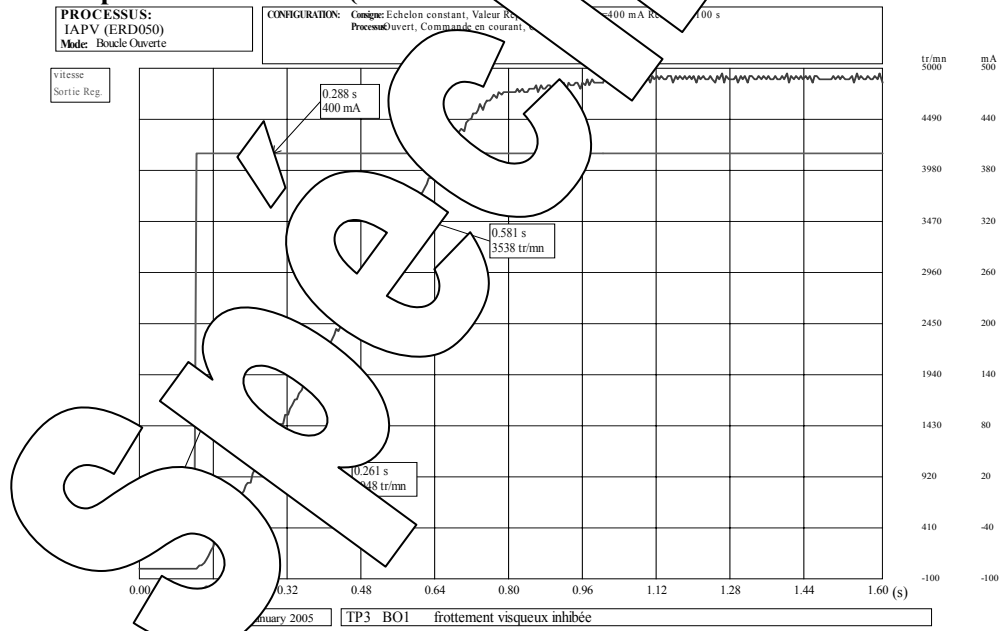


Courbes de réponses obtenues pour les valeurs de a = 4; puis 6; puis 8 et enfin 10 μ.N.m/tr/min



La constante de temps, le temps de réponse, le pourcentage de dépassement et la vitesse statique sont inversement proportionnels au coefficient de frottement visqueux. On montre que par le rapport  $N(\infty)/T_{stat}$  on obtient une constante.

Cas particulier où a = 0 (frottement visqueux inhibé)



Le courant étant constant, le couple moteur est constant et ne sert qu'à accélérer la charge mécanique.

$$\Sigma(C_{(t)}) = j \cdot d^2\theta/dt^2 = j \cdot d\omega/dt \quad C_m = k_m \cdot I_m = J \cdot d\omega/dt = J \cdot (2\pi/60) dN/dt$$

La montée en vitesse et donc linéaire et on peut retrouver le coefficient d'inertie:  $J = (60 \cdot k_m \cdot I_m / 2\pi) \Delta t / \Delta N$

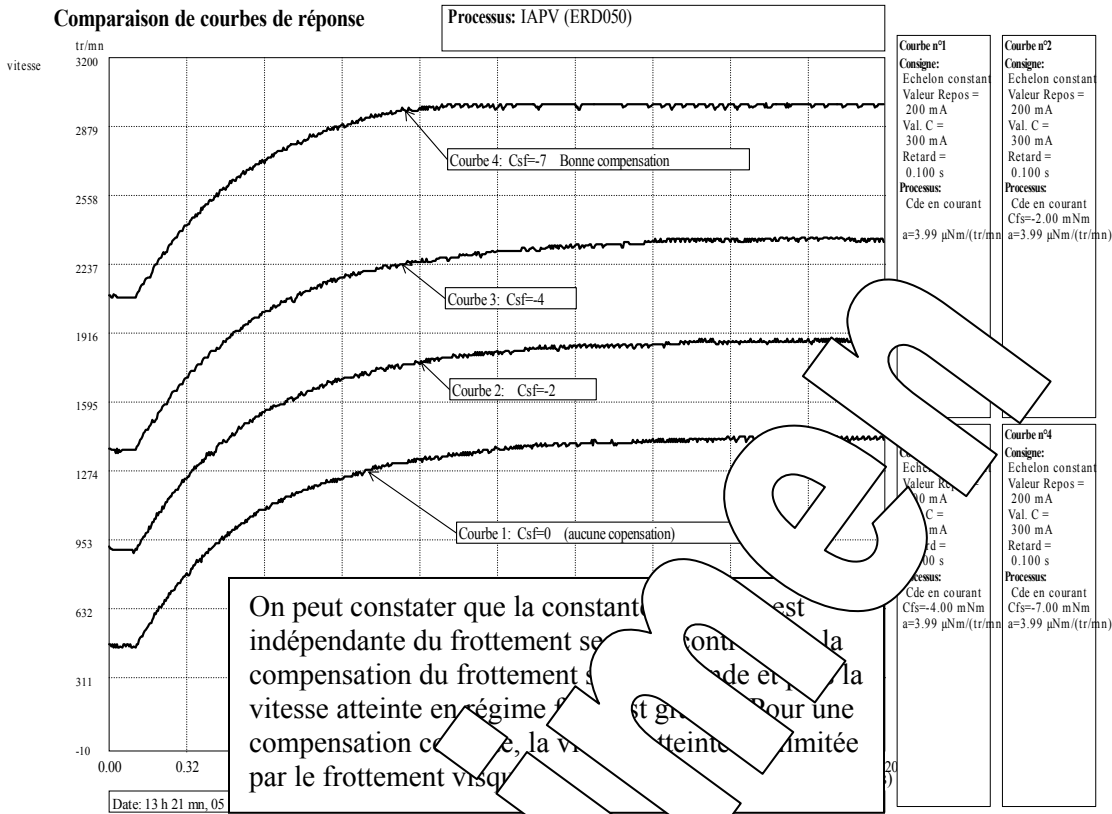
$$J = \frac{60 \cdot 42,4 \cdot 10^{-6} \cdot 400}{2\pi} \cdot \frac{0,581 - 0,261}{3538 - 1048} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$$

Résultat qui vérifie celui obtenu précédemment.

Lorsque la vitesse atteint la valeur maximale (vitesse à vide), l'accélération se termine (le courant ne peut plus être asservi car la tension moteur est limitée à 24V et le fonctionnement devient erratique).

### 3.1.4. Etude de l'influence du coefficient de frottement sec

Courbes de réponses obtenues pour les valeurs de  $C_{fs} = 0$ ; puis  $-2$ ; puis  $-4$  et enfin  $-7$  m.N.m , avec le frottement visqueux maintenu constant: ( $a = 4 \mu.N.m/tr/min$ ) données ci-après.



## 3.2. Comportement en régime sinusoïdal

### 3.2.1. Relevé expérimental:

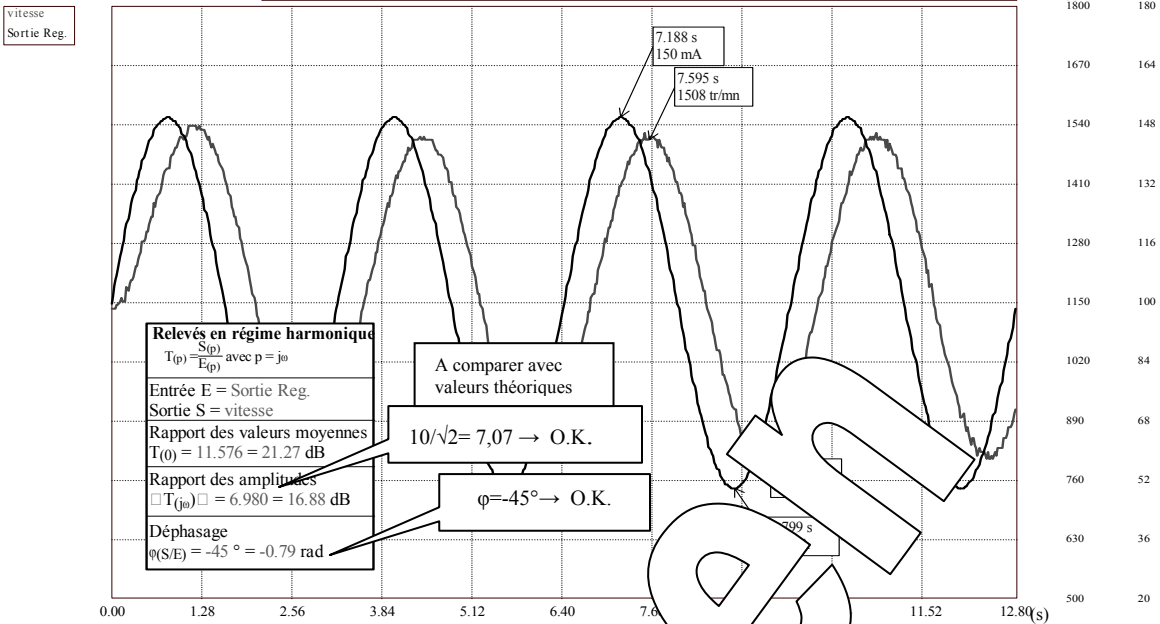
Caractéristique de charge:  $C_{fs} = -7$  m.N et  $a = 4 \mu.N.m/tr/min$

Pour  $\omega = 1/\tau_m = 2,08$  rad/s  $\rightarrow f = 0,33$  Hz (à la pulsation dite de cassure)

Conditions de l'essai  
avec:  $S_{r0} = 100$  mA la valeur moyenne,  
 $S_{rM} = 50$  mA l'amplitude de la composante sinusoïdal,

**Processus:** IAPV (ERD050) **Mode:** Boucle Ouverte

**CONFIGURATION:** Consigne: Sinus, Valeur Repos = 100 mA, Val. C=100 mA, Ampl.=50 mA, Freq.= 0.30558 Hz Retard =0.000 s  
 Processus : Commande en courant, CIs=-7.00 mNm, a=3.99 µNm/(tr/mn)

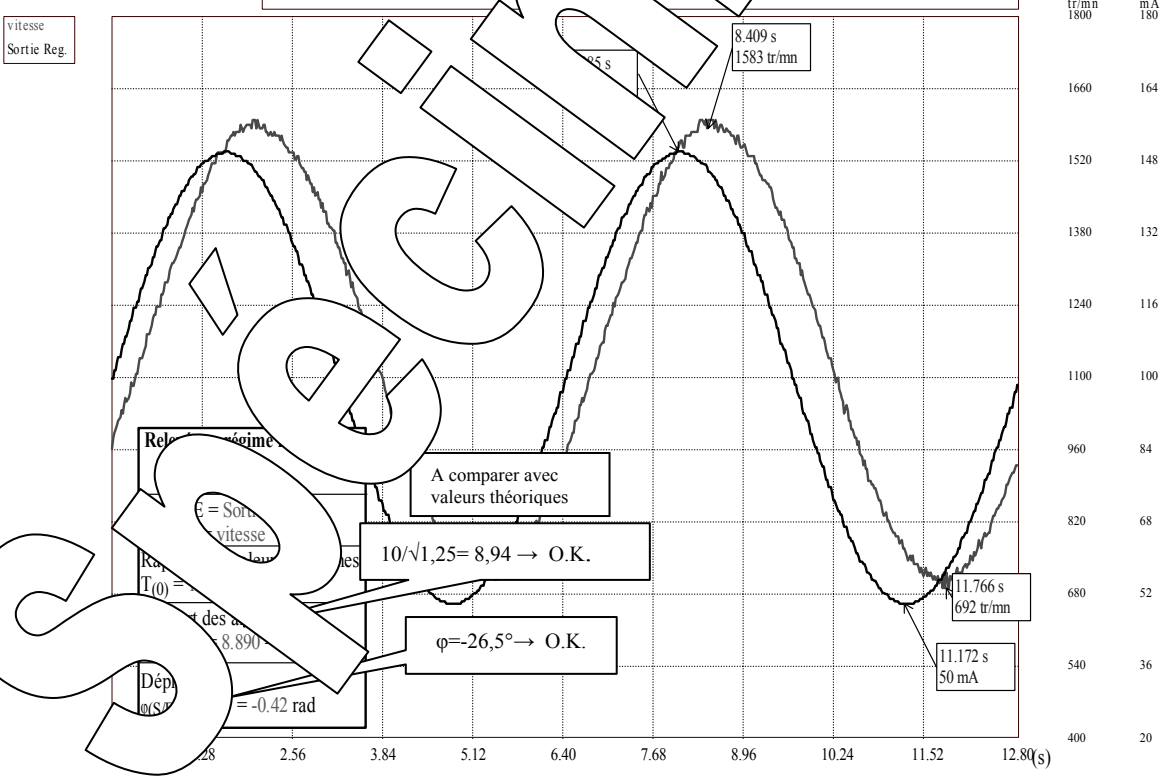


Date: 20 h 37 mn, 04 September 2008 TP "BO1" En sinus: à la pulsation 1/(2\*to)

Pour  $\omega = 1/(2 \cdot \tau_m) = 1,04 \text{ rad/s} \rightarrow F = 1/(4 \cdot \pi \cdot \tau_m) = 0,077 \text{ Hz}$  (Une octave au dessous la pulsation dite de cassure)

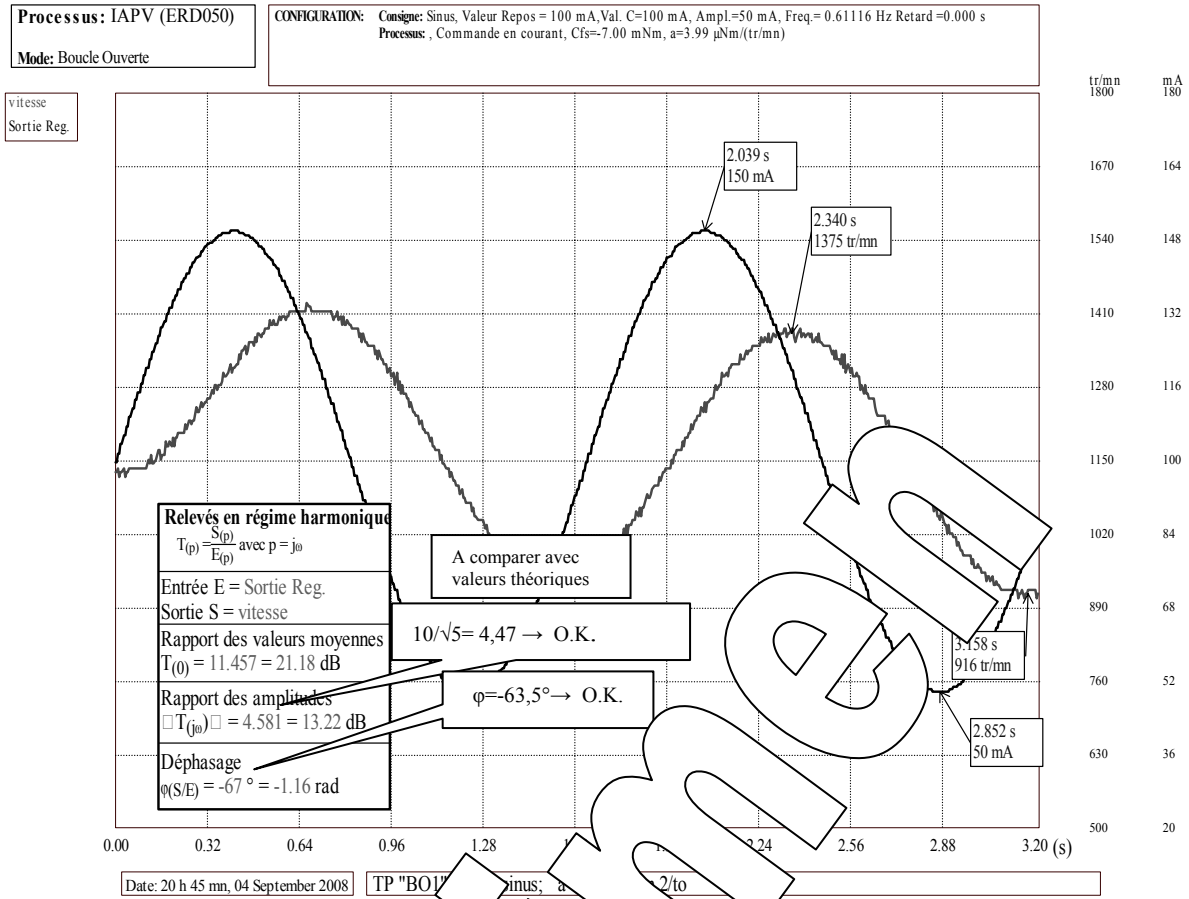
**Processus:** IAPV (ERD050) **Mode:** Boucle Ouverte

**CONFIGURATION:** Consigne: Sinus, Valeur Repos = 100 mA, Val. C=100 mA, Ampl.=50 mA, Freq.= 0.15279 Hz Retard =0.000 s  
 Processus : Commande en courant, CIs=-7.00 mNm, a=3.99 µNm/(tr/mn)

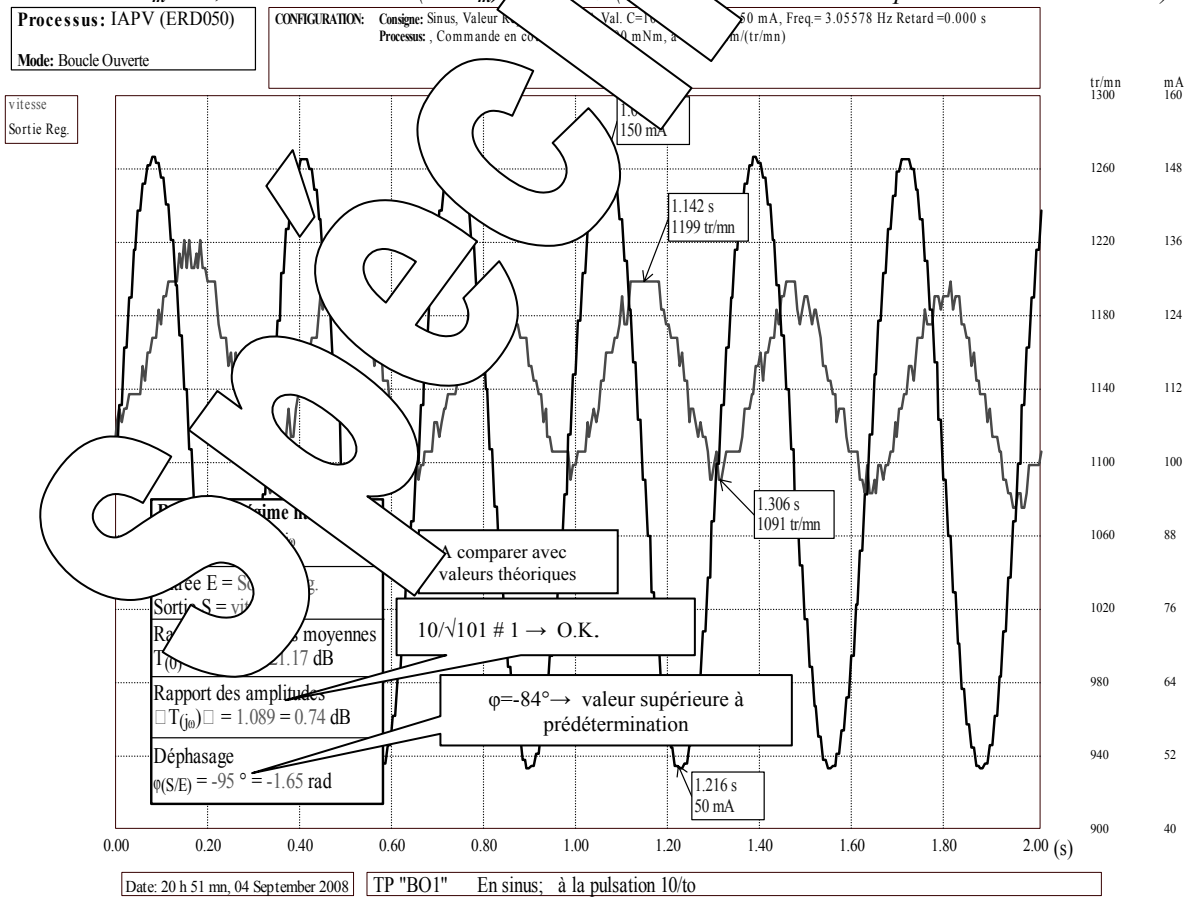


Date: 20 h 41 mn, 04 September 2008 TP "BO1" En sinus: à la pulsation 1/(2\*to)

Pour  $\omega = 2/\tau_m = 4,16 \text{ rad/s} \rightarrow F = 2/(2 \cdot \pi \cdot \tau_m) = 0,66 \text{ Hz}$  (Une octave au dessus la pulsation dite de cassure)



Pour  $\omega = 10/\tau_m = 20,8 \text{ rad/s} \rightarrow F = 10/(2\pi \cdot \tau_m) = 0,78 \text{ Hz}$  cascade du dessus la pulsation dite de cassure





Remarque:

Aux fréquences élevées, on constate un déphasage supérieur à la valeur prédéterminée. Ceci est dû à l'influence de la bande passante de l'asservissement en courant (qui a été considérée comme infinie lors des prédéterminations).

En fait le modèle adopté du premier ordre n'est que le régime dominant. Dans une analyse plus fine, il faudrait prendre en compte la fonction de transfert de l'asservissement en courant de l'interface de puissance qui est d'ordre 2:

$$\text{Soit: } \frac{Im_{(p)}}{Sr_{(p)}} = \frac{1}{1 + 2 \cdot \xi_{Fi} \frac{p}{\omega_{Fi}} + \frac{p^2}{\omega_{Fi}^2}}$$

avec  $\xi_{Fi}$  le coefficient d'amortissement et  $\omega_{Fi}$  la pulsation propre de l'asservissement en courant.

Ce qui conduirait à une fonction de transfert plus complète:

$$\frac{N_{(p)}}{Sr_{(p)}} = \frac{\alpha}{(1 + \tau_m p) \left( 1 + 2 \xi_{Fi} \frac{p}{\omega_{Fi}} + \frac{p^2}{\omega_{Fi}^2} \right)}$$

avec la propriété  $\xi_{Fi} \cdot \omega_{Fi} \gg 1/\tau_m$  qui impose la dominance des constantes de temps mécanique  $\tau_m$

Spécimen

Page laissée vierge

Spécimen

# Compte-Rendu

de Travaux Pratiques  
sur système IAPV (ERD050)

## Niveau 2 TP n°4

Réf: TP2-4\_IAPV\_BO2\_Compte-rendu.word

# CARACTERISATION DU SYSTEME EN BOUCLE OUVERTE n°2 (BO2)

- Avec Interface de puissance de type "Commande en **tension**"
- Avec différentes configurations de la charge mécanique

## 1. Prédéterminations

### 1.1. Etude du cas général

#### ☛ Equation fondamentale de la dynamique, pour un système à **rotation libre**; la rotation

L'équation fondamentale de la dynamique de la charge mécanique en rotation est donnée ci-contre:

La charge mécanique est de type frottement fluide "f" + inertie "J" + frottement sec Cs

#### ☛ Lois de fonctionnement, Transformées de "fonction" de transfert

On rappelle que l'on se place dans les conditions (toutes les conditions initiales nulles).

D'où le théorème sur la dérivation:  $\frac{dx}{dt} \Rightarrow p.X(p)$  dans ces conditions  $\frac{dx}{dt} \Rightarrow p.X(p)$

- La commande en tension est supposée parfaite:  $u_{m(t)} = 1. S_{r(t)}$   $U_{m(p)} = 1. S_{r(p)}$  →  $\frac{U_{m(p)}}{S_{r(p)}} = 1$

- L'équation de la maille électrique conduit:  $u_{m(t)} = L \frac{di_m}{dt} + R.i_{m(t)} + e_{m(t)}$   $U_{m(p)} = L.p.I_{m(p)} + R.I_{m(p)} + E_{m(p)}$   
Si on exprime le courant (car c'est le courant qui génère le couple) →  $\frac{I_{m(p)}}{U_{m(p)} - E_{m(p)}} = \frac{1}{R + L.p}$

- Le couple électromécanique développé par le moteur est directement proportionnel au courant:  $C_m = k_m \cdot I_m$   $C_{m(p)} = k_m \cdot I_{m(p)}$  →  $\frac{C_{m(p)}}{I_{m(p)}} = k_m$

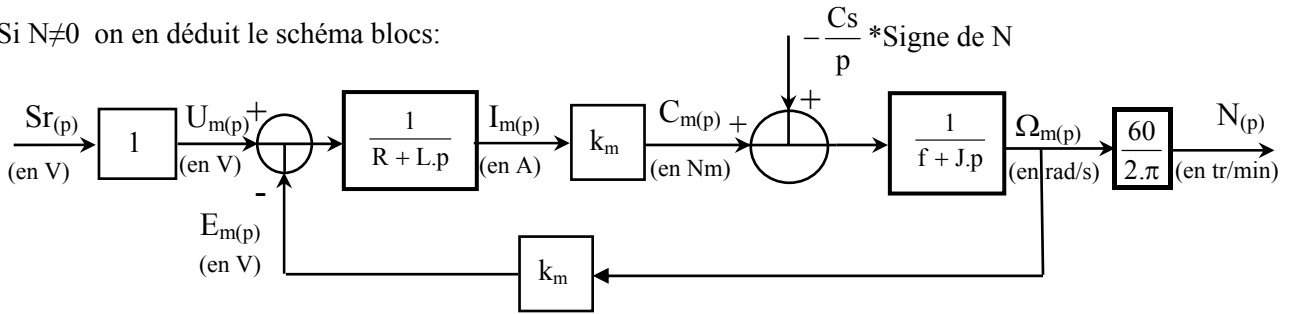
- La force électromotrice est proportionnelle à la vitesse de rotation:  $e_m = k_m \cdot \Omega_m$   $E_{m(p)} = k_m \cdot \Omega_{m(p)}$  →  $\frac{E_{m(p)}}{\Omega_{m(p)}} = k_m$

Le passage de la vitesse de rotation en rad/s à la vitesse en tr/min donne:  $\Omega_m = 2.\pi. N_m / 60$   $\Omega_{m(p)} = 2.\pi. N_{m(p)} / 60$  →  $\frac{N_{m(p)}}{\Omega_{m(p)}} = \frac{60}{2.\pi}$

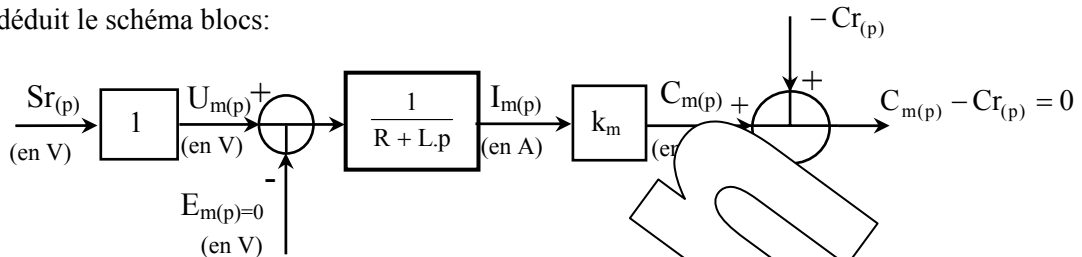
L'équation fondamentale de la dynamique:

$$C_{m(t)} - f.\Omega_{m(t)} - C_s.\text{signe}(\Omega_m) = J.d\Omega_m/dt$$
$$\rightarrow \frac{C_{m(p)} - \frac{C_s}{p} \cdot \text{signe}(\Omega_m)}{f + J.p} = \frac{1}{f + J.p}$$

Si  $N \neq 0$  on en déduit le schéma blocs:



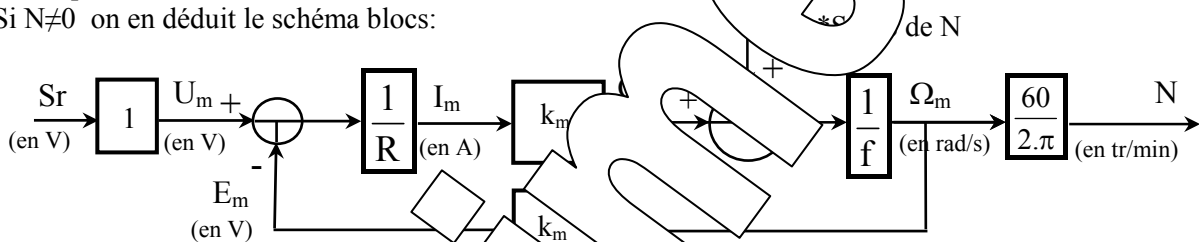
Si  $N = 0$  on en déduit le schéma blocs:



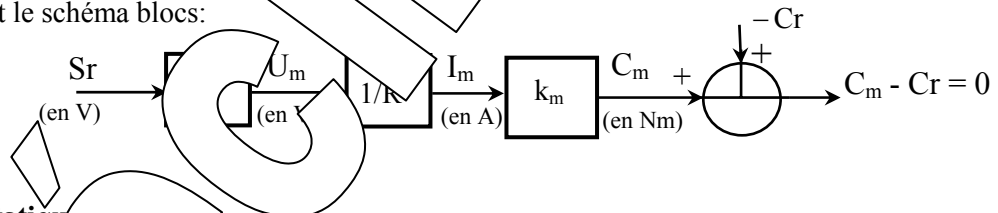
**☛ Schéma blocs en régime statique**

On rappelle que pour obtenir le coefficient de transfert statique d'une fonction de transfert, il suffit de faire  $p=0$  dans cette fonction de transfert.

- Si  $N \neq 0$  on en déduit le schéma blocs:



- Si  $N = 0$  on en déduit le schéma blocs:



**☛ Caractéristique statique**

- Pour  $S_r = \text{Constante} > 0$  on aura:

$$N = \frac{60}{f \cdot 2\pi} \left[ \frac{k_m}{R} (S_r - \dots) - C_s \right] \left( 1 + \frac{k_m^2}{R \cdot f} \right)$$

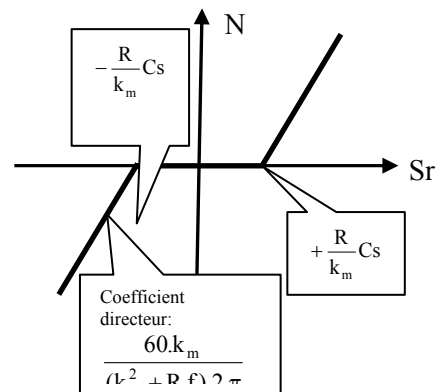
condition que  $\dots > 0$  soit:  $S_r > \frac{R \cdot C_s}{k_m}$

- Pour  $S_r = \text{Constante} < 0$ , on aura:

$$N = \frac{60}{f \cdot 2\pi} \left[ \frac{k_m}{R} S_r + C_s \right] \left( 1 + \frac{k_m^2}{R \cdot f} \right)$$

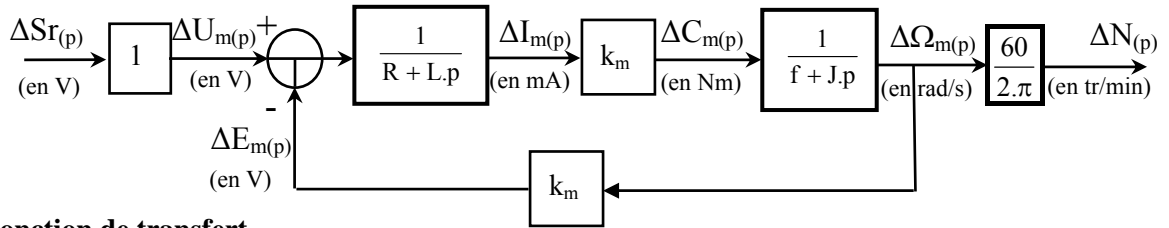
à condition que  $\frac{k_m}{R} \cdot S_r + C_s < 0$  soit:  $S_r < -\frac{R \cdot C_s}{k_m}$

- Pour  $-\frac{R \cdot C_s}{k_m} < S_r < +\frac{R \cdot C_s}{k_m}$  on aura:  $N = 0$



**☛ Schéma blocs en variations**

Si la vitesse ne change pas de signe, le couple résistant dû au frottement sec reste constant, donc ses variations sont nulles. On en déduit le schéma blocs valable pour des variations autour du point de repos:



**☛ Fonction de transfert**

Pour déterminer la F de T on exprime  $\Delta N_{(p)}$ : 
$$\Delta N_{(p)} = \frac{60}{2.\pi} \left[ \frac{k_m}{(R + L.p)(f + J.p)} \right] \left( \Delta S_{r(p)} - k_m \frac{2.\pi}{60} \Delta N_{(p)} \right)$$

→ 
$$\Delta N_{(p)} \left( 1 + \frac{k_m^2}{(R + L.p)(f + J.p)} \right) = \frac{60}{2.\pi} \left[ \frac{k_m}{(R + L.p)(f + J.p)} \right] \Delta S_{r(p)}$$

soit en définitive: 
$$\frac{\Delta N_{(p)}}{\Delta S_{r(p)}} = \frac{60}{2.\pi} \left[ \frac{\frac{k_m}{R.f + k_m^2}}{1 + \frac{R.J + L.f}{R.f + k_m^2} p + \frac{L.J}{R.f + k_m^2} p^2} \right]$$

mettre sous la forme opposée: 
$$\frac{\Delta N_{(p)}}{\Delta S_{r(p)}} = \frac{\alpha_u}{(1 + \tau_1.p)(1 + \tau_2.p)}$$

soit: 
$$\alpha_u = \frac{k_m \cdot 60}{2.\pi \cdot (R.f + k_m^2)}$$
 et  $\tau_1, \tau_2$  sont solutions de 
$$R.f + k_m^2 + (R.J + L.f)p + \frac{L.J}{R.f + k_m^2} p^2 = 0$$

Si l'application numérique conduit à l'inégalité  $\tau_1 \gg \tau_2$  on a  $\frac{L.f}{R.f + k_m^2} \approx \frac{L}{R + (k_m^2/L)}$

On peut admettre les expressions de constantes de temps: 
$$\tau_1 \approx \frac{R.J}{R.f + k_m^2} \quad \text{et} \quad \tau_2 \approx \frac{L}{R}$$

Avec l'inégalité:  $\tau_1 \gg \tau_2$  (τ1 à 5) on peut admettre la forme approchée: 
$$\frac{\Delta N_{(p)}}{\Delta S_{r(p)}} \approx \frac{\alpha_u}{(1 + \tau_1.p)}$$

Remarque:

- La constante de temps dominante est également constante de temps "électromécanique" car elle met en œuvre le coefficient de "R" et les coefficients de type mécanique "J" et "f".
- Si on compare τ1 à la constante de temps mécanique τm = J/f on a obligatoirement τ1 < τm et même généralement τ1 << τm

**☛ Application numérique - Vérification des résultats obtenus lors du TP "BO1"**

Pour R = Rr + Rm = 4,97 + 5 = 9,97 Ω ; L = 3,9 \* 10<sup>-3</sup> Hy ; f = 40.10<sup>-6</sup> N.m/rad/s ; J = 20 .10<sup>-6</sup> Kg.m<sup>2</sup> et Km = 0,071 N.m/A

On trouve les constantes de temps à partir de la solution de  $1 + 0,09.p + 0,071.10^{-3} = 0$

→  $x_1 = 21\text{rad/s}$ ,  $x_2 = -1256\text{rad/s}$  → 
$$\tau_1 = \frac{1}{x_1} = 0,089\text{S} \quad \text{et} \quad \tau_2 = \frac{1}{x_2} = 0,008\text{S}$$

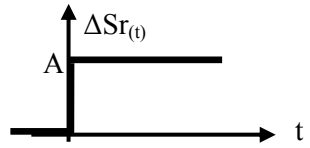
On a τ1 > τ2 (rapport 10 environ)

et le coefficient de transfert statique: 
$$\alpha_u = \frac{k_m \cdot 60}{2.\pi \cdot (R.f + k_m^2)} = 184,4\text{tr/min/V}$$

**☛ Réponse à une variation de commande en échelon constant**

$\Delta S_{r(t)} = A \cdot u_{(t)}$  où  $u_{(t)}$  est la fonction existence  
Soit la transformée de Laplace de l'excitation:

$\Delta S_{r(t)} = A \cdot u_{(t)} \quad ] \quad \Delta S_{r(p)} = \frac{A}{p}$



- Si on admet la forme simplifiée (si  $\tau_1 > 5. \tau_2$ ) :

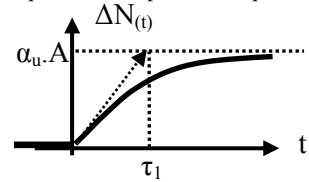
On en déduit la transformée de Laplace de la variation de vitesse  $\Delta N$ :

$$\Delta N_{(p)} \approx \frac{\alpha_u}{1 + \tau_1.p} \Delta S_{r(p)} \quad \text{d'où: } \Delta N_{(p)} \approx \frac{\alpha_u . A}{p(1 + \tau_1.p)}$$

Par transformée inverse, on en déduit l'expression de  $N_{(t)}$

$$\Delta N_{(t)} = \alpha_u . A (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$$

Réponse si simplification possible



Le temps de réponse à 5% est donné par la solution de

$$\Delta N_{(t)} = 0,95 . \alpha_u . A \quad \text{soit: } 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 0,95 \rightarrow \text{tr}_{5\%} = 3 . \tau_1$$

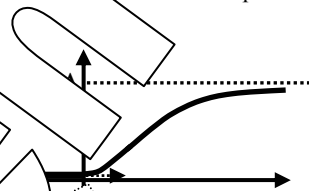
- Si on ne peut admettre la simplification (car  $\tau_1$  n'est pas  $> 5. \tau_2$ ):

$$\Delta N_{(p)} = \frac{\alpha_u}{(1 + \tau_1.p)(1 + \tau_2.p)} \Delta S_{r(p)} \quad \text{d'où: } \Delta N_{(p)} \approx \frac{\alpha_u . A}{p(1 + \tau_1.p)(1 + \tau_2.p)}$$

Par transformée inverse, on en déduit l'expression de  $N_{(t)}$

$$\Delta N_{(t)} = \alpha_u . A \left[ 1 - \frac{1}{(\tau_1 - \tau_2)} \left( \tau_1 . e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 . e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \right]$$

simplification impossible



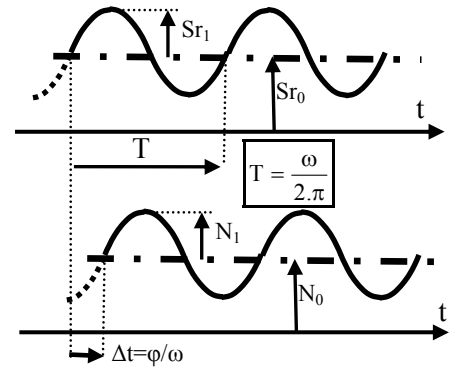
Le temps de réponse à 5% est donné par la solution de

$$\left[ \frac{1}{(\tau_1 - \tau_2)} \left( \tau_1 . e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 . e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \right] = 0,05 \rightarrow \text{tr}_{5\%} > 3 . \tau_1$$

pas de discontinuité de la pente au voisinage de 0 (caractéristique des système d'ordre >1)

**Schéma blocs en régime établi de variation sinusoïdale autour du point de repos**

Soit le signal d'excitation:  $S_{r(t)} = S_{r0} + S_{r1} \sin(\omega t)$   
 Le système étant linéaire, on aura  $N_{(t)} = N_0 + N_1 \sin(\omega t + \phi)$   
 Dans ce cas, on peut exprimer la fonction de transfert sous forme d'une fonction complexe (en faisant passer à la transformée de Laplace)



- Si on admet la forme simplifiée (si  $\tau_1 > 5. \tau_2$ ):

$$\frac{N_1}{S_{r1}} \approx \frac{\alpha_u}{1 + j.\omega.\tau_1} \quad \text{où } \tau_1 \text{ est pris comme origine des phases}$$

On en déduit l'expression de l'amplitude:  $N_1 \approx \frac{\alpha_u . S_{r1}}{j.\omega.\tau_1} \quad S_{r1} = \frac{\alpha_u . S_{r1}}{\sqrt{1 + \tau_1^2 . \omega^2}}$

et le déphasage:  $\phi_{(N_1/S_{r1})} = -\text{ATAN}(\omega.\tau_1)$

Pour une excitation impulsionnelle particulière  $\omega=1/\tau_1$  on obtient:

$N_1 \approx \frac{\alpha_u}{\sqrt{2}}$  soit un rapport d'amplitudes:  $\frac{N_1}{S_{r1}} \approx \frac{\alpha_u}{\sqrt{2}}$  et un déphasage  $\phi_{(N_1/S_{r1})} \cong -\text{ATAN}(1) = -45^\circ$

- Si on n'admet pas la forme simplifiée (car  $\tau_1$  n'est pas supérieur à  $5. \tau_2$ ):

$$\frac{N_1}{S_{r1}} = \frac{\alpha_u}{(1 + j.\omega.\tau_1)(1 + j.\omega.\tau_2)} \quad \text{où } S_{r1} \text{ est pris comme origine des phases}$$

On en déduit l'expression de  $N_1$ :  $N_1 = \left\| \frac{\alpha_u}{(1 + j.\omega.\tau_1)(1 + j.\omega.\tau_2)} \right\| . S_{r1} = \frac{\alpha_u . S_{r1}}{\sqrt{1 + \tau_1^2 . \omega^2} . \sqrt{1 + \tau_2^2 . \omega^2}}$

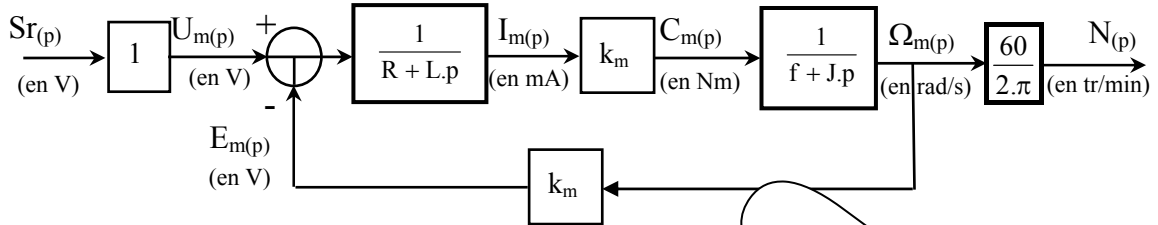
et le déphasage:  $\phi_{(N_1/S_{r1})} = \text{Arg} \left[ \frac{\alpha_u}{(1 + j.\omega.\tau_1)(1 + j.\omega.\tau_2)} \right] = -\text{ATAN}(\omega.\tau_1) - \text{ATAN}(\omega.\tau_2)$

## 1.2. Etude du cas où le frottement sec est compensé (Cs = 0)

Ce qui a été démontré pour des variations autour d'un point de repos, à condition qu'il n'y ait pas changement du signe de la vitesse, devient vrai même au voisinage de 0.

### ☛ Schéma blocs

Si la vitesse ne change pas de signe, le couple résistant dû au frottement sec reste constant, donc ses variations sont nulles. On en déduit le schéma blocs valable pour des variations autour du point de repos:



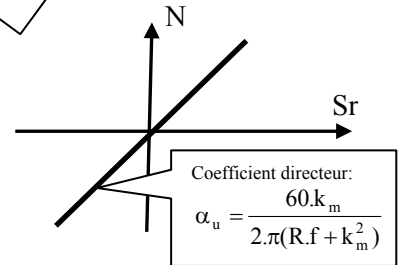
### ☛ Fonction de transfert N(p)/Sr(p)

On en déduit la fonction de transfert mise sous la forme:

$$\frac{N(p)}{Sr(p)} = \frac{\alpha_u}{(1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)}$$

avec  $\tau_1$  la constante de temps électromécanique et  $\tau_2$  la constante de temps proche de la constante de temps électrique.

$$\frac{R \cdot J}{k_m \cdot f + k_m^2} \quad \text{et} \quad \tau_2 \approx \frac{L}{R}$$



### ☛ Fonctionnement en régime statique

Il suffit de faire  $p = 0$  dans la fonction de transfert.

Ce qui conduit à une caractéristique de transfert linéaire.

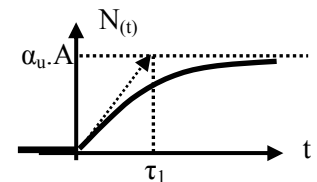
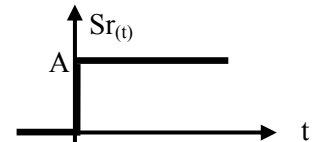
### ☛ Réponse à une commande en échelon constant

$$Sr(t) = A \cdot u(t)$$

- Si on admet la forme simplifiée (si  $\tau_1 > 5 \cdot \tau_2$ )  
On en déduit la transformée de Laplace de la vitesse N:

$$N(p) = \frac{\alpha_u \cdot A}{p(1 + \tau_1 \cdot p)}$$

Par transformée inverse, on détermine l'expression de N(t)



Le temps de réponse à 5% est donné par  $tr_{5\%} \approx 3 \cdot \tau_1$

Si on admet la simplification (car  $\tau_1$  n'est pas  $> 5 \cdot \tau_2$ ):

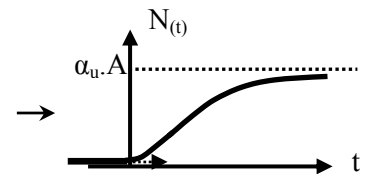
$$N(p) \approx \frac{\alpha_u \cdot A}{p(1 + \tau_1 \cdot p)}$$

Par transformée inverse, on en déduit l'expression de N(t)

$$N(t) = \alpha_u \cdot A \left[ 1 - \frac{1}{(\tau_1 - \tau_2)} \left( \tau_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \right]$$

Le temps de réponse à 5% est donné par la solution de

$$\left[ \frac{1}{(\tau_1 - \tau_2)} \left( \tau_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \right] = 0,05 \rightarrow tr_{5\%} > 3 \cdot \tau_1$$



### ☛ Comportement en régime harmonique établi

Soit le signal d'excitation:  $S_{r(t)} = S_{r1} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Le système étant linéaire, on aura  $N_{(t)} = N_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$

Dans ce cas, on peut exprimer la fonction de transfert sous la forme d'une fonction complexe: ( $p = j \cdot \omega$ )

- Si on admet la forme simplifiée (si  $\tau_1 > 5 \cdot \tau_2$ ):

$$\frac{N_1}{S_{r1}} \approx \frac{\alpha}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_1} \text{ où } S_{r1} \text{ est pris comme origine des phases}$$

On en déduit l'expression de  $N_1$ :

$$N_1 = \left\| \frac{\alpha_u}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_1} \right\| S_{r1} = \frac{\alpha_u \cdot S_{r1}}{\sqrt{1 + \tau_1^2 \cdot \omega^2}}$$

et le déphasage:

$$\varphi_{(N_1/S_{r1})} = \text{Arg} \left[ \frac{\alpha}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_1} \right] = -\text{ATAN}(\omega \cdot \tau_1)$$

Calcul des modules et arguments en fonction de valeurs particulières de  $\omega$ :

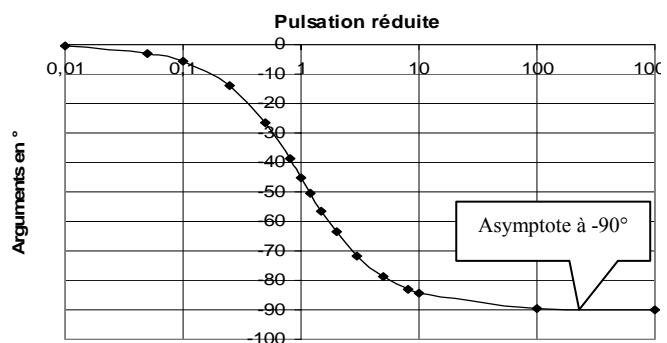
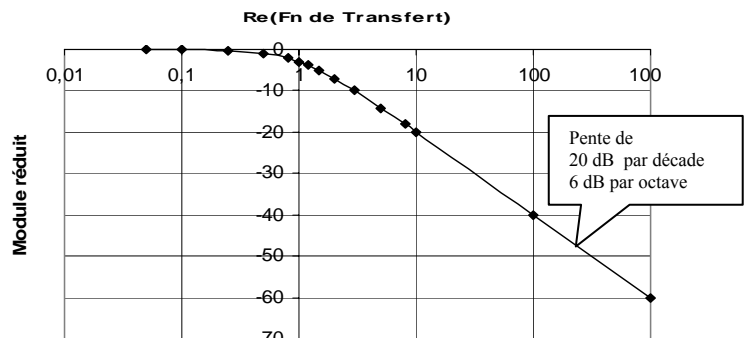
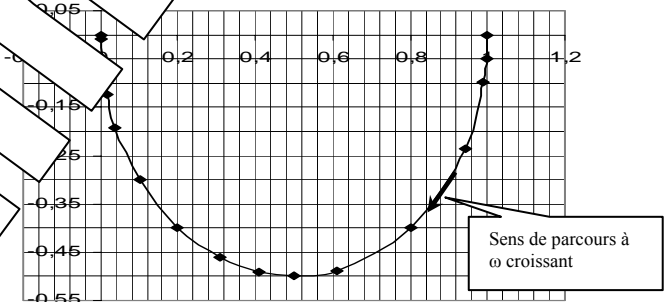
$\omega =$	0	$1/(10 \cdot \tau_1)$	$1/(2 \cdot \tau_1)$	$1/\tau_1$	$10/\tau_1$	$\infty$
$\left\  \frac{N_1}{S_{r1}} \right\  =$	$\alpha_u$	$\alpha_u / \sqrt{(1,01)}$ $= 0,995 \cdot \alpha$	$\alpha_u / \sqrt{(1,25)}$ $= 0,894 \cdot \alpha$	$\alpha_u / \sqrt{(2)}$ $= 0,707 \cdot \alpha$	$\alpha_u / \sqrt{(10)}$ $= 0,316 \cdot \alpha$	0
$20 \cdot \log \left[ \left\  \frac{N_1}{S_{r1}} \right\  / \alpha_u \right]$	0 dB	-0,04 dB	-1 dB	-3 dB	-20 dB	$-\infty$
$\varphi(N_1/S_{r1}) =$	0	$-5,7^\circ$	$-26,5^\circ$	$-45^\circ$	$-84,3^\circ$	$-90^\circ$

D'où la bande passante à -3dB:  $0 \leq \text{BP}_{-3\text{dB}} \leq 1/\tau_1$

**Lieux de transfert:**

\* dans le plan de Nyquist (plan complexe) coordonnées réduites

On peut démontrer que le lieu de transfert dans le plan complexe est un demi cercle  
Ce lieu peut être gradué en fonction de  $\omega$  (ou  $u = \omega \cdot \tau_1$  en coordonnées réduites)



\* dans le plan de Nyquist (plan complexe) coordonnées réduites

Axe des x avec  $x = \log(u) = \log(\omega \cdot \tau_1)$   
Axe des y avec  $y = 20 \cdot \log \left[ \left\| \frac{N_1}{S_{r1}} \right\| / \alpha_u \right]$

b/ Graphe des déphasages en coordonnées réduites:

Axe des x avec  $x = \log(u) = \log(\omega \cdot \tau_1)$   
Axe des y avec  $y = \varphi(N_1/S_{r1})$  en °



- Si on ne peut admettre la simplification (car  $\tau_1$  n'est pas  $> 5 \cdot \tau_2$ ):

$$\overline{N_1} = \frac{\alpha_u}{(1 + j\omega\tau_1)(1 + j\omega\tau_2)} \text{ où } S_{r1} \text{ est pris comme origine des phases}$$

On en déduit l'expression de  $N_1$ :

$$N_1 = \left\| \frac{\alpha_u}{(1 + j\omega\tau_1)(1 + j\omega\tau_2)} \right\| \cdot S_{r1} = \frac{\alpha_u \cdot S_{r1}}{\sqrt{1 + \tau_1^2 \cdot \omega^2} \cdot \sqrt{1 + \tau_2^2 \cdot \omega^2}}$$

et le déphasage:

$$\varphi_{(N_1/S_{r1})} = \text{Arg} \left[ \frac{\alpha_u}{(1 + j\omega\tau_1)(1 + j\omega\tau_2)} \right] = -\text{ATAN}(\omega\tau_1) - \text{ATAN}(\omega\tau_2)$$

Pour  $\omega \rightarrow 0$

$$N_1 \rightarrow \alpha_u \cdot S_{r1}$$

$$\varphi_{(N_1/S_{r1})} \rightarrow 0$$

Pour  $\omega = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}}$

$$N_1 = \frac{\alpha_u \cdot S_{r1}}{\sqrt{1 + \tau_1/\tau_2} \cdot \sqrt{1 + \tau_2/\tau_1}}$$

$$\varphi_{(N_1/S_{r1})} = -90^\circ$$

Pour  $\omega \rightarrow \infty$

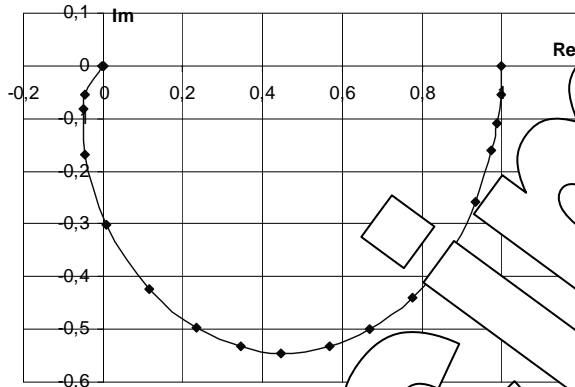
$$N_1 \rightarrow 0$$

(atténuation au rythme de -40dB/décade)

$$\varphi_{(N_1/S_{r1})} \rightarrow 180^\circ$$

Lieux de transfert en coordonnées réduites ( $\alpha_u$  réduit à 1 et  $S_{r1}$  à 1) et on admet  $\tau_2 = \tau_1/10$

- Dans le plan complexe (représentation de Nyquist)



Présentation de BODE

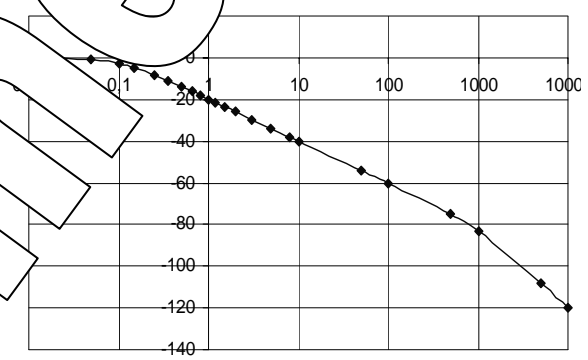
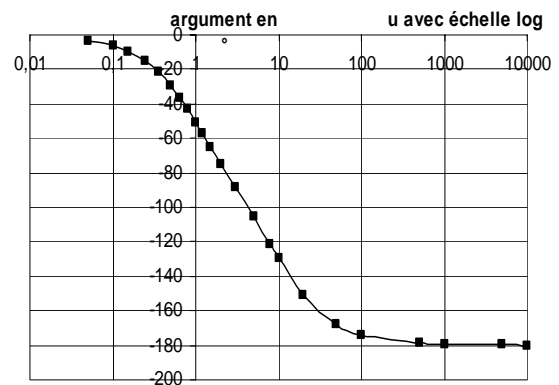


Diagramme des arguments



Spécimen

## 2. CARACTERISATION EN REGIME STATIQUE

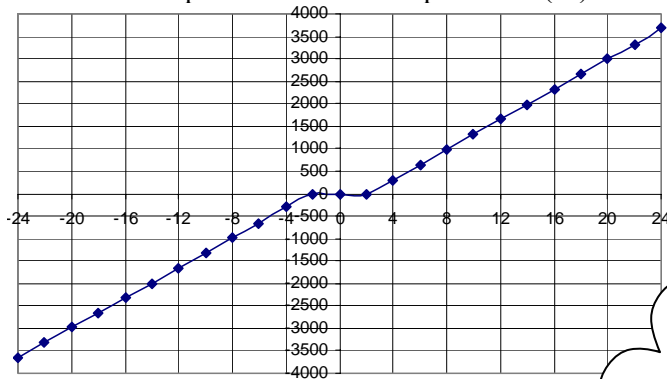
### 2.1. Frottement sec non compensé $Cfs = 0$ et $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$

#### 2.1.1. Relevé de la caractéristique de transfert statique

☞ Tableau des valeurs relevées:

Sr en V	-24	-20	-16	-12	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	12	16	20	24
N en tr/min	-3656	-2980	-2312	-1660	-980	-655	-307	0	0	0	300	650	983	1660	2320	3000	3690

☞ Caractéristique de transfert statique:  $N = f(Sr)$



L'influence du frottement sec est beaucoup plus faible que dans le TP "BO1" (Commande d'un moteur courant) car elle ne représente qu'une partie de la plage de commande contrairement à ce qui est observé dans le TP "BO1". D'ailleurs, la zone linéaire est plus ample car on n'est pas en saturation.

#### 2.1.2. Exploitation, schéma bloc statique

☞ Donner les équations des 2 portions de données:

pour  $N > 0 \rightarrow N = 168.Sr - 363$  pour  $N < 0 \rightarrow N = 166.Sr + 335$

☞ Coefficient de transfert en variant

$$\alpha_u = \frac{\Delta N}{\Delta Sr} = 167 \text{ tr/min/V}$$

### 2.2. Frottement parfaitement compensé $Cfs = -7 \text{ mN.m}$ et $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$

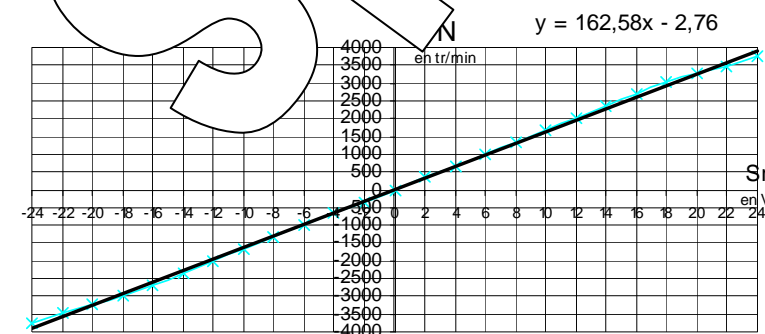
#### 2.2.1. Relevé de la caractéristique de transfert statique

Conditions de l'essai:  $Csf = -7 \text{ mN.m}$  avec  $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$

☞ Tableau des valeurs relevées:

Sr en V	-24	-18	-10	-4	-2	0	2	4	10	14	18	20	22	24
N en tr/min	-3656	-3005	-1680	-676	-350	0	340	665	1667	2350	3015	3250	3480	3750

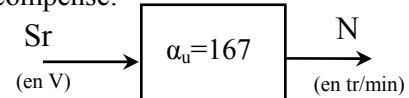
☞ Caractéristique de transfert statique:



On constate que pour  $Csf = -7 \text{ mN.m}$  le frottement sec est correctement compensé car la caractéristique statique ne présente pas de seuil.

#### 2.2.2. Exploitation:

☞ Schéma bloc statique si on suppose le frottement sec parfaitement compensé:



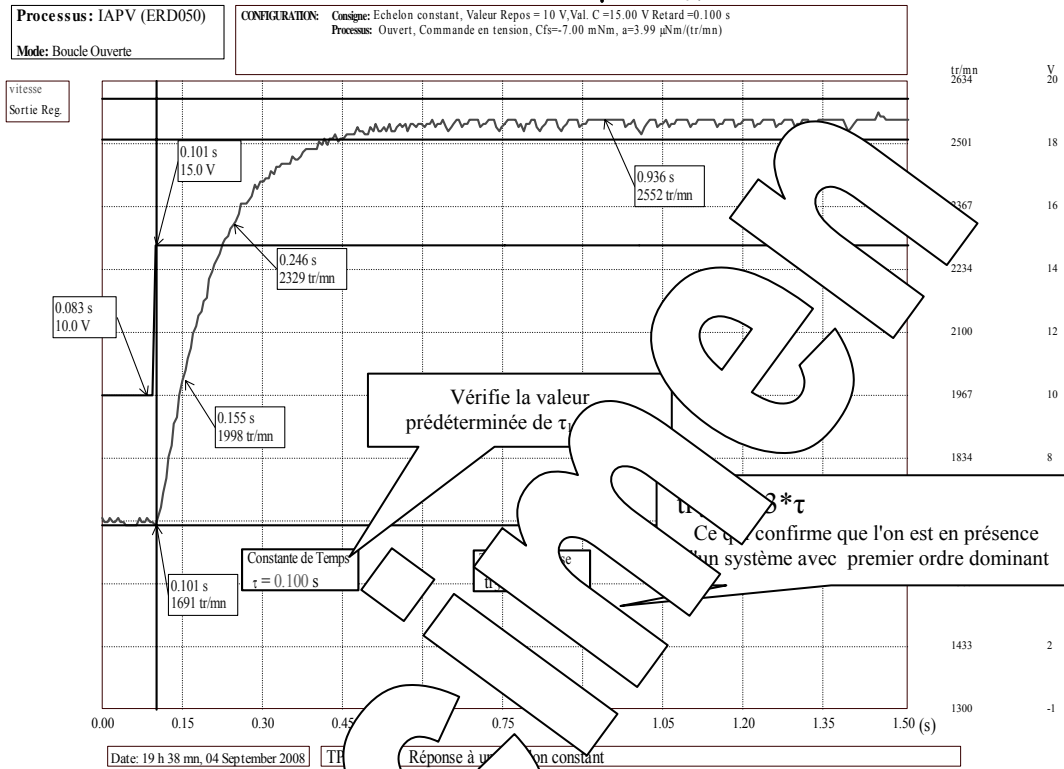
### 3. CARACTERISATION EN REGIME DYNAMIQUE

#### 3.1. Réponse à un échelon constant

##### 3.1.1. Relevé expérimental

Partant d'un état de repos avec  $Sr = 10V$ , on applique un échelon de commande constant de valeur  $Sr = 15V$ . L'instant où est appliqué l'échelon est pris comme origine des temps.

Conditions de l'essai :  $Csf = -7 \text{ m.N.m}$  et  $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$



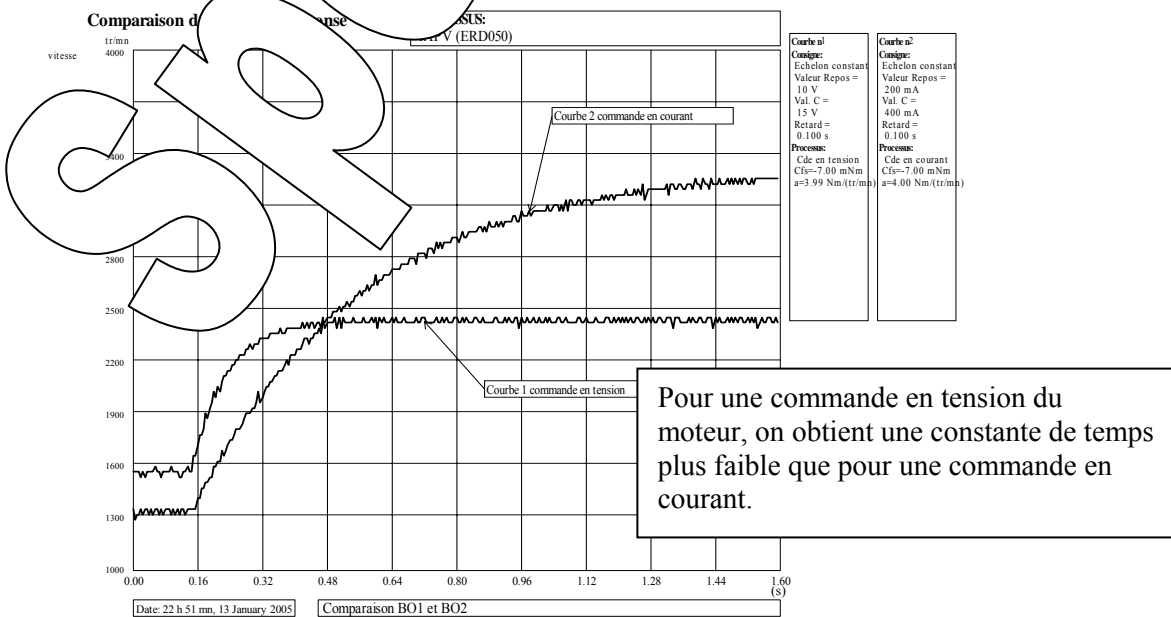
##### 3.1.2. Exploitation:

On relève la valeur de la constante de temps dominante:  $\tau_1 = 0,1s$   
 et le rapport statique  $N(\infty)/Sr = 2460 / 15 = 164 \text{ tr/min/V}$

$\tau_1 = 0,1s$

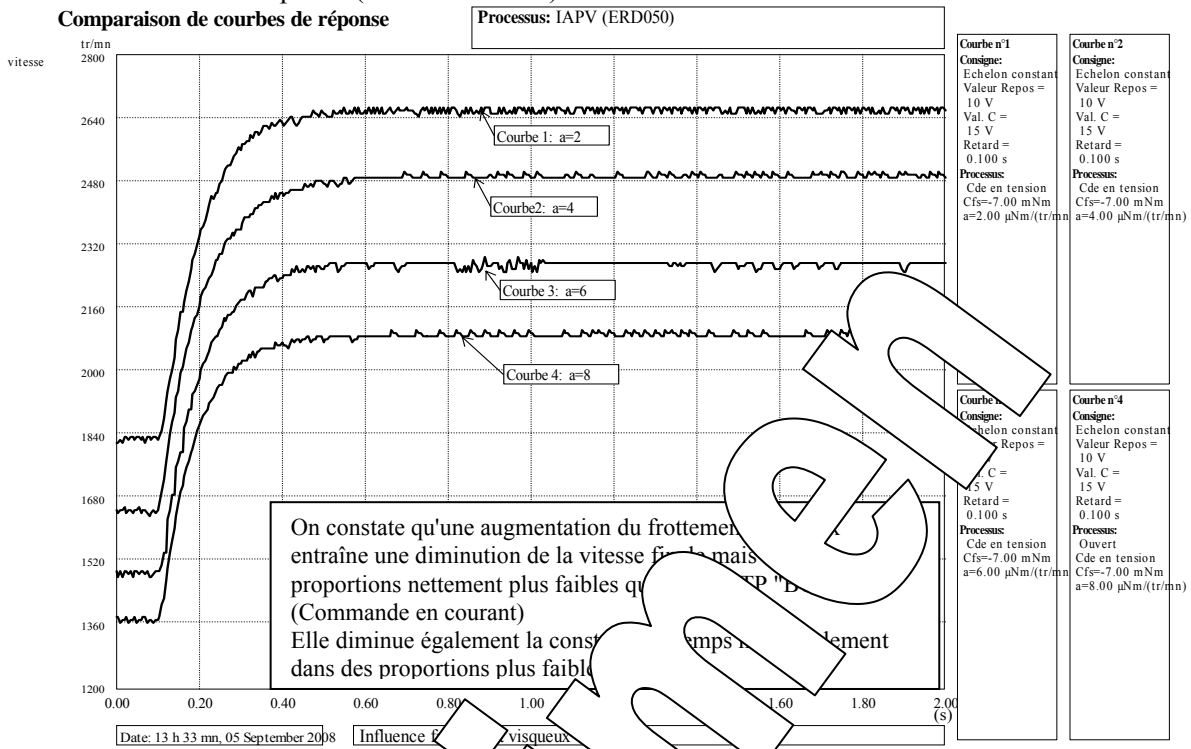
$N(\infty)/Sr = 2460 / 15 = 164 \text{ tr/min/V}$

Comparaison avec la réponse en TP "BO1" dans des conditions comparables

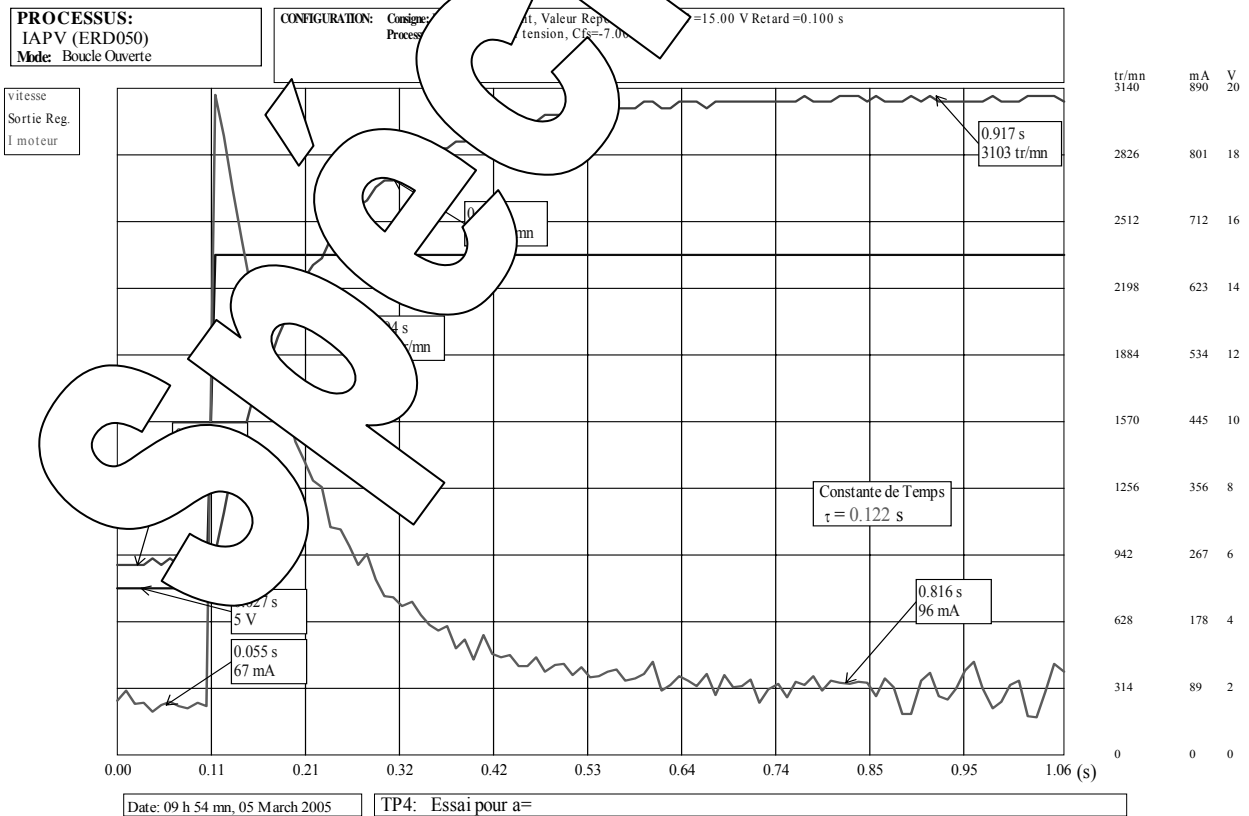


### 3.1.3. Etude de l'influence du coefficient de frottement visqueux

Courbes de réponses obtenues pour les valeurs de  $a = 2$ ; puis 4; puis 6 et enfin 8  $\mu.N.m/tr/min$  avec le frottement sec bien compensé ( $Cfs = -7 m.N.m$ ).



### Relevé expérimental avec $a = 0$ et $Csf = -7$



Contrairement au même essai réalisé pour une commande en courant, la vitesse atteinte en régime permanent dépend de la tension appliquée aux bornes du moteur.

En régime permanent, le couple mécanique est théoriquement nul (frottement visqueux négligeable et frottement sec compensé). Le courant consommé sera donc faible, ce qui est montré par le relevé expérimental. La maille électrique a pour expression:  $U_m = E_m + R \cdot I_m$

avec:  $E_m$  la force contre électro-motrice et  $E_m = k_m \cdot \Omega_m$   
 $k_m$  la constante de couple  $k_m = 42,4 \cdot 10^{-3} \text{ N.m/A}$  (inverse de la constante de vitesse)  
 $\Omega_m$  la vitesse de rotation en rad/s  
 $R = R_m + R_s$   $R_m$  la résistance d'induit égale à 4,97 Ohms  
 et  $R_s$  la résistance shunt de mesure courant égal à 5 Ohms

On peut donc prédéterminer la vitesse atteinte en régime permanent:

$$N = (60/2 \cdot \pi)(U_m - R \cdot I_m)/k_m = (60/2 \cdot \pi)(15 - 10 \cdot 0,096)/0,0424 = 3164 \text{ tr/min}$$

→ ce qui est vérifié par l'essai expérimental.

Dans ce cas la constante de temps a pour expression théorique:

A partir de la valeur de  $\tau$  relevée on peut déterminer  $J = 22 \cdot 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$   
 → ce qui est proche des valeurs obtenues dans le "TP BO1"

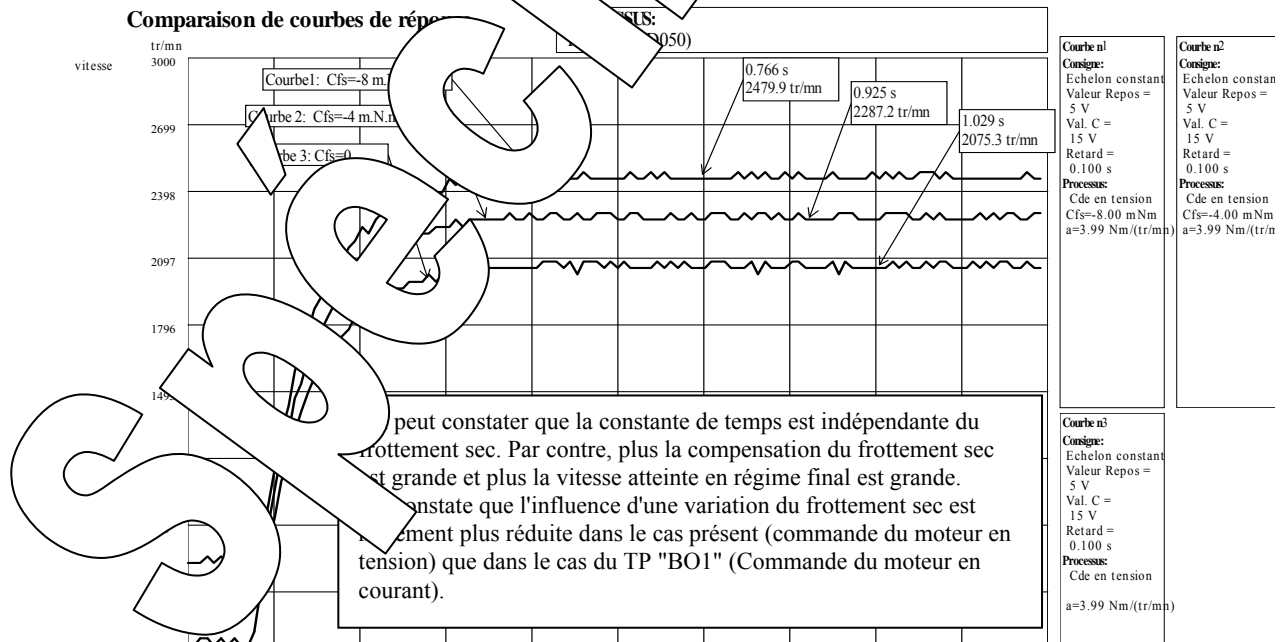
A l'instant initial (instant où est appliqué la discontinuité de tension aux bornes du moteur) seules les résistances limitent l'amplitude de l'impulsion de courant.

$$I_{m \text{ max}} = \Delta U_m / R = (15-5)/10 = 1 \text{ A}$$

→ ce qui est vérifié par l'essai expérimental.

### 3.1.4. Etude de l'influence du coefficient de frottement sec

Courbes de réponses obtenues pour les valeurs de  $Cfs = -4$  et enfin  $-8 \text{ m.N.m}$ , avec le frottement visqueux maintenu constant: ( $a = 4 \text{ V}$ ) (voir les ci-après).

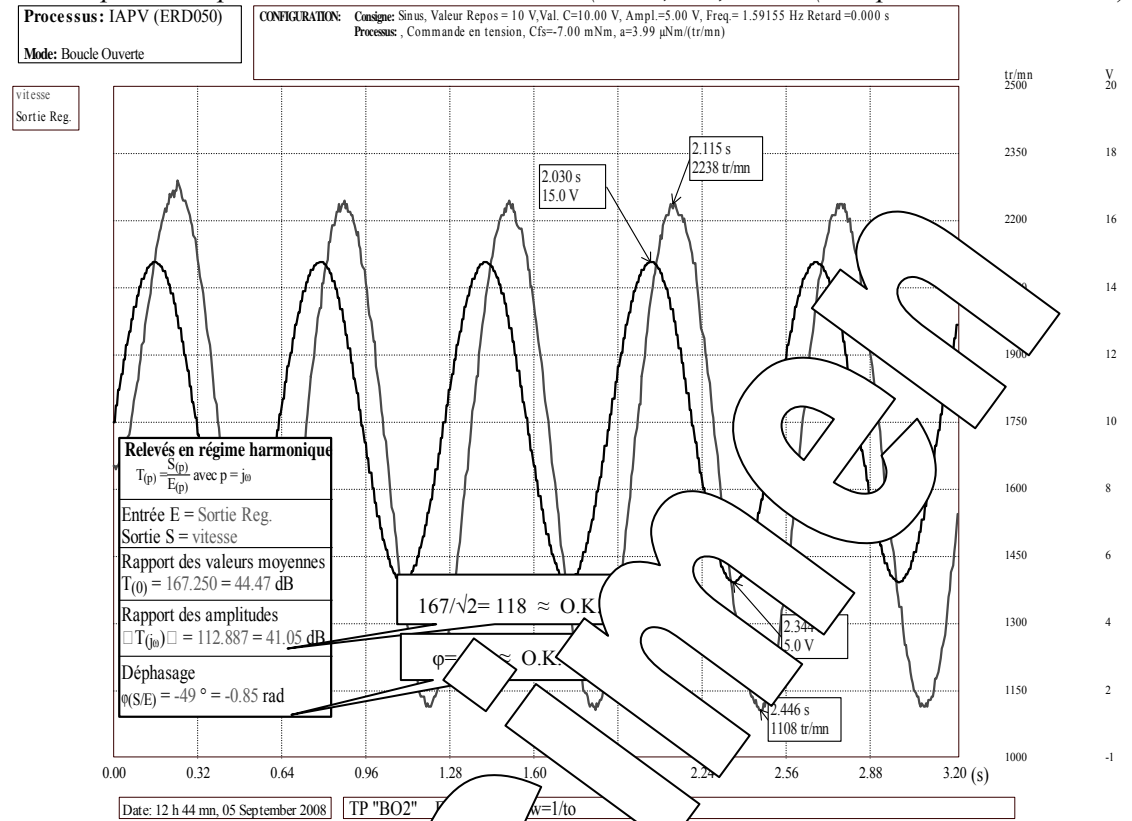


### 3.2. Comportement en régime sinusoïdal

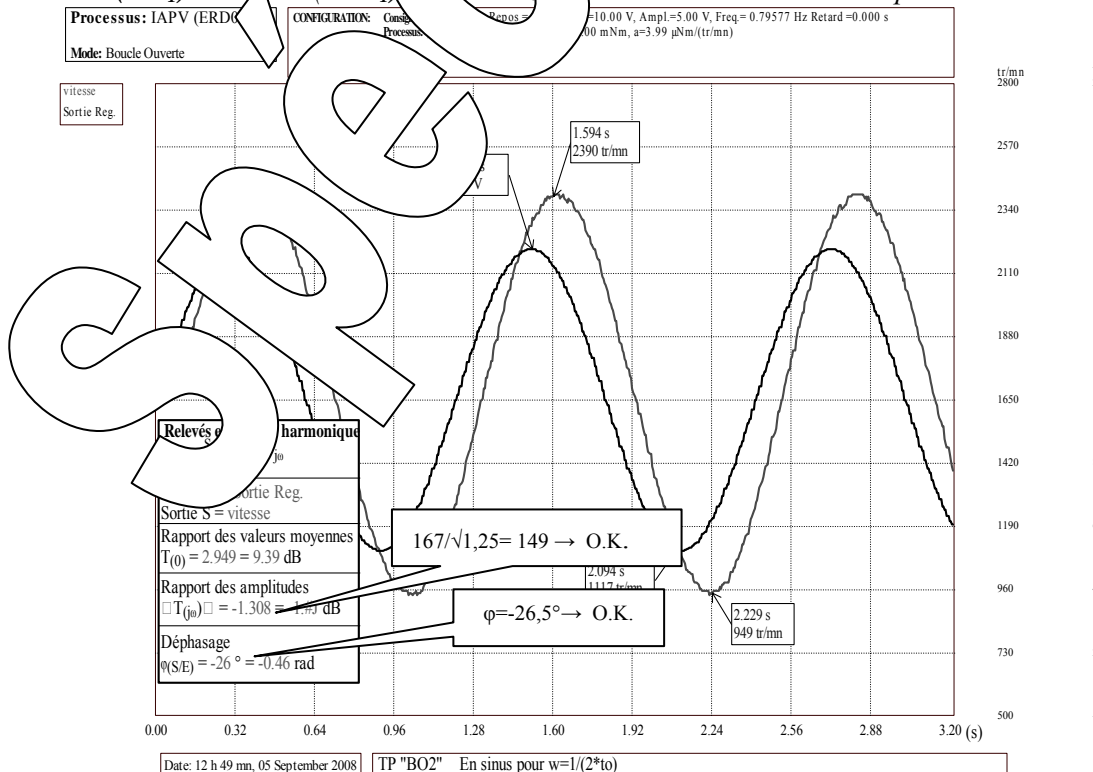
#### 3.2.1. Relevé expérimental:

Conditions de l'essai  $Sr_{(t)} = Sr_0 + Sr_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$  ;  $Sr_0 = 10V$  ;  $Sr_M = 5V$

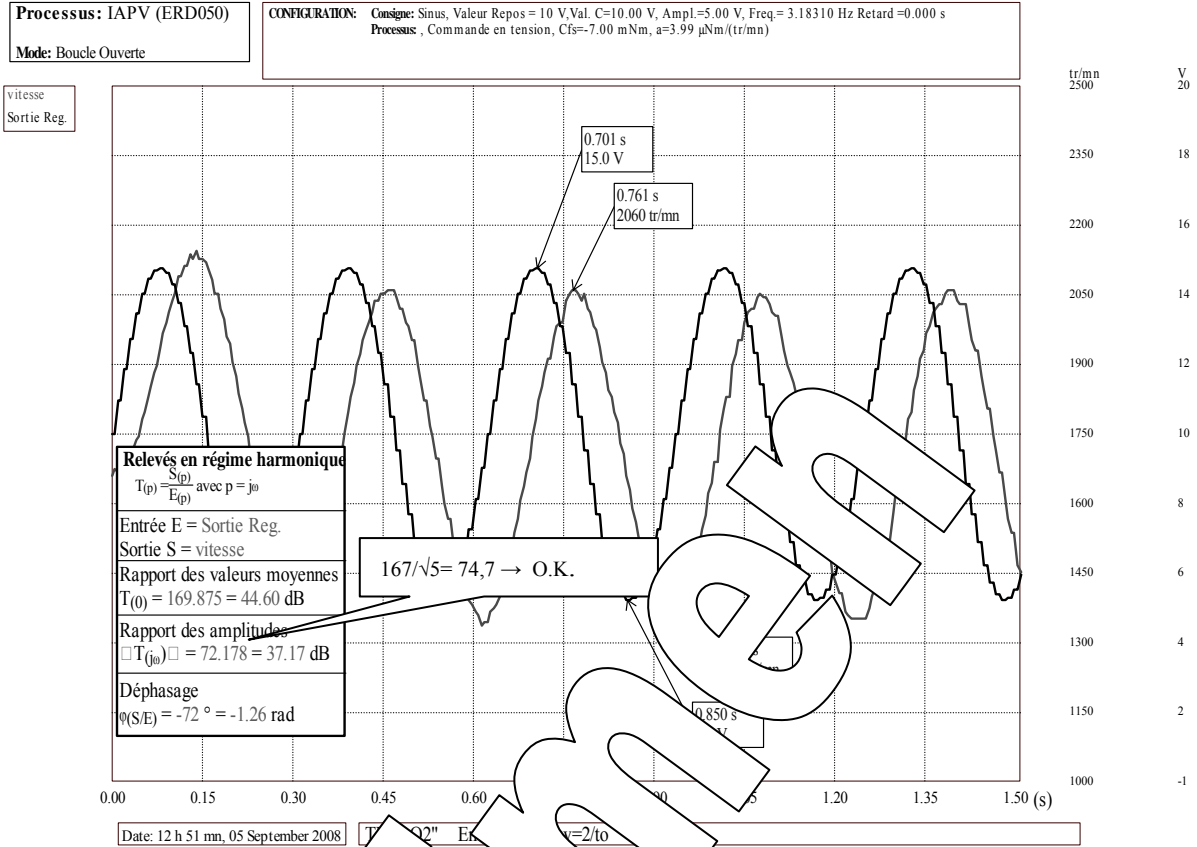
Pour la pulsation particulière  $\omega = 1/\tau_1 \rightarrow F = 1/(2 \cdot \pi \cdot \tau_1) = 1,59 \text{ Hz}$  (A la pulsation de cassure)



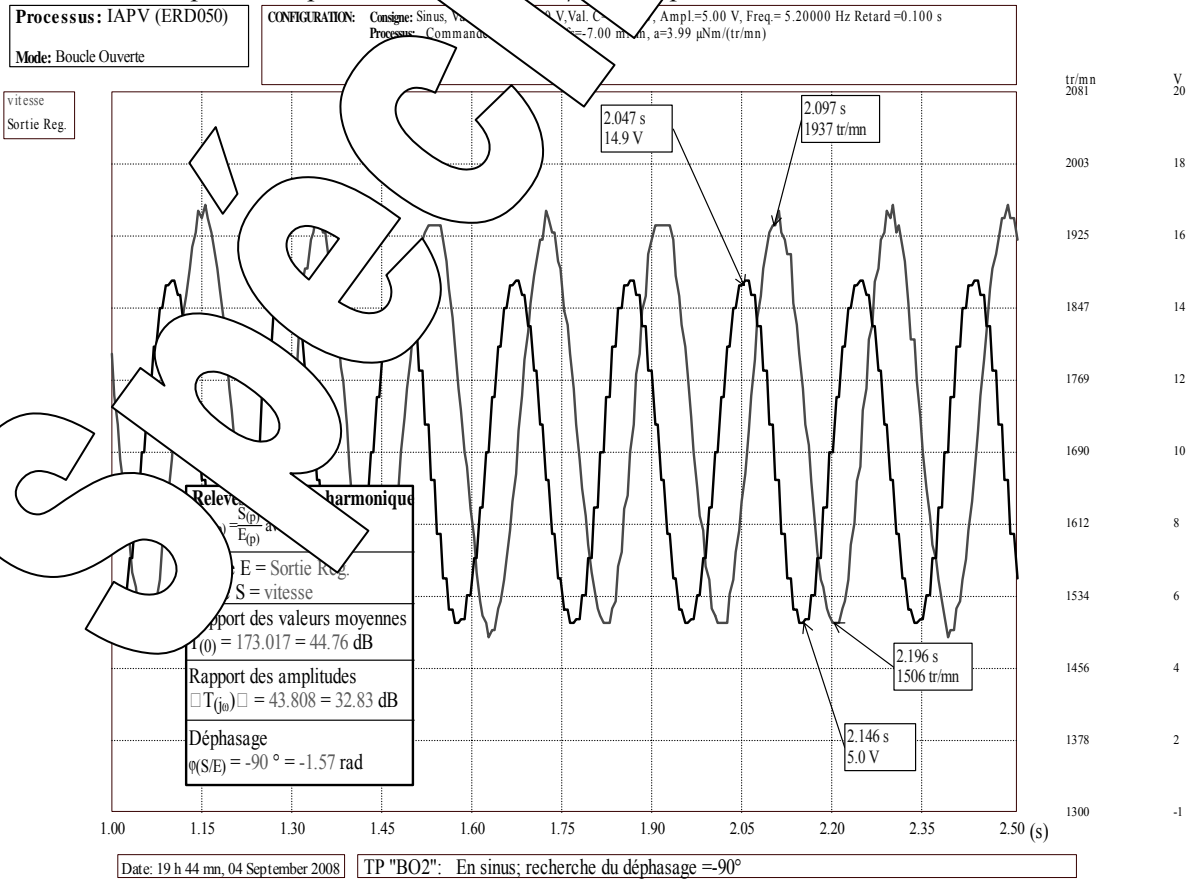
Pour  $\omega = 1/(2 * \tau_1) \rightarrow F = 1/(4 \cdot \pi \cdot \tau_1) = 0,795 \text{ Hz}$  (une octave au dessous de la pulsation de cassure)



Pour  $\omega = 2 / \tau_1 \rightarrow F = 1 / (\pi \cdot \tau_1) = 3,18 \text{ Hz}$  (Une octave au dessus de la pulsation de cassure)



Recherche de la pulsation particulière que  $\omega = 2$  pulsation  $\omega = 90^\circ$



**Exploitation:**

On relève  $F_{-90} = 5,2\text{Hz}$  soit  $\omega_{-90} = 32,6\text{rad/s}$

Or la pulsation  $\omega_{-90}$  est solution de  $\varphi_{(N_1/S_{r1})} = -\text{ATAN}(\omega_{-90} \cdot \tau_1) - \text{ATAN}(\omega_{-90} \cdot \tau_2) = -90^\circ$

soit  $\omega_{-90} = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}} = 32,6\text{rad/s}$  soit  $\tau_2 = \frac{1}{\tau_1 \cdot \omega_{-90}^2} = 0,0094\text{S}$  (Proche de la valeur prédéterminée 0,008S)

On vérifie le rapport des amplitudes à la pulsation  $\omega_{-90}$ :

$$\frac{N_1}{S_{r1}} \frac{\alpha_u}{\sqrt{1 + \tau_1^2 \cdot \omega_{-90}^2} \cdot \sqrt{1 + \tau_2^2 \cdot \omega_{-90}^2}} = \frac{167}{\sqrt{1 + 0,1^2 \cdot 32,6^2} \cdot \sqrt{1 + 0,0094^2 \cdot 32,6^2}} = 47 \text{ à comparer avec la valeur relevée: } 43$$

Spécimen



# Compte-Rendu

de Travaux Pratiques  
sur système IAPV (ERD050)

## Niveau 2 TP n°5

Réf: TP2-5\_IAPV\_RPV\_Compte-rendu.word

# ETUDE EN BOUCLE FERMEE, EN VITESSE AVEC CORRECTION PROPORTIONNELLE

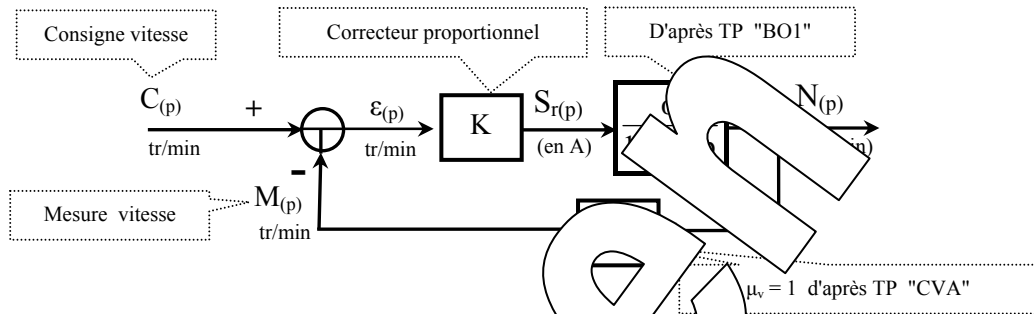
Réf: RVP

→ Avec Interface de puissance de type "Commande en Courant"

→ Avec charge de type frottement fluide et frottement sec compensé

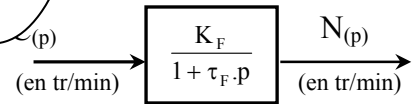
## 1. PREDETERMINATIONS

### Rappel du schéma blocs



### Fonction de transfert en boucle fermée

$$N_{(p)} = K \frac{\alpha}{1 + \tau_m p} [C_{(p)} - \mu_v \cdot N_{(p)}]$$



$$F_{(p)} = \frac{N_{(p)}}{C_{(p)}} = \frac{K \alpha}{(1 + \tau_m p + K \alpha \mu_v)} = \frac{1 + K \alpha \mu_v}{1 + \tau_m p + K \alpha \mu_v}$$

$$K_F = \frac{K \alpha}{1 + K \alpha \mu_v} \quad \tau_F = \frac{\tau_m}{1 + K \alpha \mu_v}$$

Si on souhaite obtenir  $\tau_F = 4$  il faut:  $1 + K \alpha \mu_v = 4$

$$K = \frac{3}{\alpha \mu_v} \rightarrow K = \frac{3}{101} = 0,03 \text{ mA/tr/min}$$

$$K_F = \frac{0,3 \cdot 10}{4} = 0,75$$

### Comportement en régime statique

#### Fonction de transfert en régime statique

Il suffit de poser  $p = 0$  dans la fonction de transfert:

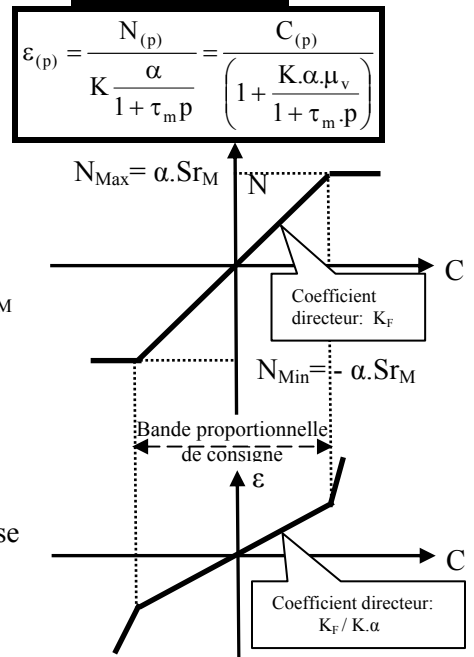
$$\frac{N}{C} = \frac{1 + K \alpha \mu_v}{1 + K \alpha \mu_v}$$

Le coefficient directeur est limité à la plage de variation  $-S_{rM} < S_r < S_{rM}$

Pour l'erreur statique: 
$$\varepsilon_s = \frac{C}{(1 + K \alpha \mu_v)}$$

Lorsque le régulateur est saturé, la vitesse reste bloquée à sa valeur maxi (donc la mesure reste aussi bloquée). Une augmentation de C se retrouve alors intégralement en niveau de l'écart.

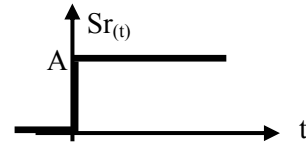
Lorsqu'on augmente le coefficient d'action proportionnel K, le gain statique augmente jusqu'à la limite  $1/\mu_v$  et l'erreur statique diminue.



**Comportement en régime d'échelon constant**

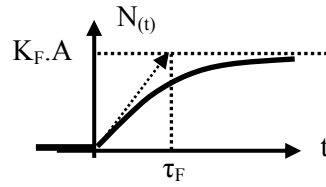
**Réponse à une commande en échelon constant:**

$$C(t) = A \cdot u(t) \quad ] \quad S_{r(p)} = \frac{A}{p}$$



On en déduit la transformée de Laplace de la vitesse N:

$$N_{(p)} = K_F \cdot C_{(p)} \quad \text{d'où:} \quad N_{(p)} = \frac{K_F \cdot A}{p(1 + \tau_F \cdot p)}$$



Par transformée inverse, on en déduit l'expression de N(t)

$$N_{(t)} = K_F \cdot A (1 - e^{-\frac{t}{\tau_F}})$$

Le temps de réponse à 5% est solution de  $e^{-\frac{t}{\tau_F}} = 0,05$   
 Le système est donc plus rapide en boucle fermée qu'il n l'était en boucle ouverte.

$$\rightarrow tr_{5\%} = 3 \frac{\tau_m}{1 + K \cdot \alpha \cdot \mu_v}$$

**Comportement en régime harmonique établi**

Soit le signal d'excitation:  $C(t) = C_1 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Le système étant linéaire, on aura  $N(t) = N_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$

Dans ce cas, on peut exprimer la fonction de transfert sous la forme d'une fonction complexe

(en faisant  $p = j \cdot \omega$ )  $\frac{N_1}{C_1} = \frac{K_F}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_F}$  où  $C_1$  est pris en compte

On en déduit l'expression de  $N_1$ :

$$N_1 = \frac{K_F}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau_F)^2}}$$

et le déphasage:

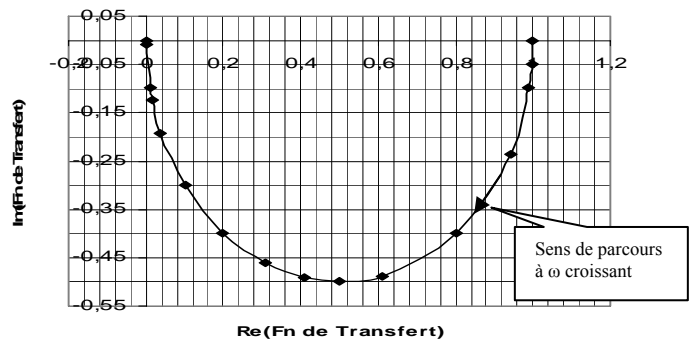
$$\varphi_{(N_1/C_1)} = \text{Arg} \left[ \frac{K_F}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_F} \right] = -\text{ATAN}(\omega \cdot \tau_F)$$

Calcul des modules et arguments en fonction des particularités de  $\omega$ :

$\omega =$	0	$1/(10 \cdot \tau_F)$	$1/(2 \cdot \tau_F)$	$1/\tau_F$	$2/\tau_F$	$10/\tau_F$	$\infty$
$\left\  \frac{N_1}{C_1} \right\  =$	$K_F$	$K_F / \sqrt{101}$	$K_F / \sqrt{5}$	$K_F / \sqrt{2}$	$K_F / \sqrt{5}$	$K_F / \sqrt{101}$	0
$20 \cdot \log \left[ \left\  \frac{N_1}{C_1} \right\  / K_F \right]$	0 dB	-20 dB	-14 dB	-3 dB	-7 dB	-20 dB	$-\infty$
$\varphi_{(N_1/C_1)} =$	0°	-5,7°	-26,6°	-45°	-62,5°	-84,3°	-90°

D'où la bande de passage  $\leq BP_{-3dB} \leq 1/\tau_F \rightarrow BP_{-3dB}$  en BF est supérieure à celle en BO

**Lieu de transfert**  
 - dans le plan complexe (plan de Nyquist) en coordonnées réduites  
 On peut démontrer que le lieu de transfert dans le plan complexe est un demi-cercle.  
 Ce lieu peut être gradué en fonction de  $\omega$  (ou  $u = \omega \cdot \tau_F$  en coordonnées réduites)



- dans le plan de Bode  
 a/ Graphe des rapports des amplitudes en

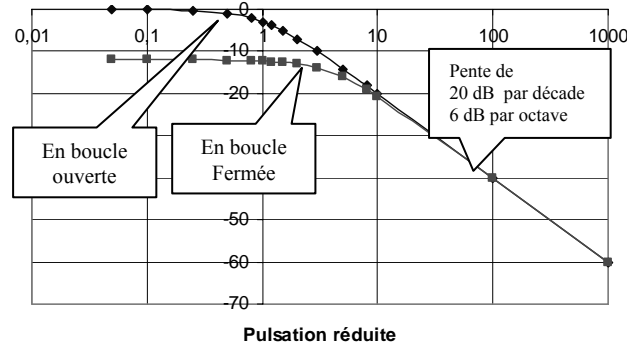
coordonnées réduites :

Axe des x avec  $x = \log(u) = \log(\omega \cdot \tau_F)$

Axe des y avec  $y = 20 \cdot \log \left[ \left| \frac{N_1}{C_1} \right| / K_F \right]$

Remarque:

Les courbes des amplitudes ont même asymptote mais la bande passante en BF est plus grande



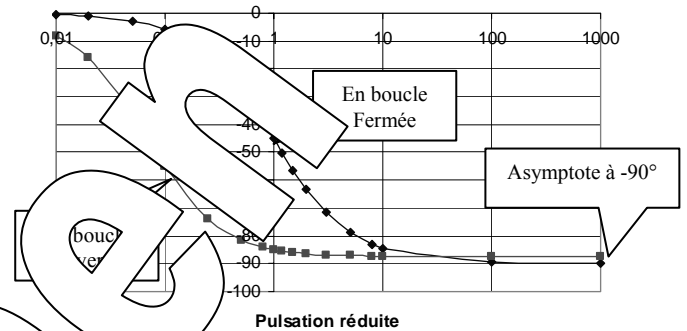
b/ Graphe des déphasages en coordonnées réduites:

Axe des x avec  $x = \log(u) = \log(\omega \cdot \tau_F)$

Axe des y avec  $y = \varphi(N1/C1)$  en °

Remarque:

En boucle fermée, le déphasage intervient pour des fréquences plus élevées.



## 2. CARACTERISATION EN STATIQUE

### 2.1. Relevé de la caractéristique de transfert statique

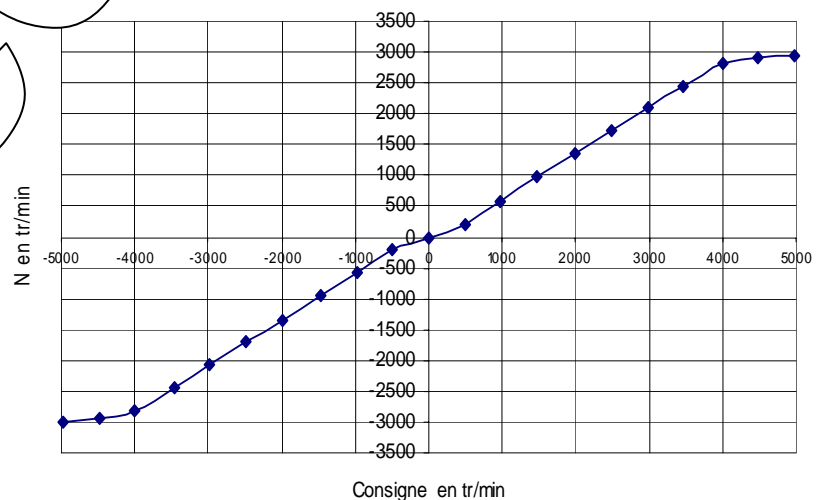
### 2.2. Frottement sec compensé $C_{sf} = -7 \text{ mN.m}$ et $a = 4 \text{ } \mu\text{N.m/tr/min}$

#### 2.2.1. Relevé de la caractéristique de transfert statique

Conditions de l'essai:  $C_{sf} = -7 \text{ mN.m}$  et  $a = 4 \text{ } \mu\text{N.m/tr/min}$

Caractéristique de transfert statique:  $N = f(C)$

C en tr/min	N en tr/min	$\epsilon$ en tr/min
-4977	-2980	
-4485	-2950	-15
-3994	-2800	
-3472	-2427	
-2980		
-2488	90	798
-1997		
-983	-584	-399
492		277
983		399
1475	980	495
1997	1352	645
2488	1720	768
2980	2089	891
3472	2440	1032
3994	2826	1168
4485	2920	1565
4977	2950	2027



Cette caractéristique présente des saturation si la consigne dépasse la plage de consigne  $-4000 < C < +4000$

Le coefficient directeur des portions de droites vaut  $\frac{\Delta N}{\Delta C} = 0,743$

Il correspond bien à la valeur de  $K_F$  prédéterminée (0,75).

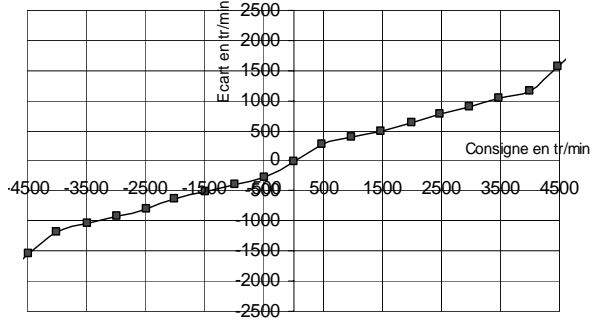
Le coefficient directeur des portions de droites vaut

$$\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta C} = 0,2565$$

Il correspond bien à la valeur prédéterminée ( $K_F/K_v \cdot \alpha = 0,75/3=0,25$ ).

Lorsque la vitesse atteint sa valeur de saturation (la même qu'en boucle ouverte), la mesure reste constante et l'augmentation de consigne se retrouve au niveau de l'écart.

Caractéristique de précision statique



### 2.2.2. Exploitation, schéma bloc statique:

Equations des 2 portions de droites:

pour  $N > 0 \rightarrow N = 0,743 \cdot C - 132$  en tr/min

pour  $N < 0 \rightarrow N = 0,743 \cdot C + 132$  en tr/min

La caractéristique présente encore une petite portion à  $N=0$  au voisinage de l'origine même si celle-ci s'est nettement réduite. Avec  $Cfs = -7$  m.N.m/A le frottement sec n'est pas totalement compensé. D'après le compte rendu du TP "BO1", il faudrait choisir  $Cfs = -7,3$  m.N.m/A pour obtenir une compensation totale.

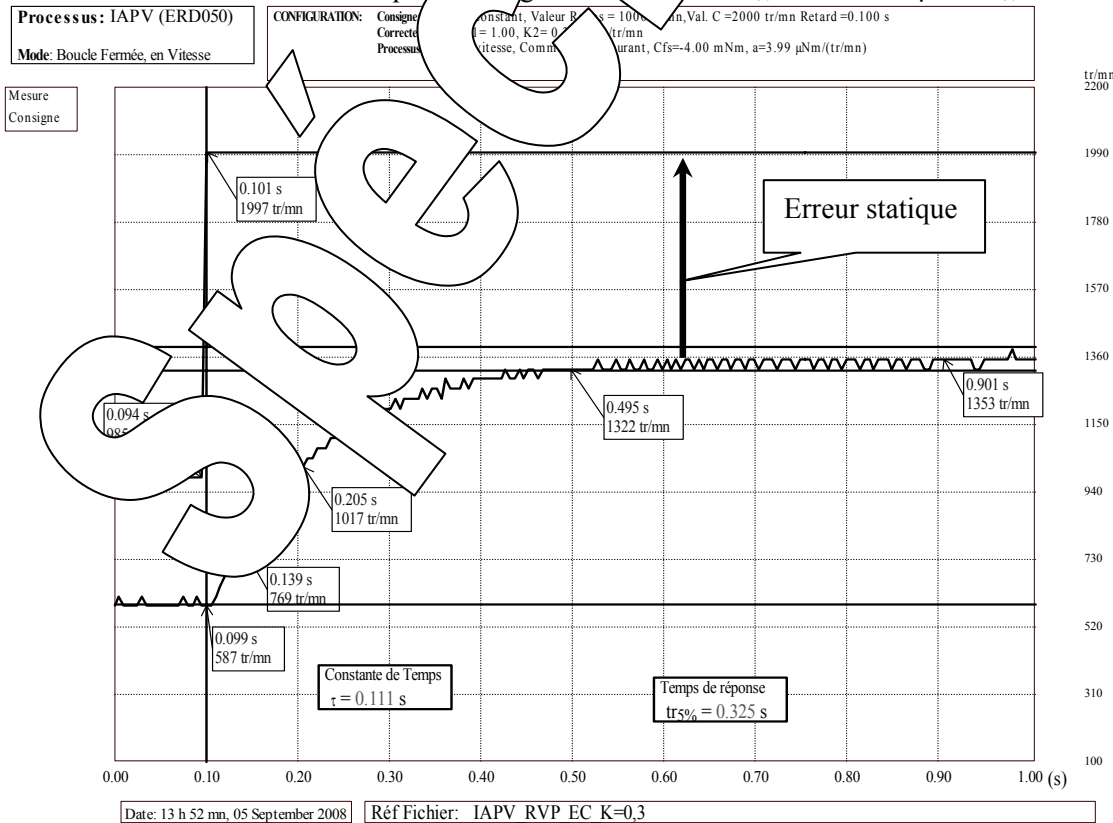
## 3. CARACTERISATION EN DYNAMIQUE

### 3.1. Réponse à un échelon commandé

#### 3.1.1. Relevé expérimental

Partant d'un état de repos à 2500 tr/min, on passe à un échelon de commande constant de valeur  $C = 3000$  tr/min à un instant pris comme origine des temps.

Conditions de l'essai: caractéristique statique:  $Cs = 0,743$  N.m/tr/min et  $a = 4 \mu$ .N.m/tr/min



3.1.2. Exploitation:

☞ Constante de temps en boucle fermée:  
A comparer avec la valeur prédéterminée

$$\tau_F = 0,111 \text{ S}$$

$$\tau_F = \frac{\tau_m}{4} = \frac{0,48}{4} = 0,12 \text{ S}$$

☞ Coefficient de transfert en variation:

$$K_F = \frac{\Delta N}{\Delta C} = \frac{1353 - 587}{2000 - 1000} = 0,76 \text{ S}$$

A comparer avec la valeur prédéterminée: 0,75

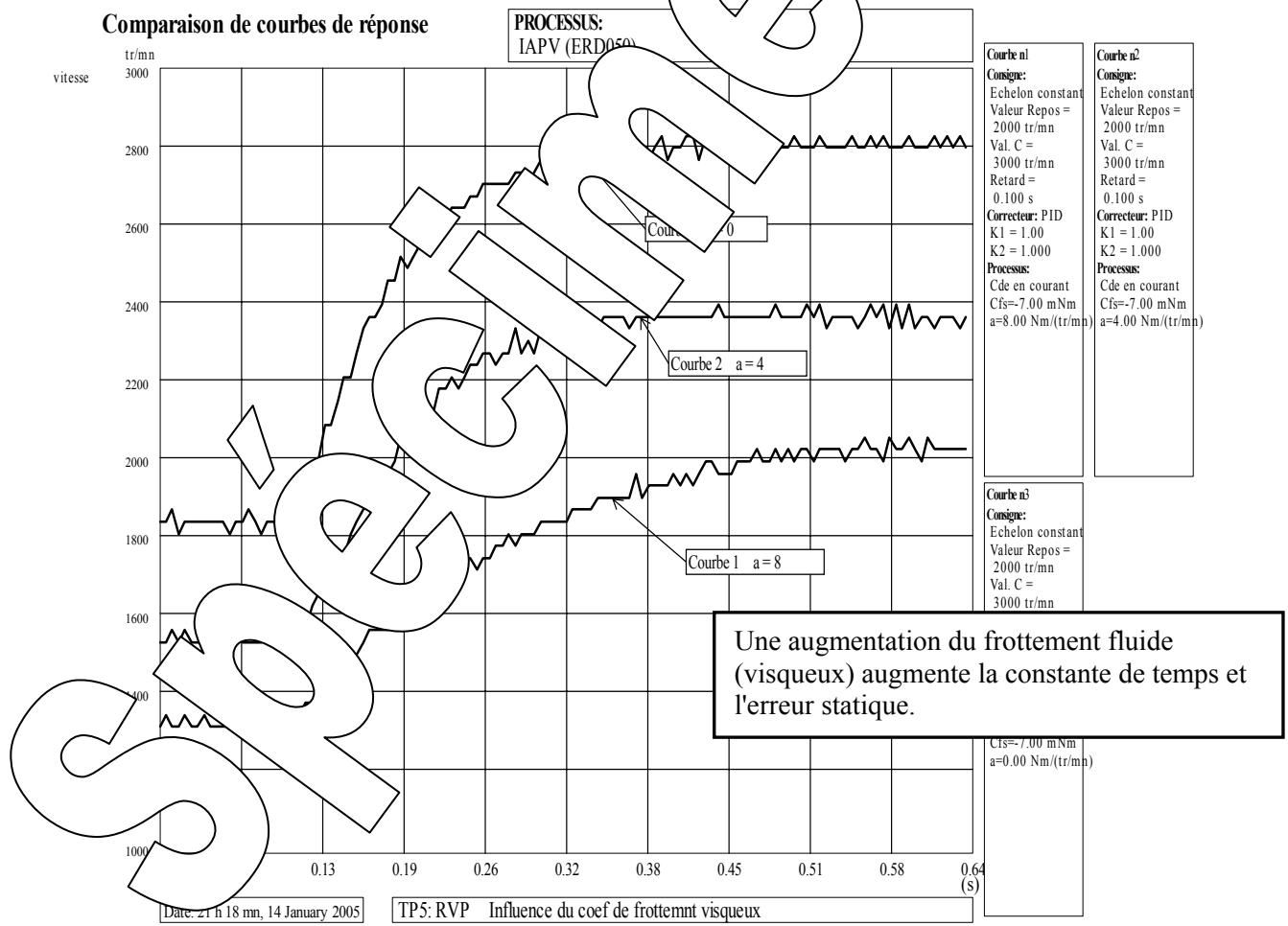
☞ Erreur statique:

$$\epsilon_s = 1997 - 1353 = 644 \text{ tr/min}$$

A comparer avec la valeur prédéterminée: C/4=500 tr/min

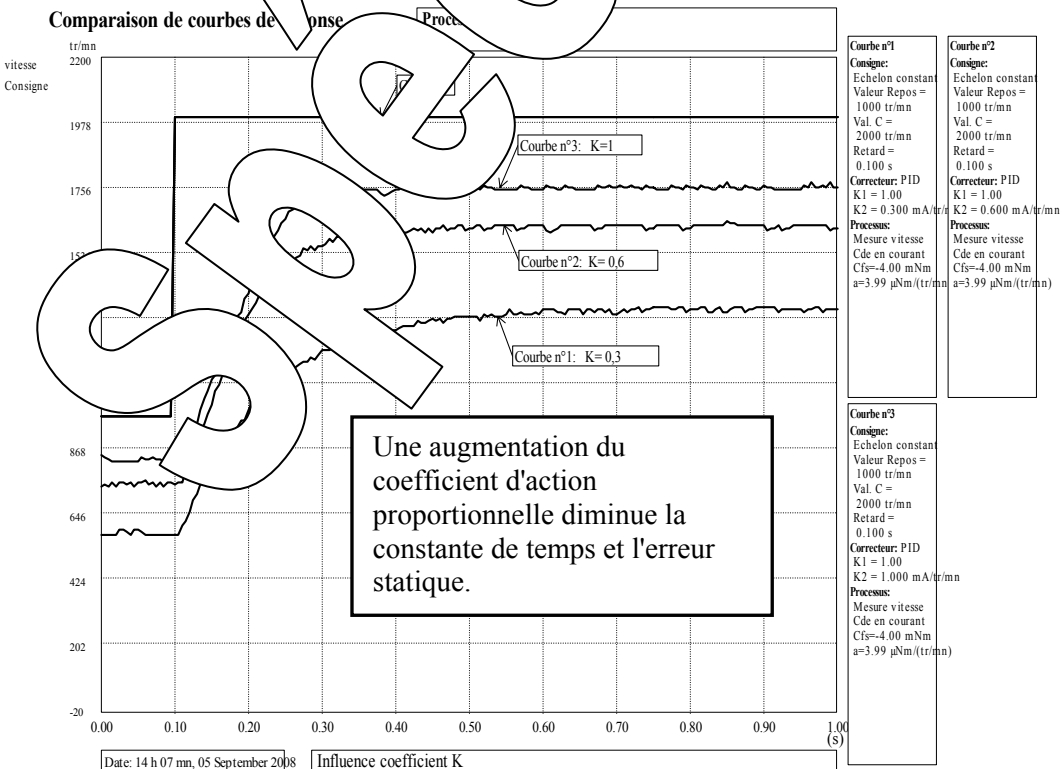
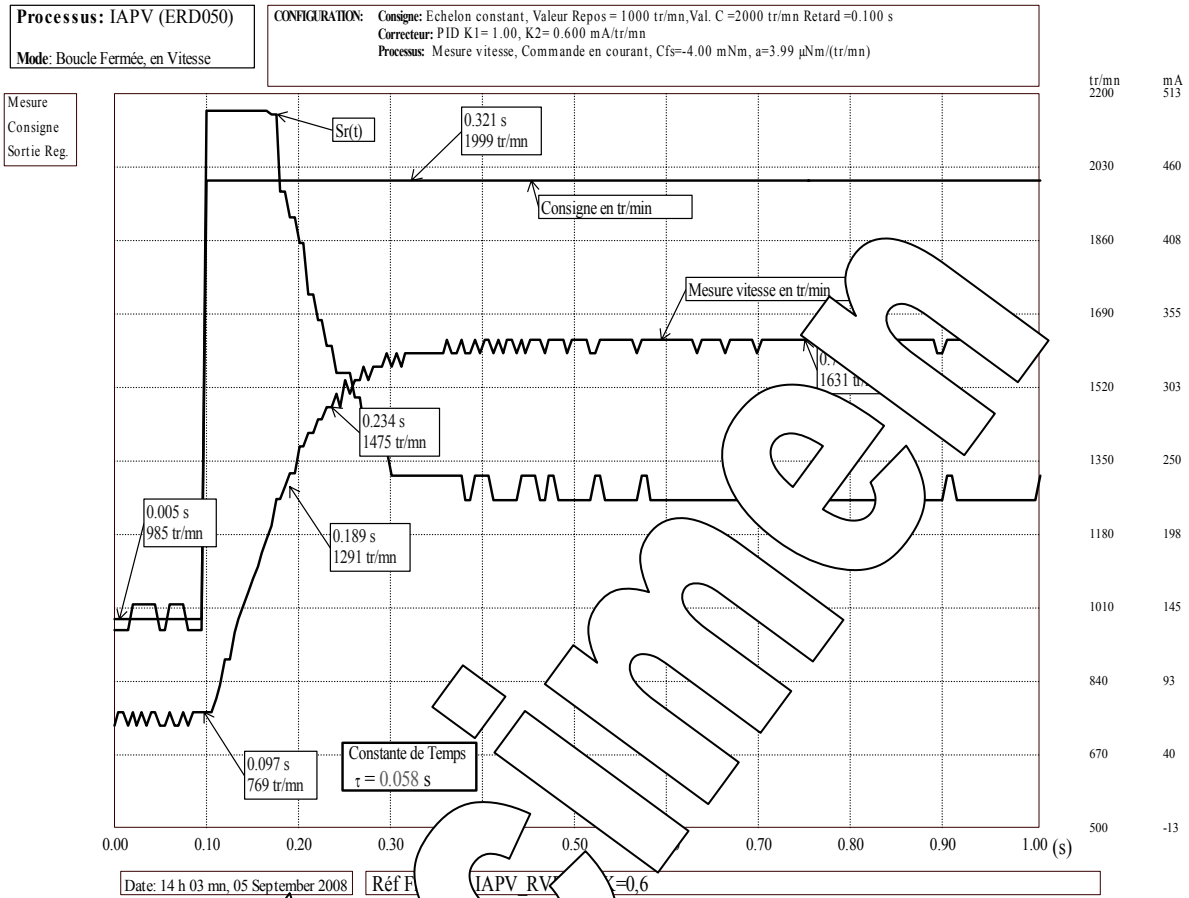
3.1.3. Etude de l'influence du coefficient de frottement visqueux

☞ Essai pour d'autres valeurs du coefficient de frottement visqueux: 4; et 8  $\mu\text{N.m/tr/min}$  (Csf maintenu à -7 m.N.m -> frottement sec bien compensé)



### 3.1.4. Etude de l'influence du coefficient d'action proportionnelle

Essais avec  $K_2 = 0,6$



### 3.2. Comportement en régime sinusoïdal

#### 3.2.1. Relevé expérimental:

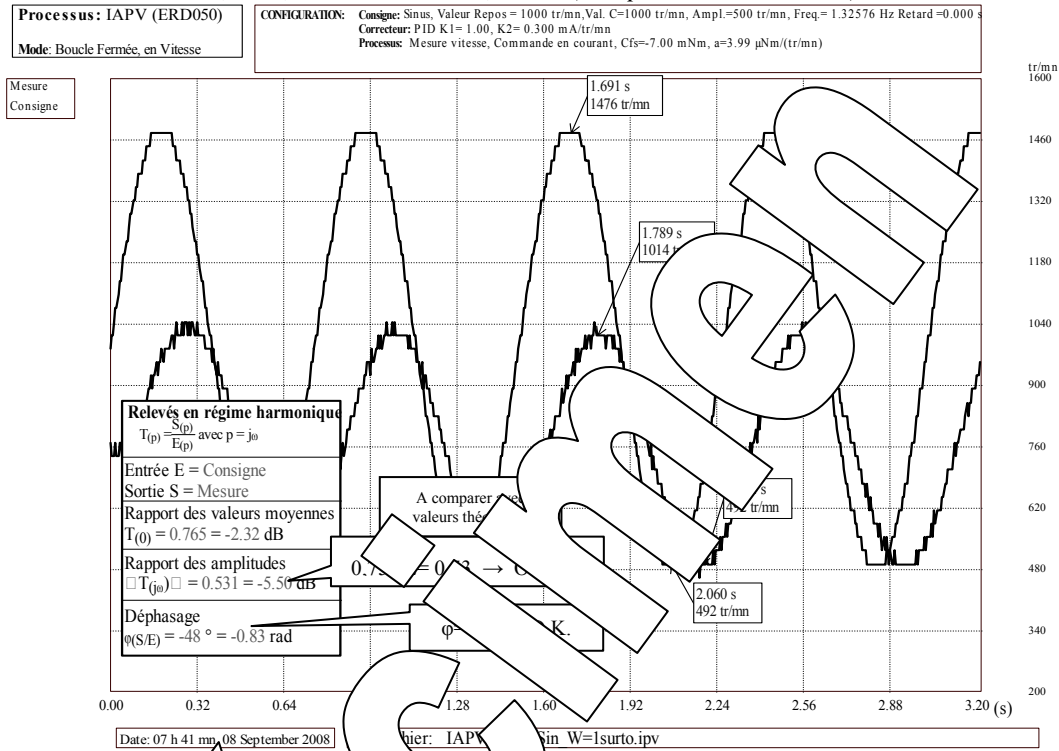
On excite le système par une commande  $C(t) = C_0 + C_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$

**Conditions de l'essai :** - Caractéristique de charge:  $Csf = -7 \text{ m.N.m/tr/min}$  et  $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$   
 - Commande "Sinus"

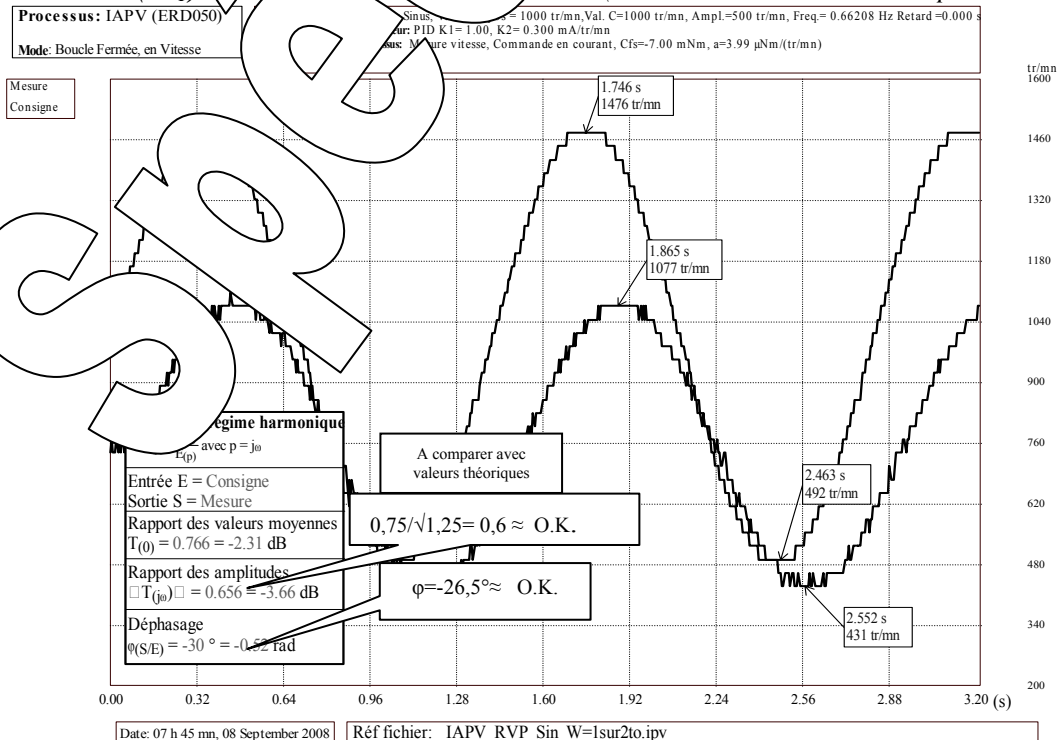
avec: Valeur  $C = C_0 = 1000 \text{ tr/min}$  la valeur moyenne

Amplitude =  $C_M = 500 \text{ tr/min}$

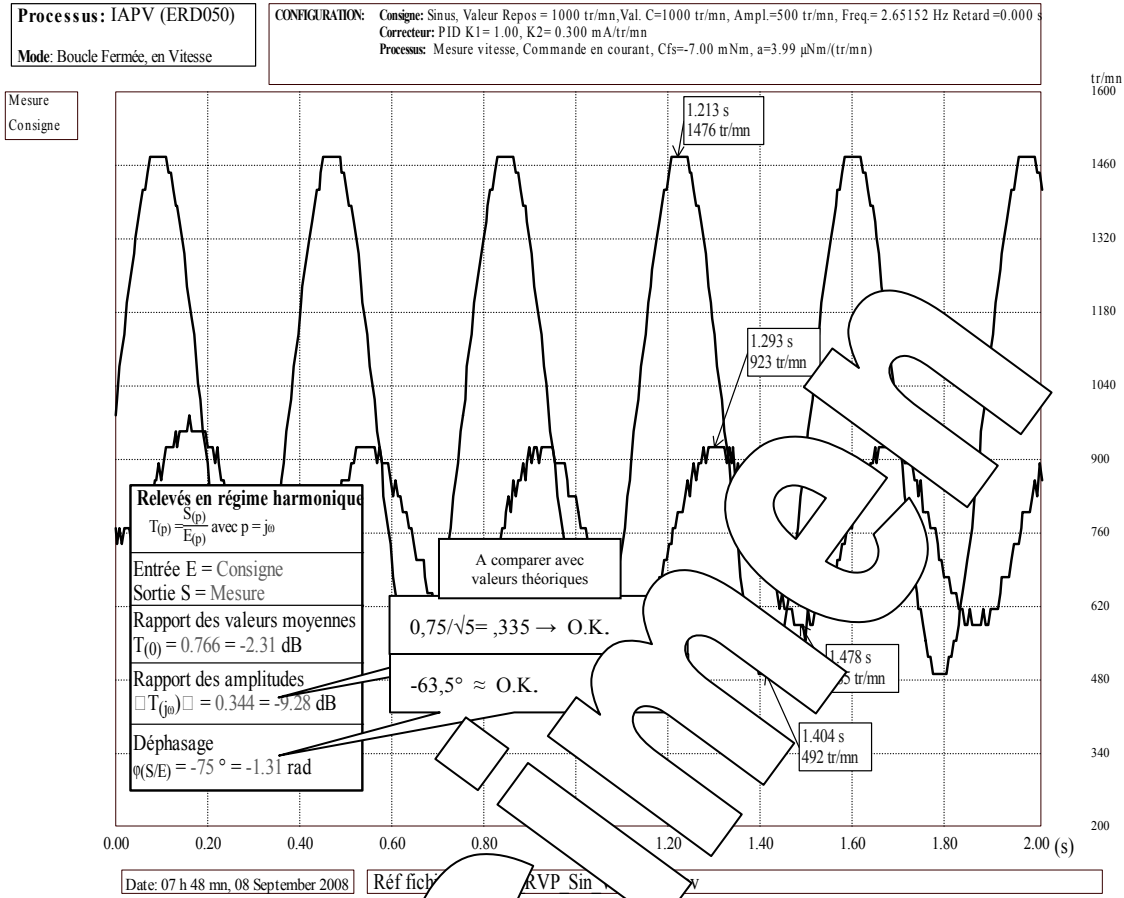
Pour  $\omega = 1/\tau_f = 1/0,12 = 8,33 \text{ rad/s} \rightarrow F = 1,33 \text{ Hz}$  (à la pulsation de cassure)



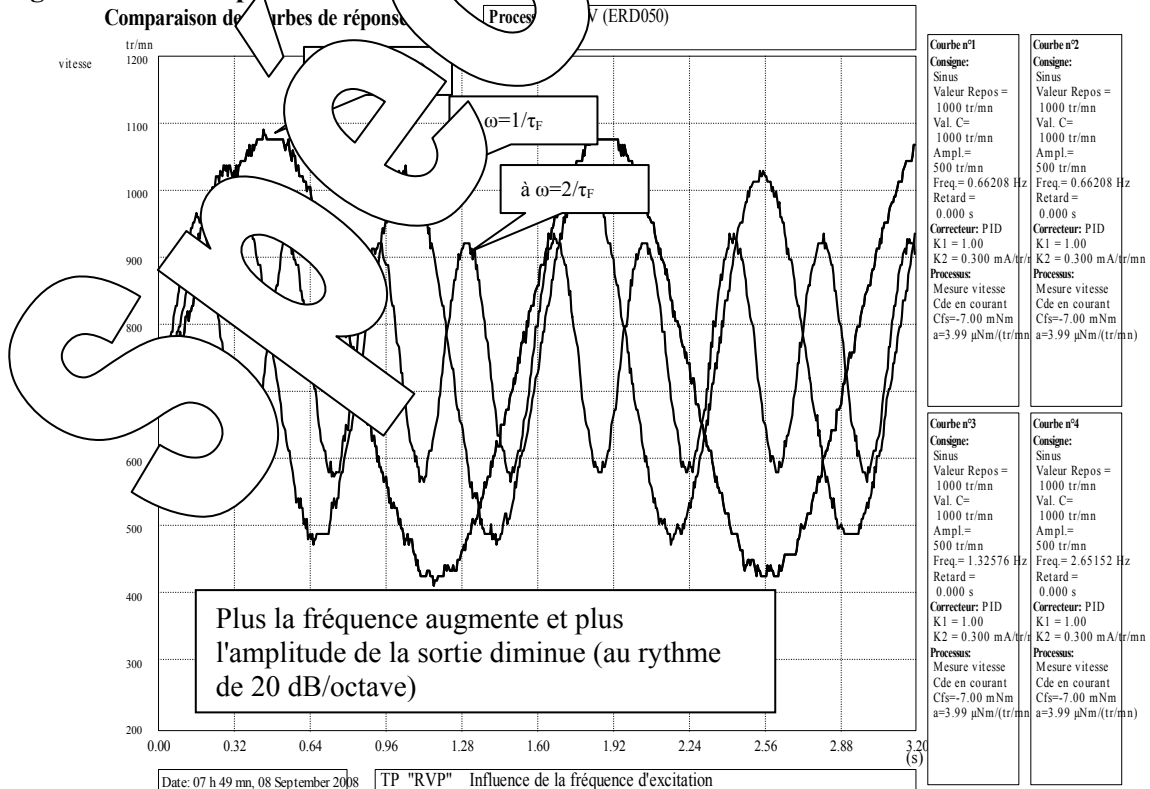
Pour  $\omega = 1/(2 \cdot \tau_f) = 0,208 \text{ rad/s} \rightarrow F = 0,33 \text{ Hz}$  (à une octave au dessous de la pulsation de cassure)



Pour  $\omega = 2/\tau_F = 2/0,12 = 16,6 \text{ rad/s} \rightarrow F = 2,65 \text{ Hz}$  (à une octave au dessus de la pulsation de cassure)



### Enregistrements récapitulatifs





# Compte-Rendu

de Travaux Pratiques  
sur système IAPV (ERD050)

## Niveau 2 TP n°6

Réf: TP2-6\_IAPV\_RPVI\_Compte-rendu.word

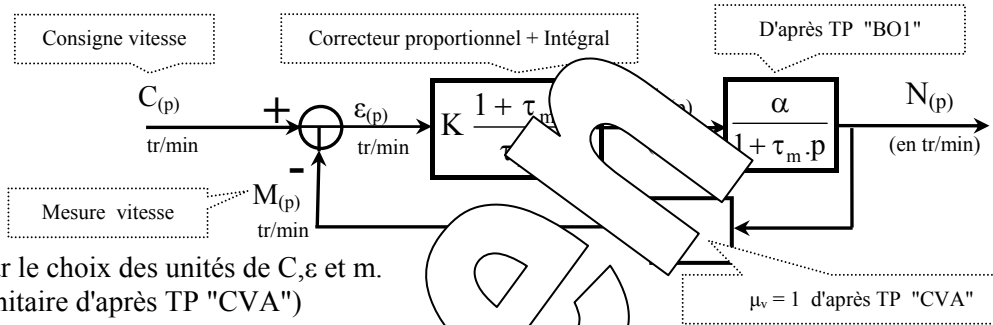
# ETUDE EN BOUCLE FERMÉE, EN VITESSE AVEC CORRECTION PROPORTIONNELLE + INTEGRALE

Réf: RVPI

- Avec Interface de puissance de type "Commande en **Courant**"
- Avec charge de type frottement fluide

## 1. PREDETERMINATIONS

### Rappel: schéma blocs



En fait  $\mu_v=1$  de par le choix des unités de  $C, \varepsilon$  et  $m$ .  
(Capteur à gain unitaire d'après TP "CVA")

### Fonction de transfert en boucle fermée

Après la simplification qui s'impose de par les choix effectués :

$$N_{(p)} = K \frac{\alpha}{\tau_m p} [C_{(p)} - \mu_v \cdot N_{(p)}]$$

$$\rightarrow F_{(p)} = \frac{N_{(p)}}{C_{(p)}} = \frac{K \cdot \alpha}{(\tau_m \cdot p + K \cdot \alpha \cdot \mu_v)} = \frac{1}{\mu_v} \frac{K \cdot \alpha \cdot \mu_v}{\tau_m \cdot p + K \cdot \alpha \cdot \mu_v}$$

Si on souhaite obtenir  $\tau_F = \frac{m}{\mu_v}$  il faut :  $K \cdot \alpha \cdot \mu_v = 4$

### Fonction de transfert en boucle ouverte

$$\varepsilon_{(p)} = \frac{N_{(p)}}{K \frac{\alpha}{\tau_m p}} = \frac{C_{(p)}}{\left(1 + \frac{K \cdot \alpha \cdot \mu_v}{\tau_m \cdot p}\right)}$$

### Comportement statique

Il suffit de poser  $p=0$  dans la fonction de transfert :

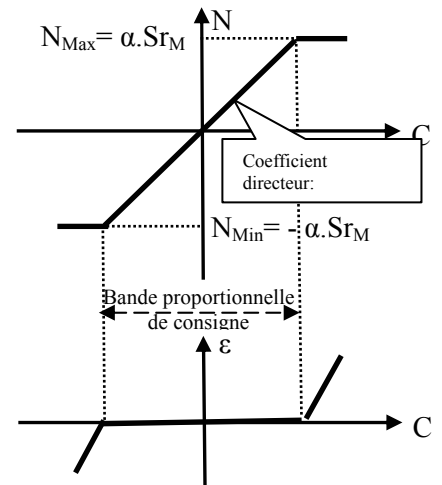
$$\frac{N}{C} = \frac{1}{\mu_v} \frac{K \cdot \alpha \cdot \mu_v}{\tau_m \cdot 0 + K \cdot \alpha \cdot \mu_v} = \frac{1}{\mu_v}$$

La limite de variation de la vitesse sera limitée par la plage  $-\alpha \cdot S_{rM} < N < \alpha \cdot S_{rM}$

### Pour l'erreur statique: $\varepsilon_s = 0$

Lorsque le régulateur est saturé, la vitesse reste bloquée à sa valeur maxi (donc la mesure reste aussi bloquée).  
Une augmentation de  $C$  se retrouve alors intégralement en niveau de l'écart.

Lorsqu'on augmente le coefficient d'action proportionnel  $K$ , le gain statique augmente jusqu'à la limite  $1/\mu_v$  et l'erreur statique diminue.



**Comportement en régime d'échelon constant**

**Réponse à une commande en échelon constant:**

$$C_{(t)} = A \cdot u_{(t)} \quad ] \quad S_{r(p)} = \frac{A}{p}$$

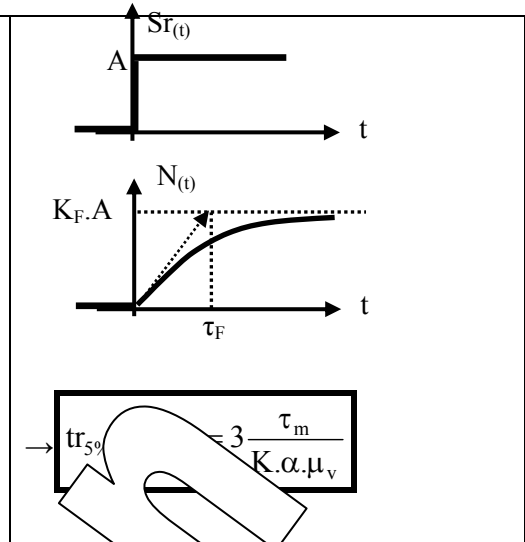
On en déduit la transformée de Laplace de la vitesse N:

$$N_{(p)} = K_F \cdot C_{(p)} \quad \text{d'où:} \quad N_{(p)} = \frac{K_F \cdot A}{p(1 + \tau_F \cdot p)}$$

Par transformée inverse, on en déduit l'expression de N<sub>(t)</sub>

$$N_{(t)} = K_F \cdot A (1 - e^{-\frac{t}{\tau_F}})$$

Le temps de réponse à 5% est solution de  $e^{-\frac{t}{\tau_F}} = 0,05$   
 Le système est donc plus rapide en boucle fermée qu'il n'était en boucle ouverte.



**Comportement en régime harmonique établi**

Soit le signal d'excitation:  $C_{(t)} = C_1 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Le système étant linéaire, on aura  $N_{(t)} = N_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$

Dans ce cas, on peut exprimer la fonction de transfert sous la forme d'une fonction complexe

(en faisant  $p = j \cdot \omega$ )  $\frac{N_1}{C_1} = \frac{K_F}{1 + j \cdot \omega \tau_F}$  où  $C_1$  est pris en compte des phases

On en déduit l'expression de N<sub>1</sub>:

$$N_1 = \frac{K_F}{\sqrt{1 + (\omega \tau_F)^2}}$$

et le déphasage:

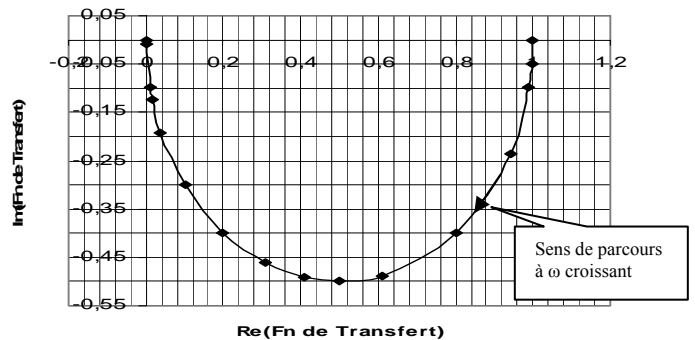
$$\varphi_{(N_1/C_1)} = \text{Arg} \left[ \frac{K_F}{1 + j \cdot \omega \tau_F} \right] = -\text{TAN}^{-1}(\omega \tau_F)$$

Calcul des modules et arguments en fonction des particularités de  $\omega$ :

$\omega =$	0	$1/(10 \tau_F)$	$1/(2 \tau_F)$	$1/\tau_F$	$2/\tau_F$	$10/\tau_F$	$\infty$
$\left\  \frac{N_1}{C_1} \right\  =$	$K_F$	$\frac{K_F}{\sqrt{101}}$	$\frac{K_F}{\sqrt{5}}$	$\frac{K_F}{\sqrt{2}}$	$\frac{K_F}{\sqrt{5}}$	$\frac{K_F}{\sqrt{101}}$	0
$20 \cdot \log \left[ \left\  \frac{N_1}{C_1} \right\  / K_F \right]$	0 dB	-20 dB	-14 dB	-3 dB	-7 dB	-20 dB	$-\infty$
$\varphi_{(N_1/C_1)} =$	0°	-5,7°	-26,5°	-45°	-62,5°	-84,3°	-90°

D'où le bande passante  $\leq BP_{-3dB} \leq 1/\tau_F \rightarrow BP_{-3dB}$  en BF est supérieure à celle en BO

On peut démontrer le lieu de transfert dans le plan complexe (plan de Nyquist) en coordonnées réduites. Ce lieu peut être gradué en fonction de  $\omega$  (ou  $u = \omega \cdot \tau_F$  en coordonnées réduites)



- dans le plan de Bode

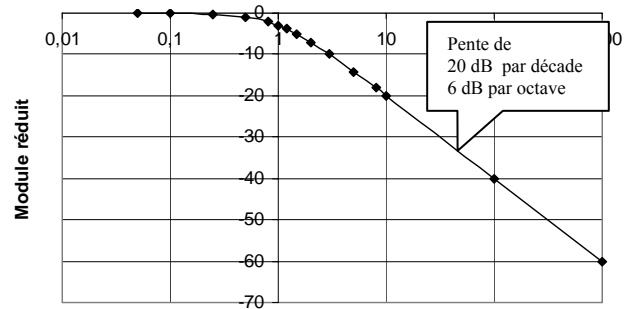
a/ Graphe des rapports des amplitudes en coordonnées réduites :

Axe des x avec  $x = \log(u) = \log(\omega \cdot \tau_F)$

Axe des y avec  $y = 20 \cdot \log\left[\frac{N_1}{C_1}\right] / K_F$

Remarque:

Les courbes des amplitudes ont même asymptote mais la bande passante en BF est plus grande



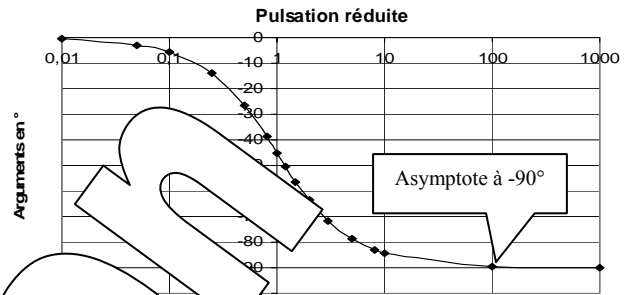
b/ Graphe des déphasages en coordonnées réduites:

Axe des x avec  $x = \log(u) = \log(\omega \cdot \tau_F)$

Axe des y avec  $y = \varphi_{(N_1/C_1)}$  en °

Remarque:

En boucle fermée, le déphasage intervient pour des fréquences plus élevées.



## 2. CARACTERISATION EN REGIME PERMANENT

### 2.1. Relevé de la caractéristique de transfert statique

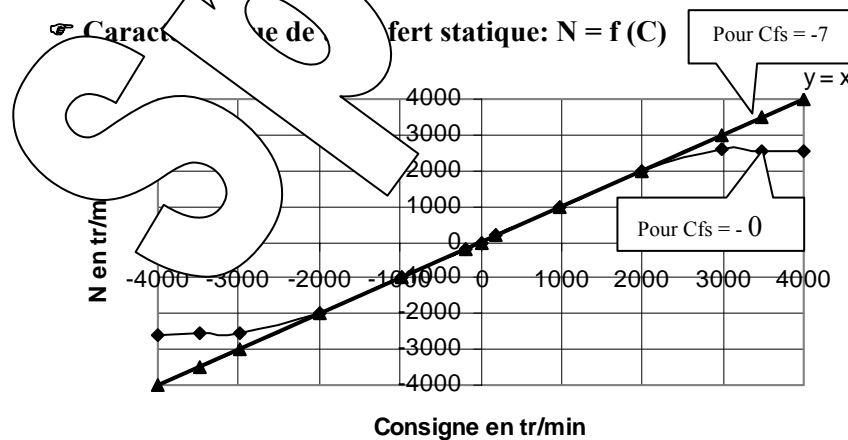
Conditions de l'essai:

- Caractéristique de charge:  $Cfs = 0, -7, 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119, 126, 133, 140, 147, 154, 161, 168, 175, 182, 189, 196, 203, 210, 217, 224, 231, 238, 245, 252, 259, 266, 273, 280, 287, 294, 301, 308, 315, 322, 329, 336, 343, 350, 357, 364, 371, 378, 385, 392, 399, 406, 413, 420, 427, 434, 441, 448, 455, 462, 469, 476, 483, 490, 497, 504, 511, 518, 525, 532, 539, 546, 553, 560, 567, 574, 581, 588, 595, 602, 609, 616, 623, 630, 637, 644, 651, 658, 665, 672, 679, 686, 693, 700, 707, 714, 721, 728, 735, 742, 749, 756, 763, 770, 777, 784, 791, 798, 805, 812, 819, 826, 833, 840, 847, 854, 861, 868, 875, 882, 889, 896, 903, 910, 917, 924, 931, 938, 945, 952, 959, 966, 973, 980, 987, 994, 1001$
- Coefficients  $K_1 = 1$  et  $K_2 = 0,5$ .
- Constante d'intégration  $T_i = 0,4S$  en s

☞ Tableau de mesures:

C en tr/min	-3994	-3427	-2860	-2293	-1726	-1159	-592	0	184	983	1997	2980	3472	3994
Nm → N en tr/min pour Cfs = 0	2581	2519	2457	2395	2333	2271	2209	2147	2085	2023	1961	1899	1837	1775
Calculer $\epsilon_s = N - C$	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141
Nm → N en tr/min pour Cfs = -7 m.Nm	3994	3427	2860	2293	1726	1159	592	0	184	983	1997	2980	3472	3994
Calculer $\epsilon_s = N - C$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

☞ Caractéristique de transfert statique:  $N = f(C)$

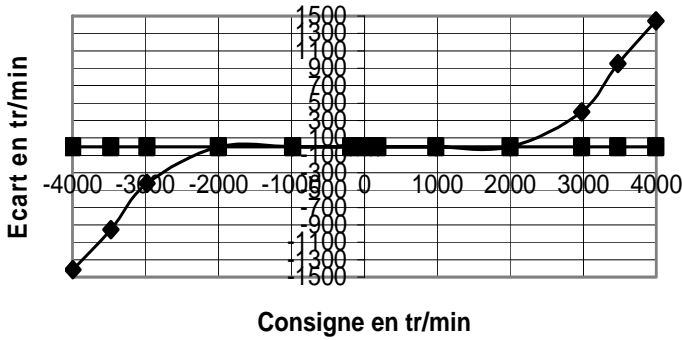


La vitesse suit la consigne en régime établi.

Pour  $C_{fs} = 0$  on constate l'apparition d'une saturation qui est due à la saturation de la commande processus  $S_r$ .

Si le frottement sec n'est pas compensé, pour une même vitesse atteinte, il faut une commande du moteur plus grande.

☞ **Caractéristique de précision statique:  $\varepsilon = f(C)$**

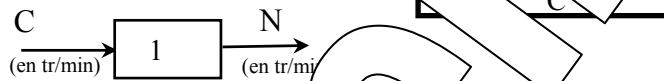


Tant que la vitesse suit la consigne, l'erreur statique est nulle. Lorsque la saturation apparaît, l'erreur croit proportionnellement à la consigne.

2.1.1. **Exploitation, schéma bloc statique:**

☞ Equation de la caractéristique:  $N = C$  tant qu'il n'y a pas de saturation

☞ Coefficient de transfert:



☞ Schéma bloc statique

☞ En régime établi, dans une boucle d'asservissement, une action de régulation impose une grandeur constante sur son entrée. En effet, si ce n'était pas le cas, on aurait en sortie une rampe (résultat de l'intégrale de la constante). Cette augmentation entraîne une diminution de l'écart!

**3. CARACTERISATION EN DYNAMIQUE**

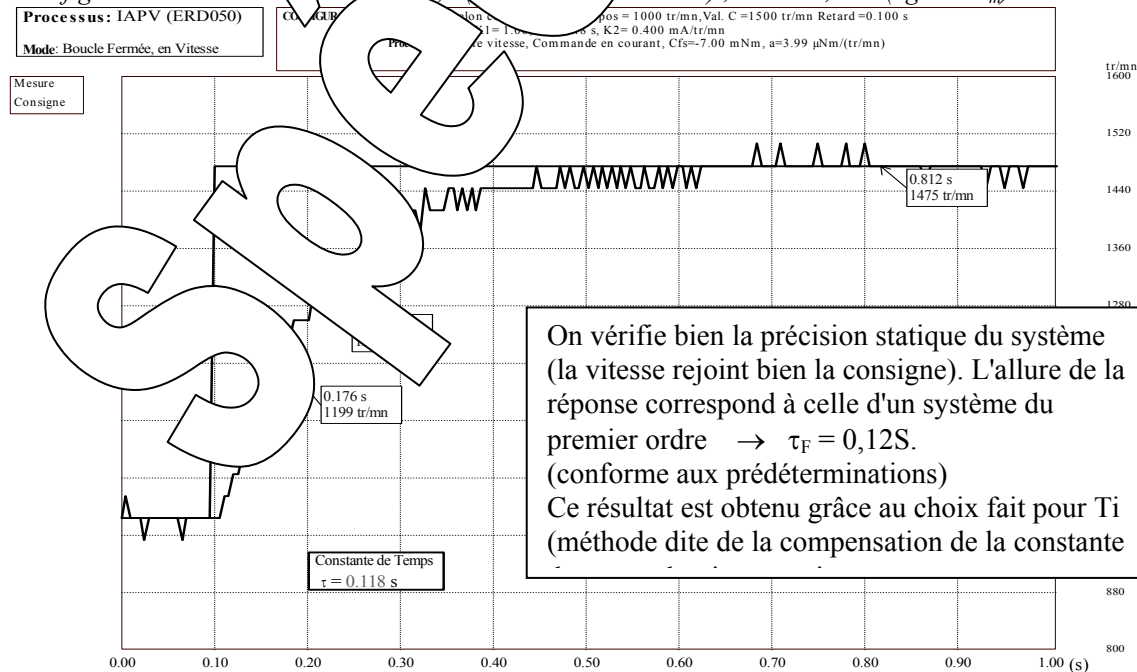
3.1. **Réponse à un échelon de consigne**

3.1.1. **Relevé expérimental dans les conditions indiquées dans les prédéterminations**

Partant d'un état de repos à 1000 tr/min, on applique un échelon de commande constant de valeur  $C = 2000$  tr/min à un instant pris comme origine des temps.

**Conditions de l'essai:**

- Caractéristique de charge:  $C_{sf} = -7 \text{ mNm/tr/min}$  et  $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$
- Configuration du correcteur:  $K_1 = 1,0 \text{ s}$ ,  $K_2 = 0,400 \text{ mA/tr/min}$  (terminée); et  $T_i = 0,48 \text{ S}$  (égale à  $\tau_m$ )



On vérifie bien la précision statique du système (la vitesse rejoint bien la consigne). L'allure de la réponse correspond à celle d'un système du premier ordre  $\rightarrow \tau_F = 0,12\text{S}$ . (conforme aux prédéterminations) Ce résultat est obtenu grâce au choix fait pour  $T_i$  (méthode dite de la compensation de la constante

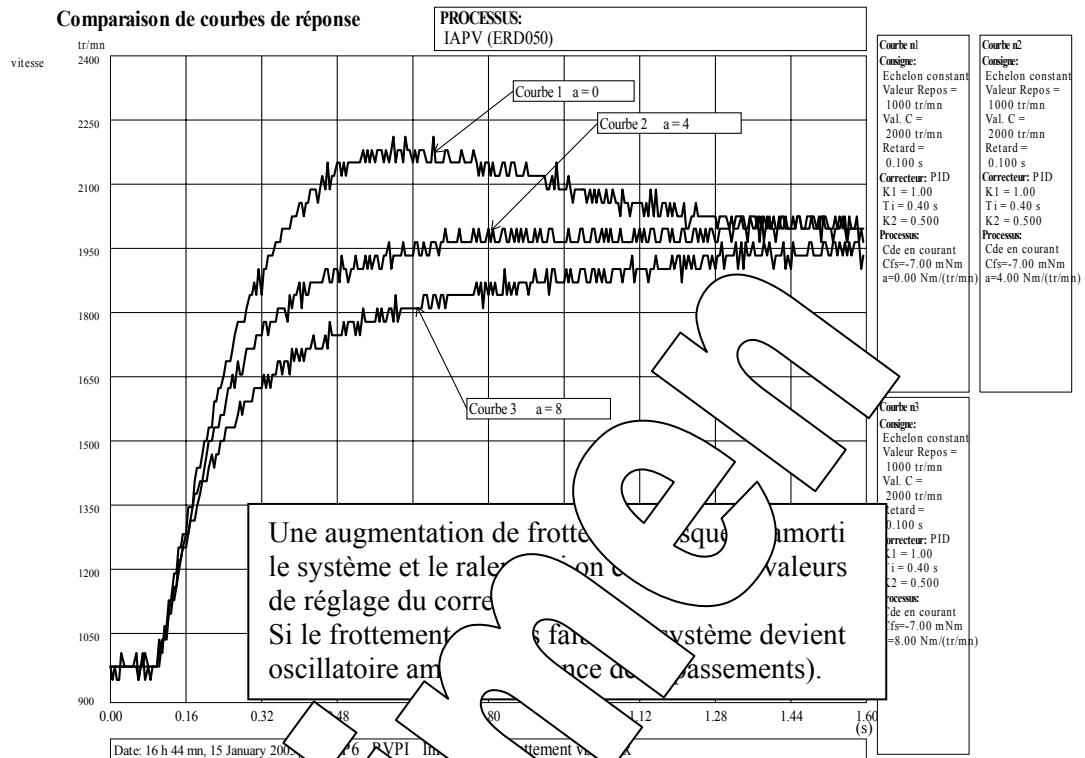
Date: 15 h 00 mn, 09 September 2008

Réf fichier: IAPV\_RVPI\_EC

D\_REG © didalab

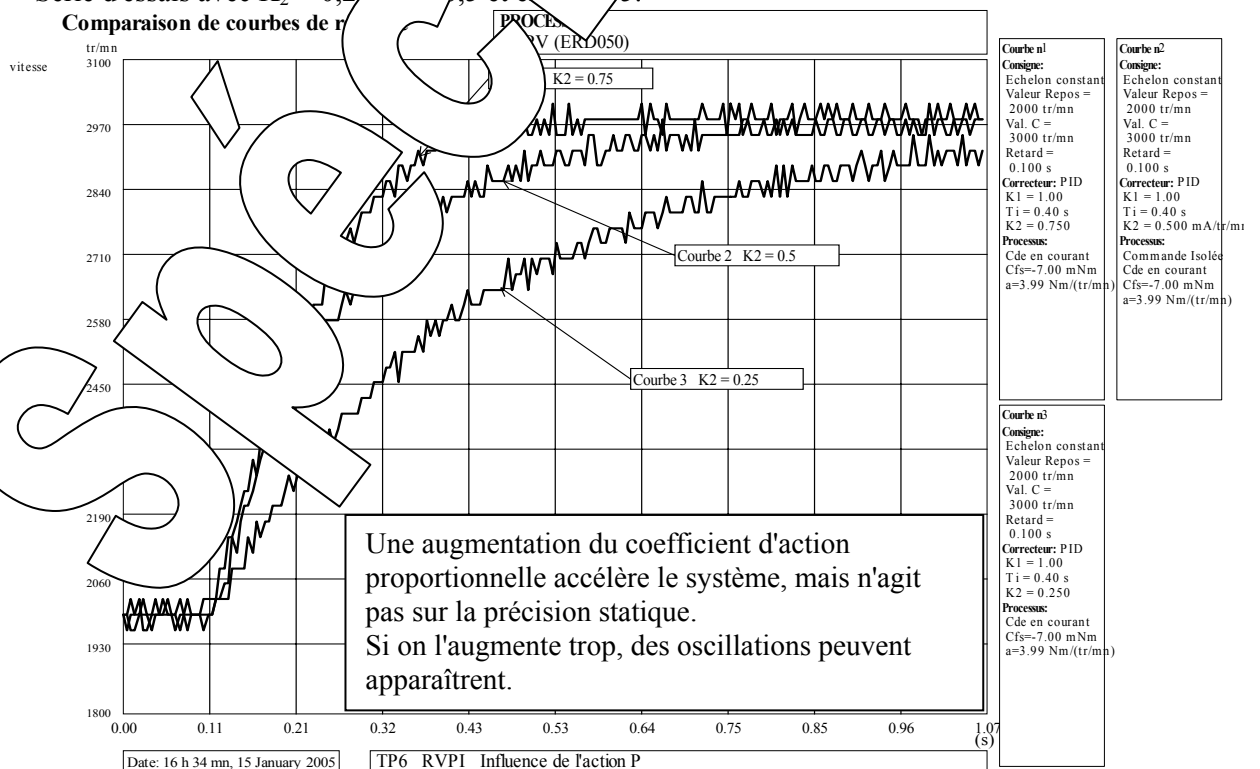
### 3.1.2. Etude de l'influence du coefficient de frottement visqueux

Essai pour d'autres valeurs du coefficient de frottement visqueux  $a = 0 ; 4 ;$  et  $8 \mu.N.m/tr/min$  (Csf sera maintenu à  $-7 m.N.m \rightarrow$  frottement sec bien compensé).



### 3.1.3. Etude de l'influence du coefficient d'action proportionnel

Série d'essais avec  $K_2 = 0,25 ; 0,5$  et  $0,75$ .



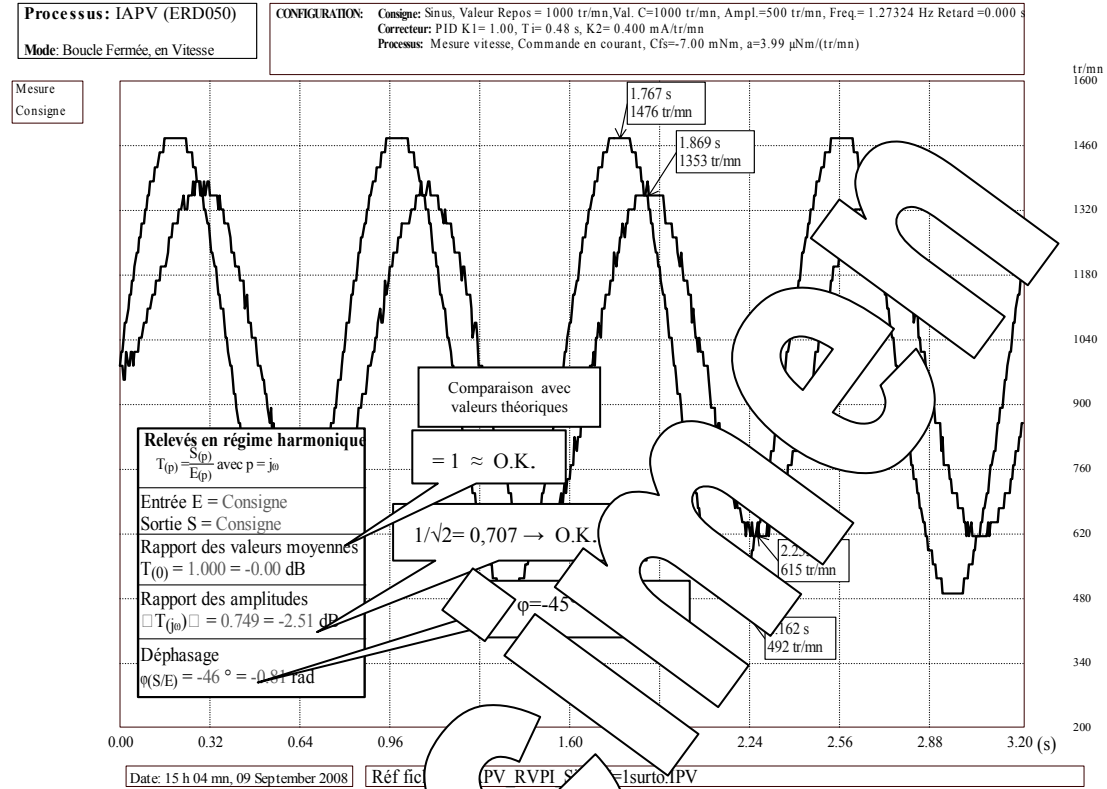
### 3.2. Comportement en régime sinusoïdal

On excite le système par une commande:  $C(t) = C_0 + C_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$

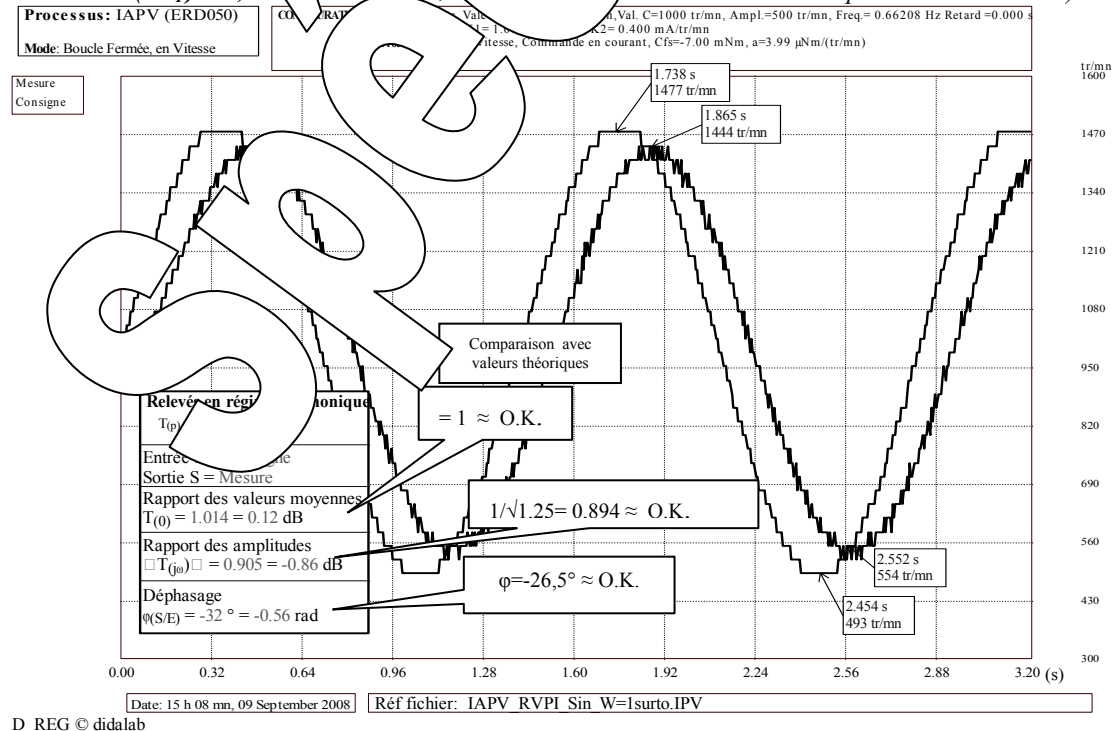
Conditions de l'essai avec:  $Val C = C_0 = 1000 \text{ tr/min}$  la valeur moyenne, (égale à la valeur de repos)  
 Amplitude =  $C_M = 500 \text{ tr/min}$  l'amplitude de la composante sinusoïdal,

- Caractéristique de charge:  $C_{sf} = -7 \text{ m.N.m/tr/min}$  et  $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$
- Coefficients  $K_1 = 1$  et  $K_2 = 0,4$ . - Constante d'intégration  $T_i = 0,48\text{S}$

Pour  $\omega = 1/\tau_f = 1/0,12 = 8,33 \text{ rad/S} \rightarrow F = 1,33\text{Hz}$  (à la pulsation de cassure)



Pour  $\omega = 1/(2 \cdot \tau_f) = 4,16 \text{ rad/S} \rightarrow F = 0,66\text{Hz}$  (à la pulsation en dessous de la pulsation de cassure)



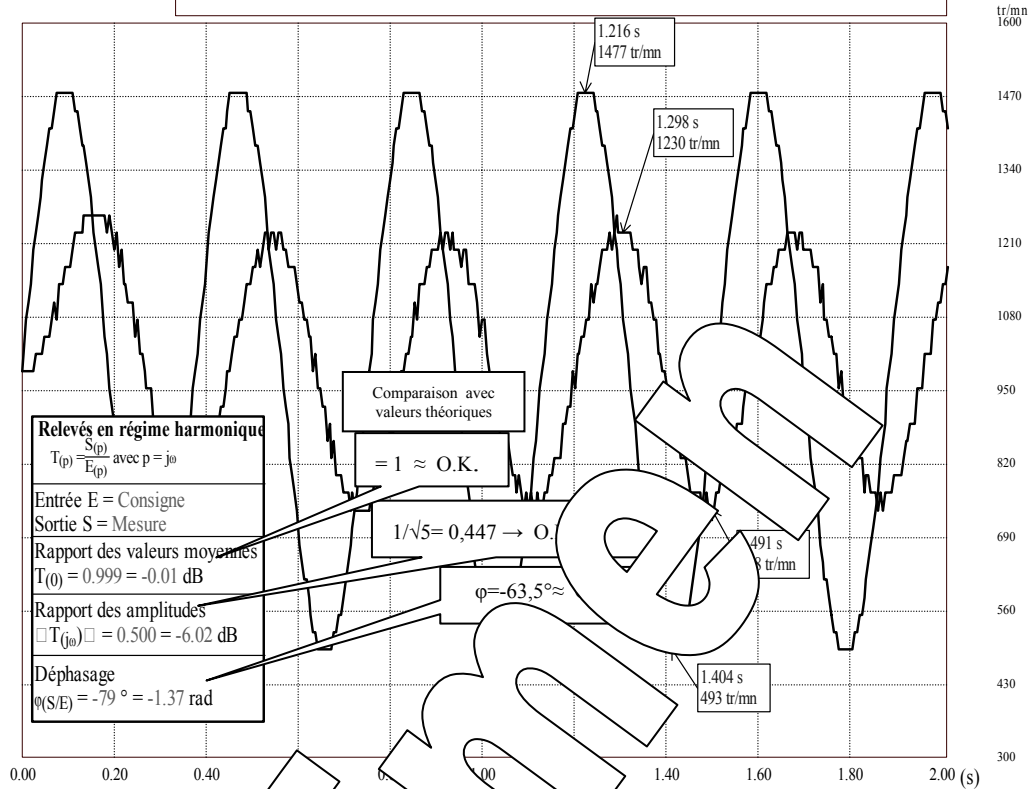
Pour  $\omega = 2/\tau_F = 16,7 \text{ rad/S} \rightarrow F = 2,66\text{Hz}$  (Une octave en dessus de la pulsation de cassure)

Processus: IAPV (ERD050)

Mode: Boucle Fermée, en Vitesse

CONFIGURATION: Consigne: Sinus, Valeur Repos = 1000 tr/mn, Val. C=1000 tr/mn, Ampl.=500 tr/mn, Freq.= 2.65000 Hz Retard=0.000 s  
 Correcteur: PID K1= 1.00, Ti= 0.48 s, K2= 0.400 mA/tr/mn  
 Processus: Mesure vitesse, Commande en courant, Cfs=-7.00 mNm, a=3.99 µNm/(tr/mn)

Mesure  
Consigne



Relevés en régime harmonique  
 $T(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$  avec  $p = j\omega$   
 Entrée E = Consigne  
 Sortie S = Mesure  
 Rapport des valeurs moyennes  
 $T(0) = 0.999 = -0.01 \text{ dB}$   
 Rapport des amplitudes  
 $|T(j\omega)| = 0.500 = -6.02 \text{ dB}$   
 Déphasage  
 $\phi(S/E) = -79^\circ = -1.37 \text{ rad}$

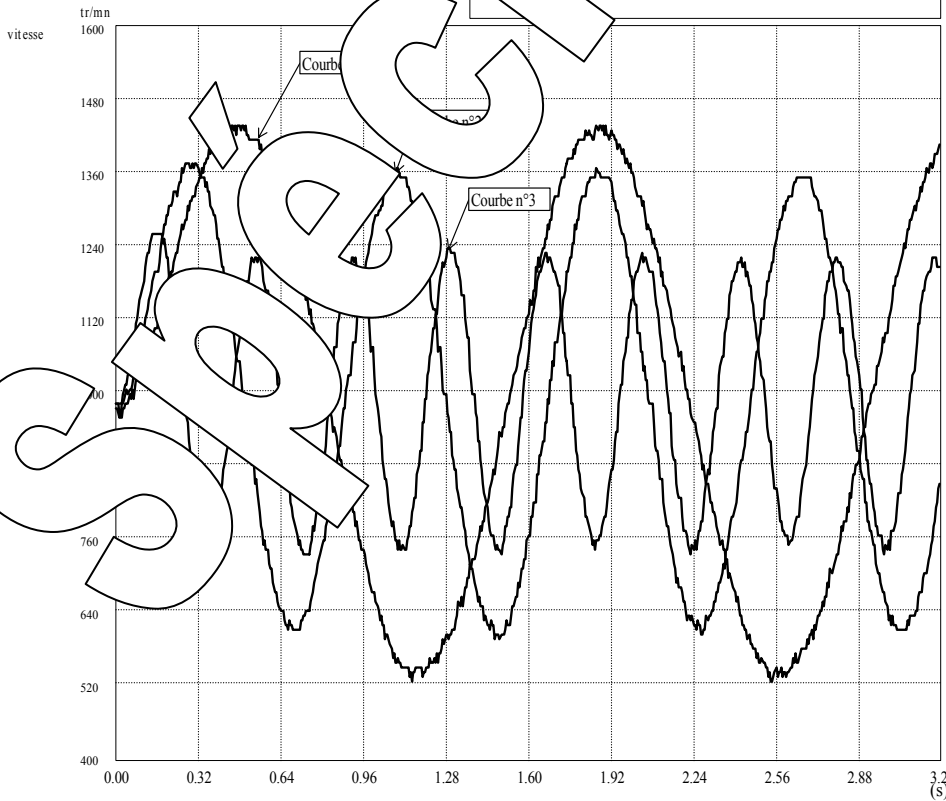
Comparaison avec valeurs théoriques  
 $= 1 \approx \text{O.K.}$

$1/\sqrt{5} = 0,447 \rightarrow \text{O.K.}$

$\phi = -63,5^\circ \approx$

Date: 15 h 22 mn, 09 September 2008

Comparaison de courbes de réponse



**Courbe n°1**  
 Consigne: Sinus  
 Valeur Repos = 1000 tr/mn  
 Val. C= 1000 tr/mn  
 Ampl.= 500 tr/mn  
 Freq.= 0.66208 Hz  
 Retard = 0.000 s  
 Correcteur: PID  
 K1=1.00  
 Ti = 0.48 s  
 K2 = 0.400 mA/tr/mn  
 Processus: Mesure vitesse  
 Cde en courant  
 Cfs=-7.00 mNm  
 a=3.99 µNm/(tr/mn)

**Courbe n°2**  
 Consigne: Sinus  
 Valeur Repos = 1000 tr/mn  
 Val. C= 1000 tr/mn  
 Ampl.= 500 tr/mn  
 Freq.= 1.27324 Hz  
 Retard = 0.000 s  
 Correcteur: PID  
 K1=1.00  
 Ti = 0.48 s  
 K2 = 0.400 mA/tr/mn  
 Processus: Mesure vitesse  
 Cde en courant  
 Cfs=-7.00 mNm  
 a=3.99 µNm/(tr/mn)

**Courbe n°3**  
 Consigne: Sinus  
 Valeur Repos = 1000 tr/mn  
 Val. C= 1000 tr/mn  
 Ampl.= 500 tr/mn  
 Freq.= 2.65000 Hz  
 Retard = 0.000 s  
 Correcteur: PID  
 K1=1.00  
 Ti = 0.48 s  
 K2 = 0.400 mA/tr/mn  
 Processus: Mesure vitesse  
 Cde en courant  
 Cfs=-7.00 mNm  
 a=3.99 µNm/(tr/mn)

Date: 15 h 25 mn, 09 September 2008

Influence de la fréquence

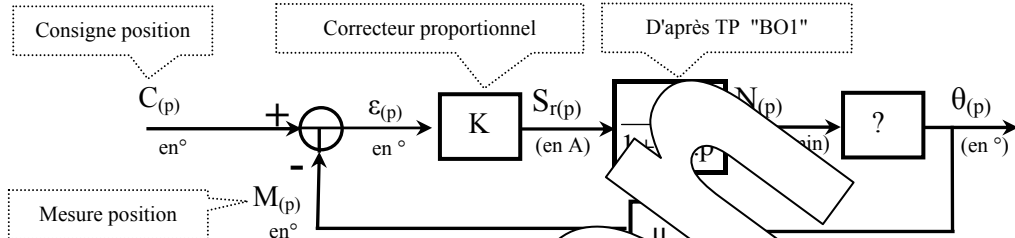
Page laissée vierge

Spécimen



## 1. Prédéterminations

### Rappel: Schéma blocs



#### ☛ Fonction de transfert en boucle $\theta(p)/N(p)$

On part de la relation  $\Omega_{(t)} = \frac{2\pi}{60} N_{(t)}$  or:  $\Omega_{(t)} = \frac{d\theta_{rad}}{dt}$  et  $\theta_{rad} = \frac{\pi}{180} \theta$ .

Par transformation de Laplace, dans les conditions initiales nulles:  $\Omega_{(p)} = \frac{2\pi}{60} N_{(p)}$  et  $\Omega_{(p)} = p \cdot \theta_{rad(p)}$

Soit en définitive:  $\frac{2\pi}{60} N_{(p)} = p \cdot \frac{\pi}{180} \theta_{(p)}$

#### ☛ Fonction de transfert en boucle fermée $\theta(p)/C(p)$

$$\frac{\theta(p)}{C(p)} = \frac{K \frac{\alpha}{1 + \tau_m \cdot p} \cdot \frac{6}{p}}{1 + K \frac{\alpha}{1 + \tau_m \cdot p} \cdot \frac{6}{p} \cdot \mu} = \frac{6 \cdot K \cdot \alpha \cdot \mu}{p(1 + \tau_m \cdot p) + 6 \cdot K \cdot \alpha \cdot \mu}$$

Par identification avec le modèle

$$\omega_F^2 = \frac{6 \cdot K \cdot \alpha \cdot \mu}{\tau_m} \quad \text{et} \quad \xi_F = \frac{1}{2 \cdot 6 \cdot K \cdot \alpha \cdot \mu} \quad \text{soit:} \quad \xi_F = \frac{\omega_F}{2 \cdot 6 \cdot K \cdot \alpha \cdot \mu}$$

☛ Pour obtenir  $\xi_F = 0,2$  Il faut choisir K tel que:  $6 \cdot K \cdot \alpha \cdot \mu \cdot \tau_m = 1$

$$\text{soit:} \quad K = \frac{1}{6 \cdot \alpha \cdot \mu \cdot \tau_m} \rightarrow \omega_F = \frac{1}{\tau_m}$$

( $\alpha = 10 \text{ tr/min/A}$  ;  $\tau_m = 0,48\text{S}$ )

☛ Pour obtenir  $\omega_F = 0,2$  Il faut choisir K tel que:  $6 \cdot K \cdot \alpha \cdot \mu \cdot \tau_m = 6,25$

#### ☛ Expression de $\varepsilon(p)$

$$\frac{\varepsilon(p)}{C(p)} = \frac{\theta(p)}{C(p)} \cdot \frac{\varepsilon(p)}{\theta(p)} = \frac{1}{1 + K \frac{\alpha}{1 + \tau_m \cdot p} \cdot \frac{6}{p} \cdot \mu}$$

$$C(p) \rightarrow \frac{K_F}{1 + 2 \cdot \xi_F \frac{p}{\omega_F} + \frac{p^2}{\omega_F^2}} \rightarrow \theta(p) \text{ (en } ^\circ \text{)}$$

$$\rightarrow K_F = \frac{1}{\mu} = 1 \rightarrow \omega_F = \sqrt{\frac{6 \cdot K \cdot \alpha \cdot \mu}{\tau_m}}$$

$$\text{et:} \quad \xi_F = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{6 \cdot K \cdot \alpha \cdot \mu \cdot \tau_m}}$$

$$\rightarrow K = \frac{1}{6 \cdot 10 \cdot 0,48} = 0,035 \rightarrow \omega_F = 2,08 \text{ rad/s}$$

$$\rightarrow K = 0,217 \rightarrow \omega_F = 5,2 \text{ rad/s}$$

$$\frac{\varepsilon(p)}{C(p)} = \frac{p(1 + \tau_m \cdot p)}{p(1 + \tau_m \cdot p) + 6 \cdot K \cdot \alpha \cdot \mu}$$

## Comportement en régime statique

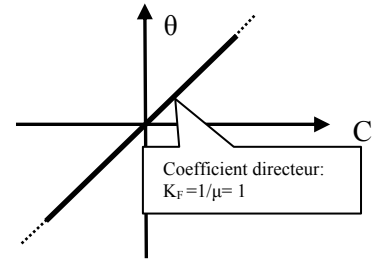
### ☞ Coefficient de transfert statique

Il suffit de faire  $p=0$  dans la fonction de transfert:

$$\frac{\theta}{C} = K_F = \frac{1}{\mu}$$

Le domaine de validité est imposé par la capacité de comptage du compteur pour signaux en quadrature de phase qui délivre la mesure numérique de position (voir TP "CP")

Pour l'erreur statique:  $\varepsilon_s = 0$  donc  $Sr = 0$ . Le système est donc théoriquement précis statiquement et n'y a pas d'influence de la bande proportionnelle sur la caractéristique de transfert.



## Comportement en régime dynamique

### a/ Réponse dans le cas d'une commande en échelon constant:

#### ☞ Expression de la réponse

$$C(t) = A \cdot u(t) \quad \text{où } u(t) \text{ est la fonction existence } ]$$

$$C(p) = \frac{A}{p}$$

Soit la transformée de la réponse:  
à condition que  $\xi_F$  soit inférieur à 1

avec  $\chi = \text{ArcCos}(\xi_F)$

$$\theta(p) = \frac{K_F \cdot A}{p \left( 1 + 2\xi_F \frac{p}{\omega_F} + \frac{p^2}{\omega_F^2} \right)} \left( \sin(\omega_F \sqrt{1 - \xi_F^2} \cdot t + \chi) \right)$$

Remarque:

La réponse est donc pseudo oscillatoire (oscillations dont l'amplitude diminue avec le temps) avec une

pulsation des pseudo oscillations  $\omega = \omega_F \sqrt{1 - \xi_F^2}$

#### ☞ Temps de réponse à 5%

Sur l'abaque des temps de réponse réduits, on lit:

Pour  $\xi_F = 0,5$

$$tr_{5\%} \cdot \omega_F \approx 5 \rightarrow tr_{5\%} \approx \frac{5}{\omega_F} = \frac{5}{2,08}$$

Pour  $\xi_F = 0,2$

$$tr_{5\%} \cdot \omega_F \approx 15 \rightarrow tr_{5\%} \approx \frac{15}{\omega_F} = \frac{15}{5,2}$$

#### ☞ Dépassements

Pour  $\xi_F = 0,5$

Sur l'abaque on lit des dépassements:

- Premier dépassement:  $D_{1r} \approx 15\%$

- Deuxième dépassement:  $D_{2r} \approx 2,5\%$

Seul le premier dépassement est supérieur à 5%

Pour  $\xi_F = 0,2$

- Premier dépassement:  $D_{1r} \approx 0,5 = 50\%$

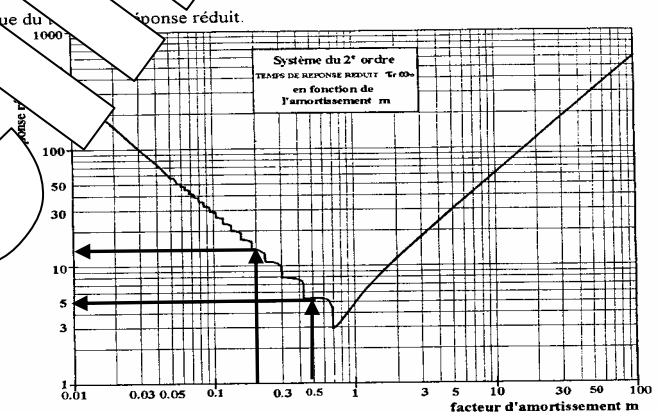
- Deuxième dépassement:  $D_{2r} \approx 0,28 = 28\%$

- Troisième dépassement:  $D_{3r} \approx 0,15 = 15\%$

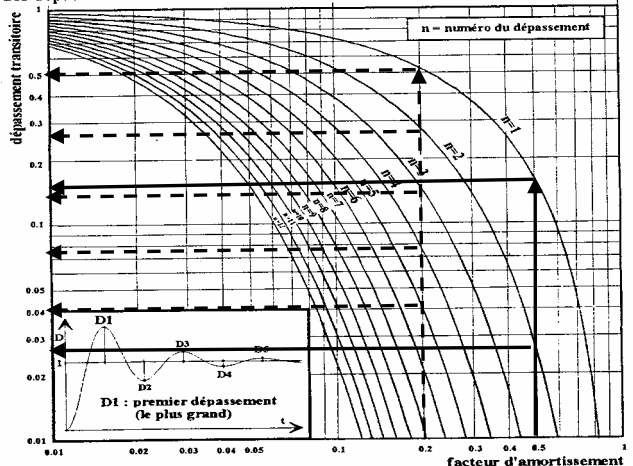
- Quatrième dépassement:  $D_{4r} \approx 0,07 = 7\%$

Quatre dépassements sont supérieurs à 5%

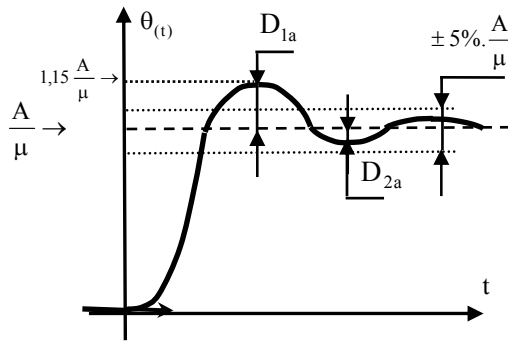
SYSTEME DU 2<sup>ème</sup> ORDRE



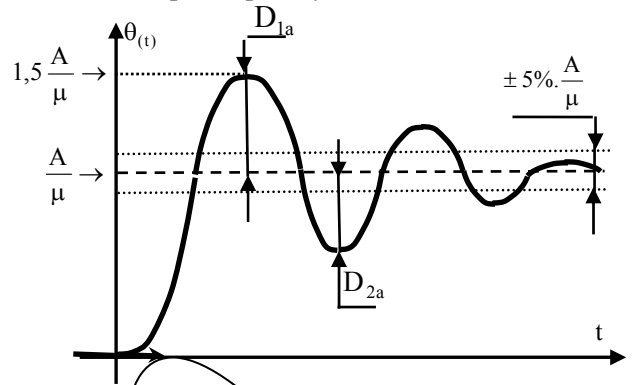
Abaque des dépassements transitoires.



Allure de la réponse pour  $\xi_F = 0,5$



Allure de la réponse pour  $\xi_F = 0,2$



☞ **Domaine de validité:** à  $t=0^+$ , la mesure vaut 0 (car  $\theta_{(t=0)} = 0$ ) et l'impulsion applique l'échelon de consigne A, la sortie régulateur devient égal à  $K.A$ . à condition que cette valeur ne dépasse pas la valeur de saturation du régulateur soit:  $-S_{rM} < K.A < +S_{rM}$  soit  $-S_{rM} < A < +S_{rM}$

D'après la caractéristique de transfert relevée en TP "B" on a relevé  $S_{rM} = 300$  mA (limite du domaine de proportionnalité)

Pour  $\xi_F = 0,5 \rightarrow$

$$A < \frac{S_{rM}}{K} = \frac{300}{0,035} = 8571^\circ$$

Pour  $\xi_F = 0,2$

$$A < \frac{S_{rM}}{K} = \frac{300}{0,217} = 1382^\circ$$

a/ **Comportement en régime harmonique**

☞ **Fonction de transfert en régime harmonique**

On fait  $p=j\omega$  dans la fonction de transfert so

$$\frac{\bar{\theta}}{C} = \frac{K_F}{1 + 2.\xi_F \frac{j\omega}{\omega_F} + \left(\frac{j\omega}{\omega_F}\right)^2}$$

$$\frac{\bar{\theta}}{C} = \frac{1/\mu}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2 + j.2.\xi_F \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)\right)}$$

soit le module (rapport des amplitudes)

$$\left|\frac{\bar{\theta}}{C}\right| = \frac{K_F}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2\right)^2 + \left(2.\xi_F \frac{\omega}{\omega_F}\right)^2}}$$

et l'argument (déphasage de  $\theta/C$ )

$$\varphi_{(\theta/C)} = -\text{ATAN} \left( \frac{2.\xi_F \frac{\omega}{\omega_F}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2} \right)$$

En coordonnées réduites  $u = \omega/\omega_F$  pour  $\xi_F = 0,5$

$$\left|\frac{\bar{\theta}}{C}\right| = \frac{K_F}{\sqrt{(1-u^2)^2 + u^2}}$$

$$\varphi_{(\theta/C)} = -\text{ATAN} \left( \frac{u}{1-u^2} \right)$$

En coordonnées réduites  $u = \omega/\omega_F$  et pour  $\xi_F = 0,2$

$$\left|\frac{\bar{\theta}}{C}\right| = \frac{K_F}{\sqrt{(1-u^2)^2 + (0,4u)^2}}$$

$$\varphi_{(\theta/C)} = -\text{ATAN} \left( \frac{0,4.u}{1-u^2} \right)$$

☞ **Bande passante à -3dB**

Pour  $\xi_F = 0,5$

Sachant que  $20.\log(\sqrt{2})=3$ , la bande passante à -3dB est obtenue par la solution de

$$(1-u^2)^2 + u^2 = 2$$

soit en posant  $x = u^2 \rightarrow (1-x)^2 + x = 2 \rightarrow 1 - 2.x + x^2 + x = 2 \rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1,618$

$$\rightarrow u = 1,272 \rightarrow \omega_{BP} = 1,272.\omega_F$$

Pour  $\xi_F = 0,2$

Sachant que  $20.\log(\sqrt{2})=3$ , la bande passante à -3dB est obtenue par la solution de

$$(1-u^2)^2 + (0,4u)^2 = 2$$

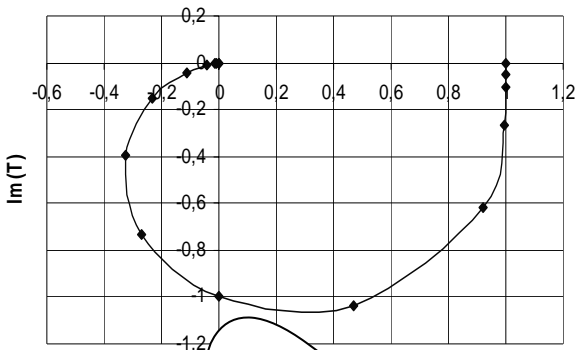
soit en posant  $x = u^2 \rightarrow (1-x)^2 + 0,16.x = 2 \rightarrow 1 - 2.x + x^2 + 0,16.x = 2 \rightarrow x^2 - x - 1,84.x = 0$

→  $x = 1,846$  →  $u = 1,395$  →  $\omega_{BP} = 1,395 \cdot \omega_F$

☞ **Lieu de transfert dans le plan de Nyquist**

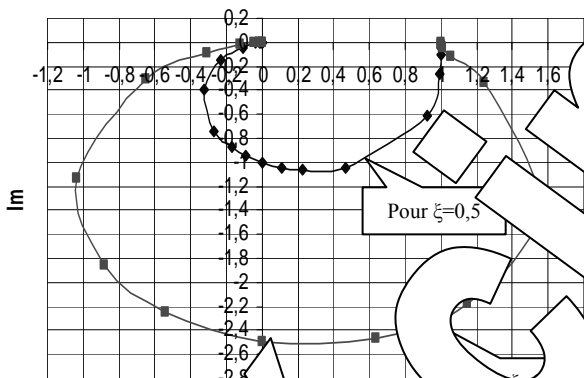
Pour  $\xi_F = 0,5$  :

u	Argument en rad	Module/ $K_F$
0	0	1
0,05	-0,050	1,0012
0,1	-0,100	1,004
0,5	-0,588	1,1094
0,707	-0,955	1,1547
1	-1,57	1
1,2	-1,920	0,782
1,5	-2,263	0,512
2	-2,551	0,2773
5	-2,934	0,0407
10	-3,039	0,0100
100	-3,13	0,0001



On remarque que pour  $u=1$   $\omega = \omega_F$ , on a un module relatif à 1 et un argument égal à  $-90^\circ$

Pour  $\xi_F = 0,2$



Valeurs pour  $\xi = 0,2$

u	Argument	Module
0	0	1
0,05	-0,02004744	1,00230482
0,1	-0,04038208	1,00927753
0,25	-0,10626486	1,06064981
0,5	-0,26060239	1,28831325
0,8	-0,72664234	2,076137
0,9	-1,08517423	2,45662431
0,95	-1,31963536	2,54901195
0,95917	-1,3652	2,5515
1	-1,57	2,5
1,05	-1,8085723	2,31306634
1,1	-2,01450472	2,05109327
1,2	-2,31115094	1,53573779
1,5	-2,69248002	0,72121845
2	-2,87939761	0,32207831
3	-2,99111005	0,12361704
5	-3,05685877	0,04152274
8	-3,08924996	0,01585258
10	-3,09961792	0,01009278
100	-3,13599962	0,00010001
1000	-3,1396	1E-06

☞ **Phénomène de résonance**

On rappelle que dès que le coefficient d'amortissement  $\xi$  est inférieur à 0,707 soit  $\xi < 0,707$  se produit le phénomène de résonance (le module passe par un maximum).

La pulsation pour laquelle se produit ce maximum (notée  $\omega_R$ )

a pour expression:  $\omega_R = \omega_F \sqrt{1 - \xi^2}$

Pour  $\xi_F = 0,5$   $\omega_R = 0,707 \cdot \omega_F$  → **Maximum = 1,155 soit 1,25 dB**

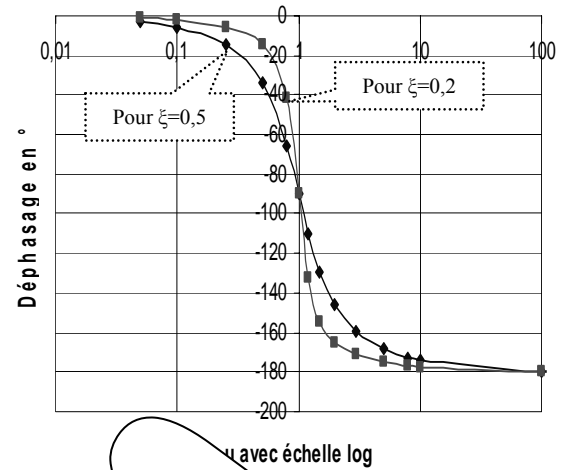
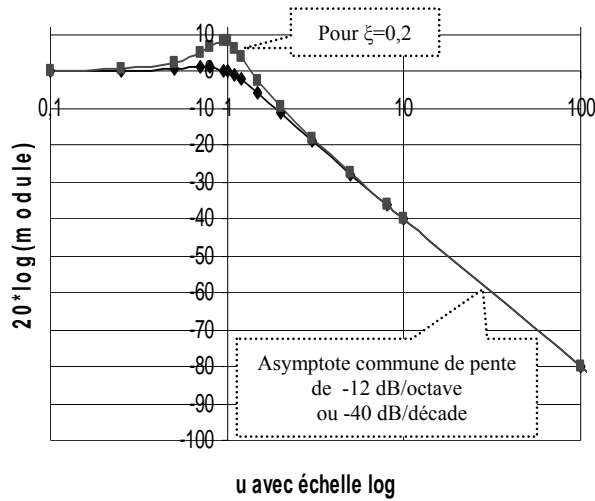
Pour  $\xi_F = 0,2$   $\omega_R = 0,95917 \cdot \omega_F$  → **Maximum = 2,5515 soit 8,136 dB**

Remarque: Pour  $\xi = 0$  le maximum est infini, le système est alors instable.

☞ **Lieux dans le plan de Bode**

Diagramme des modules (rapport des amplitudes)

Diagramme des arguments (déphasages)



Remarques:

Lorsque le coefficient d'amortissement diminue, le maximum du module augmente et la rotation de phase au voisinage de la pulsation propre est plus rapide.  
Toutes les courbes des arguments passe par  $-90^\circ$  à la pulsation propre ( $u=1$ ).

## 2. CARACTERISATION EN RAISONNEMENT STATIQUE

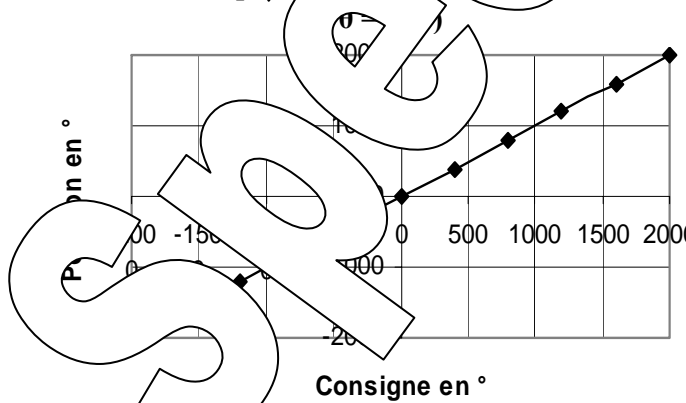
Relevé de la caractéristique de transfert  
Conditions de l'essai et mode opératoire

- Caractéristique de la charge mesurée  $C_{fs}$  en  $\mu N.m/tr/min$   $a = 4 \mu N.m/tr/min$

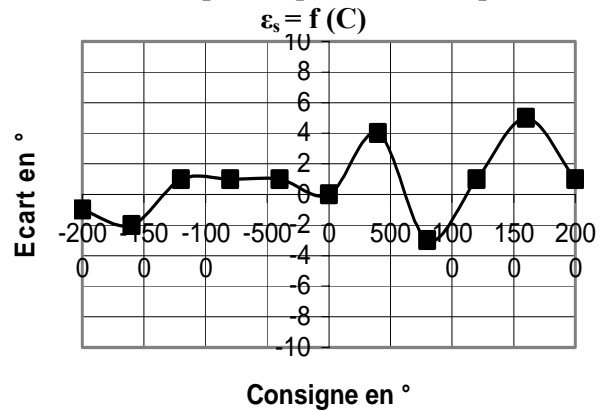
☞ Tableau de mesure et calcul de l'erreur statique  $\epsilon_s$ :

C en °	-2000	-1200	-400	0	400	800	1200	1600	2000	
M0m -> $\theta$ en °	-200	-602	-1190	-1770	-399	396	803	1199	1595	2001
$\epsilon_s = C - \theta$ en °	-1	2	1	1	0	4	-3	1	5	1

☞ Caractéristiques de précision



☞ Caractéristiques de précision statique:



On constate une erreur statique de valeur aléatoire, dans la plage  $\pm C_0$ . Cette erreur statique est due au frottement sec qui n'est pas compensé à 100%.

### 3. CARACTERISATION EN DYNAMIQUE

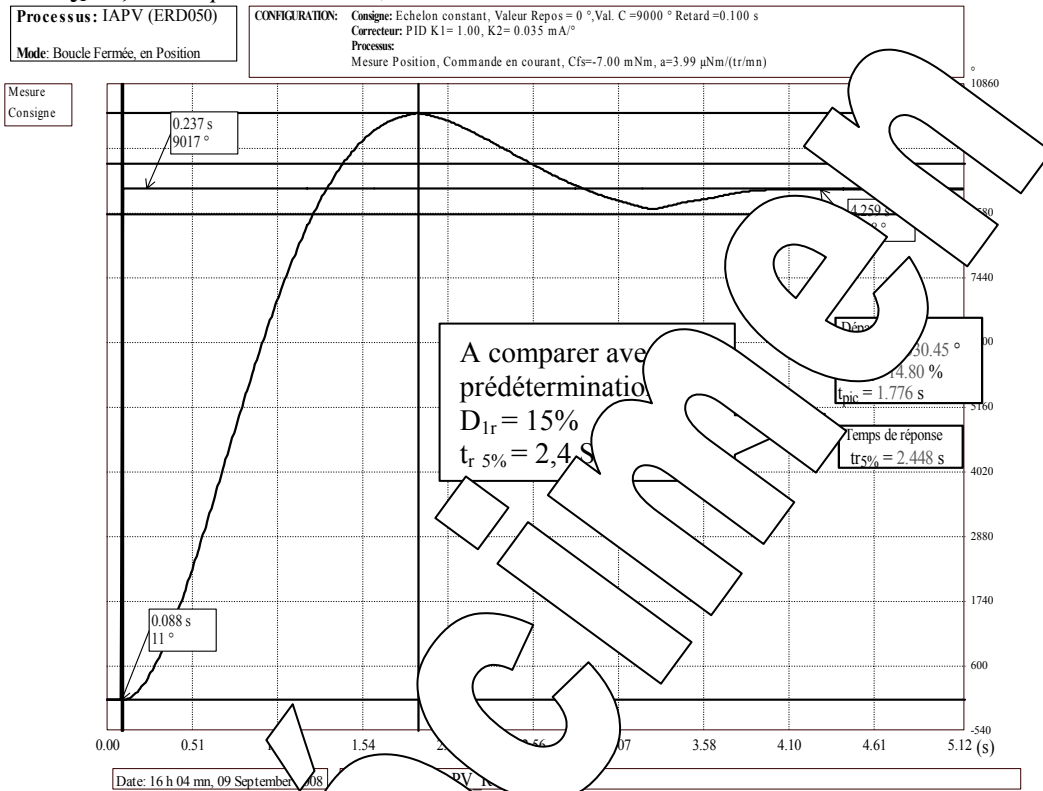
#### 3.1. Réponse à un échelon constant

##### 3.1.1. Relevé expérimental

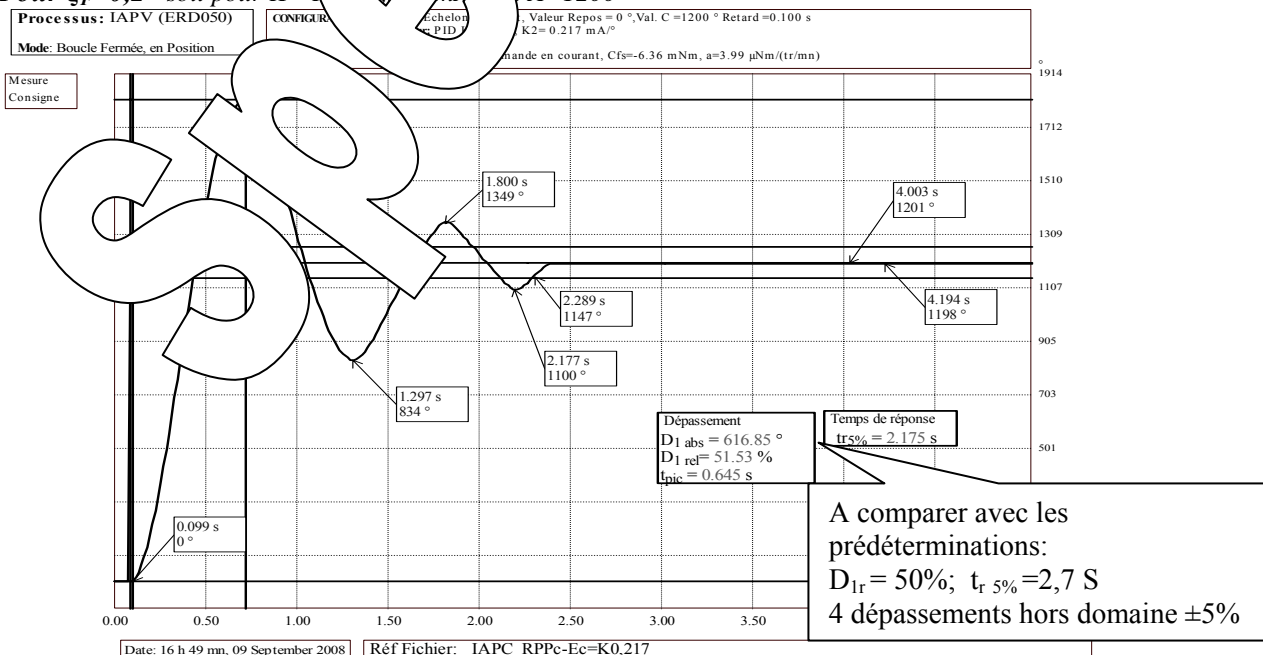
Partant d'un état de repos égale  $0^\circ$ , on applique un échelon de commande constant de valeur  $C$  à un instant pris comme origine des temps.

Conditions des essais:  $Cfs = -7 \text{ m.N.m/tr/min}$  et  $a = 4 \text{ }\mu\text{N.m/tr/min}$ ;  $K_1 = 1$  et Commande en courant

Pour  $\xi_f = 0,5$  soit pour  $K = K_2 = 0,035 \text{ mA/}^\circ$  et  $A = 9000^\circ$

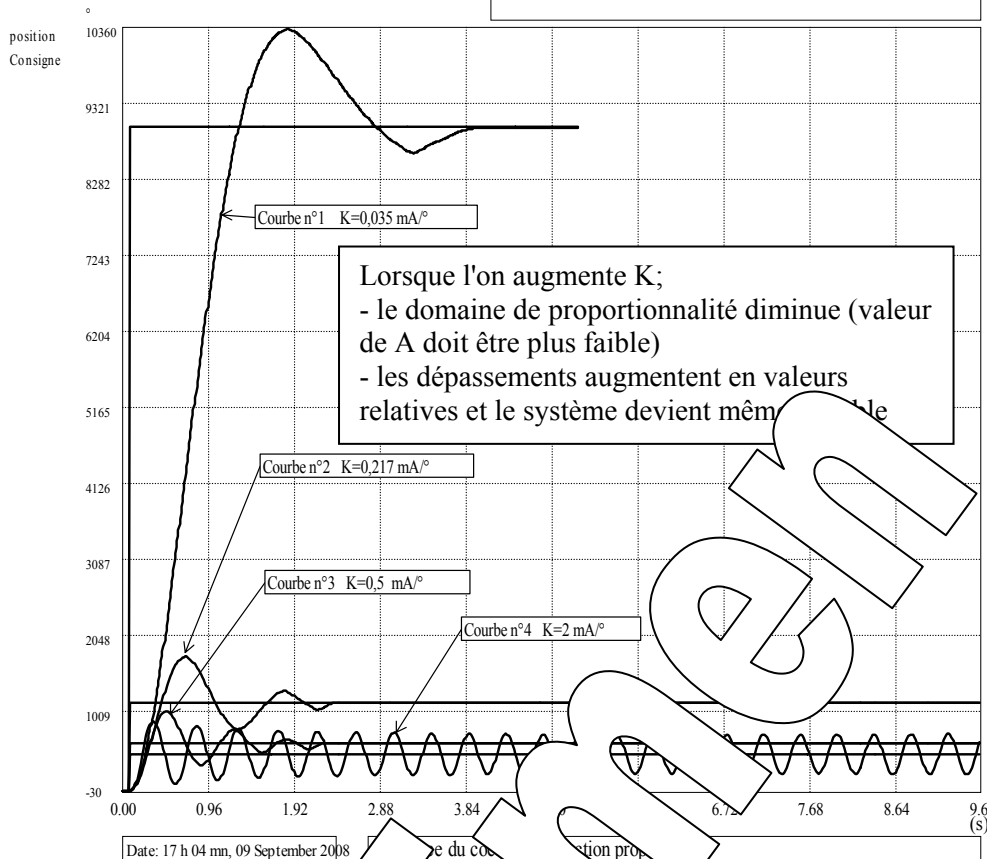


Pour  $\xi_f = 0,2$  soit pour  $K = 0,2 \text{ mA/}^\circ$  et  $A = 1200^\circ$



Comparaison de courbes de réponse

Processus: IAPV (ERD050)



<p><b>Courbe n°1</b>                  Consigne:                  Echelon constant                  Valeur Repos = 0 °                  Val. C = 9000 °                  Retard = 0.100 s                  Correcteur: PID                  K1 = 1.00                  K2 = 0.035 mA/°                  Processus:                  Mesure Position                  Cde en courant                  Cfs=-7.00 mNm                  a=3.99 µNm/(tr/mn)</p>	<p><b>Courbe n°2</b>                  Consigne:                  Echelon constant                  Valeur Repos = 0 °                  Val. C = 1200 °                  Retard = 0.100 s                  Correcteur: PID                  K1 = 1.00                  K2 = 0.217 mA/°                  Processus:                  Mesure Position                  Cde en courant                  Cfs=-6.36 mNm                  a=3.99 µNm/(tr/mn)</p>
<p><b>Courbe n°3</b>                  Consigne:                  Echelon constant                  Valeur Repos = 0 °                  Val. C = 650 °                  Retard = 0.100 s                  Correcteur: PID                  K1 = 1.00                  K2 = 0.500 mA/°                  Processus:                  Mesure Position                  Cde en courant                  Cfs=-6.20 mNm                  a=3.99 µNm/(tr/mn)</p>	<p><b>Courbe n°4</b>                  Consigne:                  Echelon constant                  Valeur Repos = 0 °                  Val. C = 500 °                  Retard = 0.100 s                  Correcteur: PID                  K1 = 1.00                  K2 = 2.000 mA/°                  Processus:                  Mesure Position                  Cde en courant                  Cfs=-6.40 mNm                  a=3.99 µNm/(tr/mn)</p>

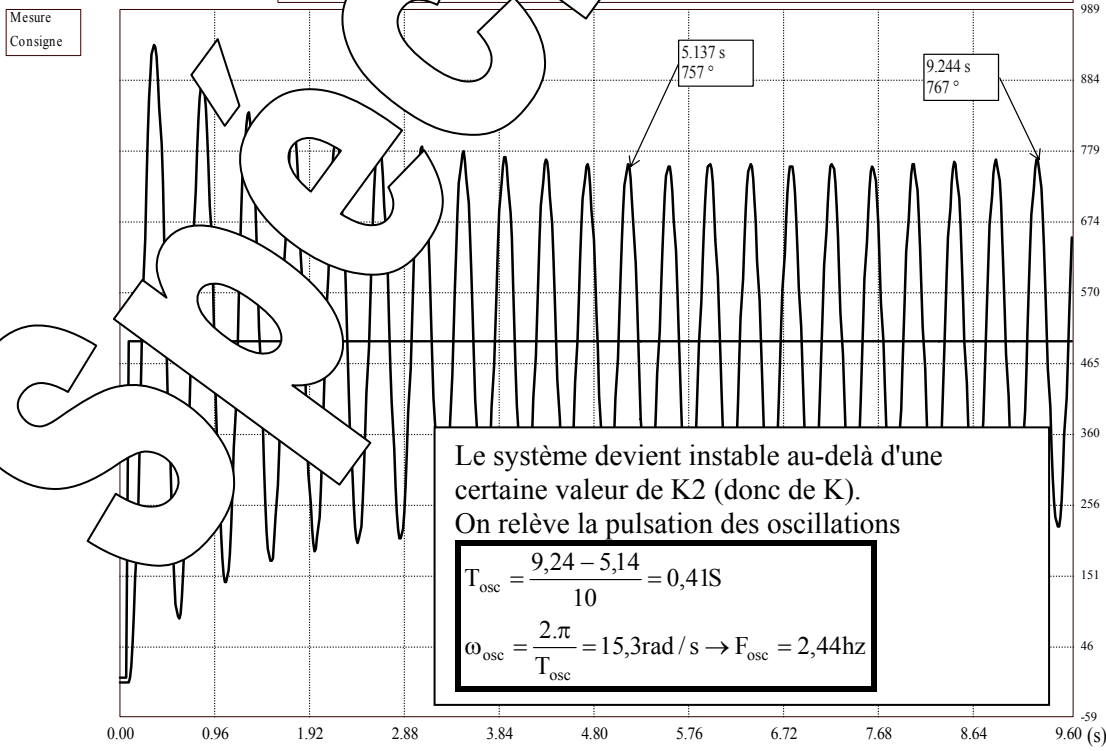
Régime juste instable

Processus: IAPV (ERD050)

CONFIGURATION: Consigne: Echelon constant, Valeur Repos = 500 °, Val. C = 500 ° Retard = 0.100 s

Mode: Boucle Fermée, en Position

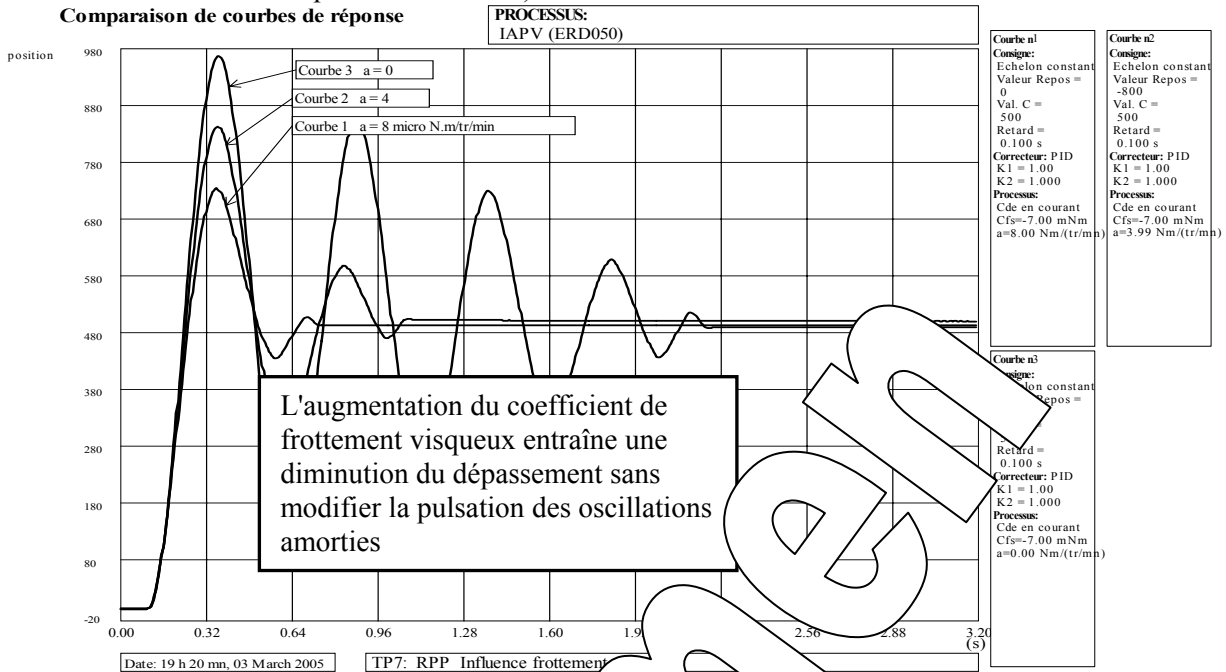
Correcteur: PID K1 = 1.00 K2 = 2.000 mA/° Processus: Mesure Position, Commande en courant, Cfs=-6.40 mNm, a=3.99 µNm/(tr/mn)



### 3.1.2. Influence du coefficient de frottement visqueux

Influence du coefficient de frottement visqueux  $a = 0$  ; 4; et 8  $\mu\text{N.m/tr/min}$  (Csf maintenu à -7 m.N.m -> frottement sec bien compensé et  $K_1.K_2=1$ ).

Comparaison de courbes de réponse



## 3.2. Comportement en régime sinusoïdal

### 3.2.1. Relevé expérimental:

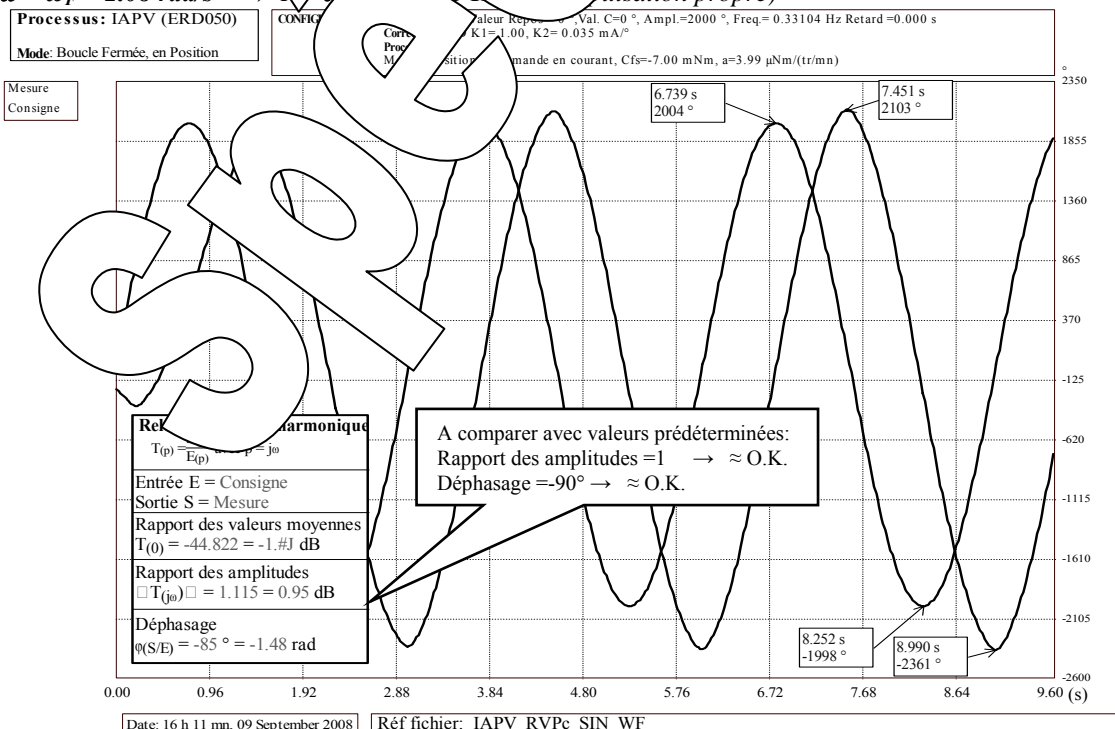
On excite le système par une commande  $C(t) = C_M \sin(\omega t)$

Conditions de l'essai :

- Caractéristique de charge:  $C_{sf} = -7 \text{ m.N.m/tr/min}$  et  $a = 3.99 \text{ } \mu\text{N.m/tr/min}$
- Mode commande "Sinus" avec:  $C_d = 0$  la valeur moyenne, Amplitude =  $C_M = 2000^\circ$

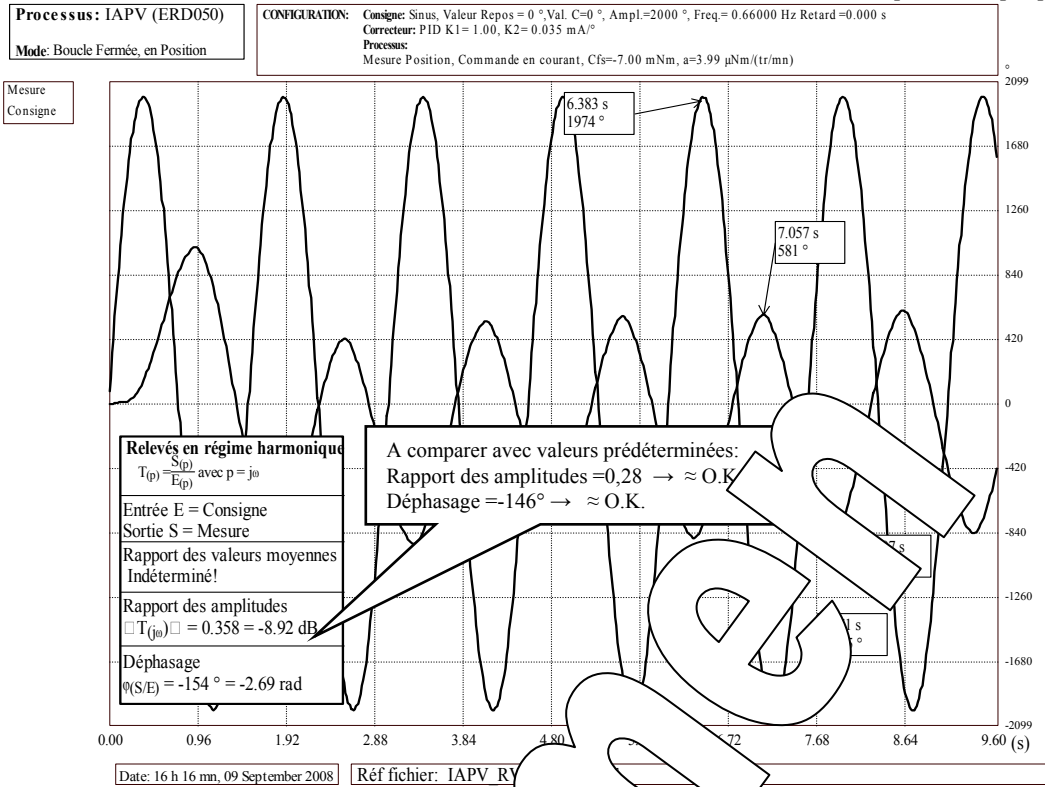
Pour  $\xi_f=0,5$

$\omega = \omega_F = 2.08 \text{ rad/s}$  →  $\omega = 0.33104 \text{ Hz}$  (pulsation propre)





$\omega = 2. \omega_F = 4,162.08 \text{ rad/s} \rightarrow F = \omega / 2.\pi = 0,66 \text{ Hz}$  (Une octave au dessus de la pulsation propre)



Pour  $\xi_F = 0,2$

$\omega = \omega_F = 2.08 \text{ rad/s}$  la pulsation de la composante oscillatoire  $\rightarrow F = \omega / 2.\pi = 0,33 \text{ Hz}$

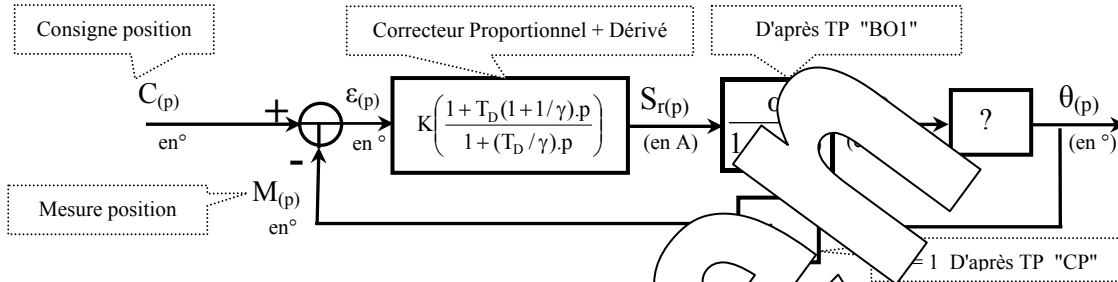
Spécimens

*Page laissée vierge*

Spécimen

## 1. Prédéterminations

### Rappel: Schéma blocs



#### ☛ Fonction de transfert en boucle $\theta(p)/N(p)$

On part de la relation  $\Omega_{(t)} = \frac{2\pi}{60} N_{(t)}$  or:  $\Omega_{(t)} = \frac{d\theta}{dt}$  et  $\theta_{rad} = \frac{\pi}{180} \theta$ .

Par transformation de Laplace, dans les conditions de régime permanent:  $\Omega_{(p)} = \frac{2\pi}{60} N_{(p)}$  et  $\Omega_{(p)} = p \cdot \theta_{rad(p)}$

Soit en définitive:  $\frac{2\pi}{60} N_{(p)} = p \cdot \theta_{rad(p)}$

#### ☛ Fonction de transfert en boucle $F(p)$

Après avoir effectué la simplification qui nous conviendra, nous choisissons:

$$T_D \left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = \tau_m \quad \text{avec } \gamma = \frac{5}{6} \quad T_D = \frac{5}{6} \tau_m$$

Or  $\tau_m = 0,48S$  (après "BO1")

$$\frac{\theta(p)}{C(p)} = \frac{K \frac{\alpha}{1 + (T_D/\gamma)p}}{1 + K \frac{\alpha}{1 + (T_D/\gamma)p}} = \frac{6K\alpha}{(T_D/\gamma)p + 6K\alpha\mu} = \frac{6K\alpha}{1 + \frac{1}{6K\alpha\mu}p + \frac{(T_D/\gamma)}{6K\alpha\mu}p^2}$$

$$C(p) \rightarrow \frac{K_F}{1 + 2\xi_F \frac{p}{\omega_F} + \frac{p^2}{\omega_F^2}} \rightarrow \theta(p)$$

$$\rightarrow K_F = \frac{1}{\mu} \rightarrow \omega_F = \sqrt{\frac{6K\alpha\mu}{(T_D/\gamma)}}$$

$$\text{et: } \xi_F = \frac{1}{2\sqrt{6K\alpha\mu(T_D/\gamma)}}$$

Par identification avec la forme proposée:

$$\xi_F = \frac{1}{2\sqrt{6K\alpha\mu(T_D/\gamma)}} \quad \text{et} \quad \omega_F = \frac{1}{2.6.K.\alpha.\mu} \quad \text{soit: } \xi_F = \frac{\omega_F}{2.6.K.\alpha.\mu}$$

La dérivée ajoutée à l'action proportionnelle permet de remplacer la constante de temps mécanique  $\tau_m = 0,48S$  par une constante de temps  $T_D/5 = \frac{5}{6}\tau_m/5 = \frac{\tau_m}{6}$  donc 6 fois plus petite.

☛ Pour obtenir  $\xi_F = 0,5$  il faudra choisir K tel que:

$$6K\alpha\mu(T_D/\gamma) = 1 \quad \text{soit: } K = \frac{1}{6\alpha\mu(T_D/\gamma)} \rightarrow K = \frac{1}{6.101.008} = 0,208 \rightarrow \omega_F = \frac{1}{(T_D/\gamma)} = 12,5 \text{rad/s}$$

☛ Pour obtenir  $\xi_F = 0,2$  il faudra choisir K tel que:

$$6K\alpha\mu(T_D/\gamma) = 6,25 \quad \text{soit: } K = \frac{6,25}{6\alpha\mu(T_D/\gamma)} \rightarrow K = \frac{6,25}{6.101.008} = 1,3 \rightarrow \omega_F = \frac{\sqrt{6,25}}{(T_D/\gamma)} = 31,25 \text{rad/s}$$

☞ Expression de  $\varepsilon_{(p)}$

$$\frac{\varepsilon_{(p)}}{C_{(p)}} = \frac{\theta_{(p)}}{C_{(p)}} \cdot \frac{\varepsilon_{(p)}}{\theta_{(p)}} \cdot \frac{1}{1 + K \frac{\alpha}{1 + (T_D / \gamma) \cdot p} \cdot \frac{6}{p} \cdot \mu}$$

$$\frac{\varepsilon_{(p)}}{C_{(p)}} = \frac{p(1 + (T_D / \gamma) \cdot p)}{p(1 + (T_D / \gamma) \cdot p) + 6 \cdot K \cdot \alpha \cdot \mu}$$

**Comportement en régime statique**

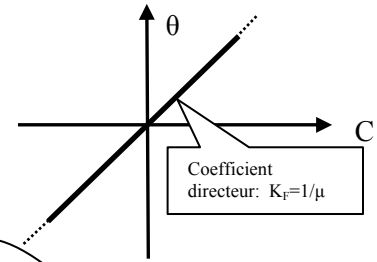
☞ Coefficient de transfert statique

Il suffit de faire  $p=0$  dans la fonction de transfert:

$$\frac{\theta}{C} = K_F = \frac{1}{\mu}$$

Le domaine de validité est imposé par la capacité de comptage du compteur pour signaux en quadrature de phase qui délivre la mesure numérique de position (voir TP "CP")

Pour l'erreur statique:  $\varepsilon_s = 0$  donc  $Sr = 0$ . Le système est donc théoriquement précis statiquement et n'y a pas d'influence de la bande proportionnelle sur la caractéristique de transfert.



**Comportement en régime d'échelon constant**

☞ Réponse dans le cas d'une commande en échelon constant

$$C_{(t)} = A \cdot u_{(t)} \quad \text{où } u_{(t)} \text{ est la fonction existence } ]$$

Soit la transformée de la réponse:

à condition que  $\xi_F$  soit inférieur à 1

avec  $\chi = \text{ArcCos}(\xi_F)$

$$\theta_{(p)} = \frac{K_F \cdot A}{p(1 + 2\xi_F p + \omega_F^2 p^2)} \left[ \frac{1}{\omega_F \sqrt{1 - \xi_F^2}} \sin(\omega_F \sqrt{1 - \xi_F^2} \cdot t + \chi) \right]$$

Remarque:

La réponse est donc pseudo oscillatoire (oscillation dont l'amplitude diminue avec le temps) avec une pulsation des pseudo oscillations  $\omega = \omega_F \sqrt{1 - \xi_F^2}$

☞ Temps de réponse à 5%

Sur l'abaque des temps de réponse réduit on lit:

$$\boxed{tr_{5\%} \cdot \omega_F \approx 5} \rightarrow tr_{5\%} \cdot \frac{5}{\omega_F} = 0,4S$$

☞ Dépassements

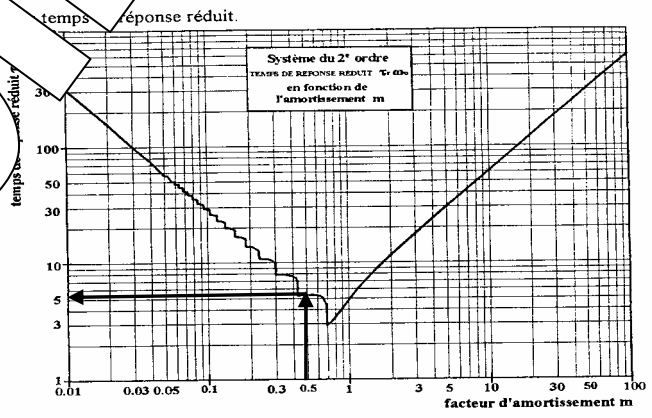
Sur l'abaque des dépassements relatifs, on lit:

- Premier dépassement:  $D_{1r} = 1,5 = 15\%$
- Deuxième dépassement:  $D_{2r} = 2,5 = 2,5\%$

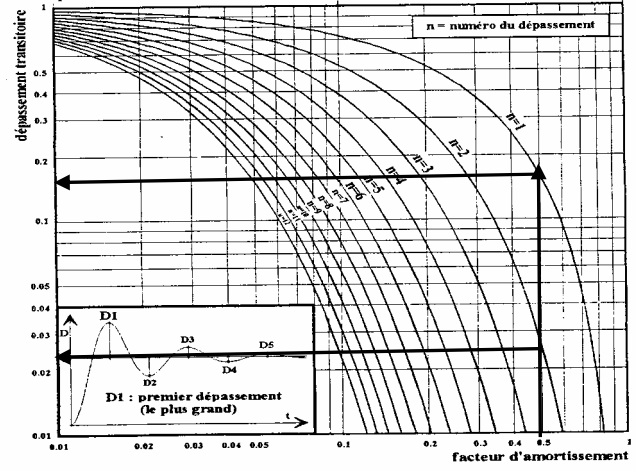
Seul premier dépassement supérieur à 5%  
On lit la valeur absolue

- Premier dépassement:  $D_{1a} \approx 0,15 \frac{A}{\mu}$
- Deuxième dépassement:  $D_{2a} \approx 0,025 \frac{A}{\mu}$

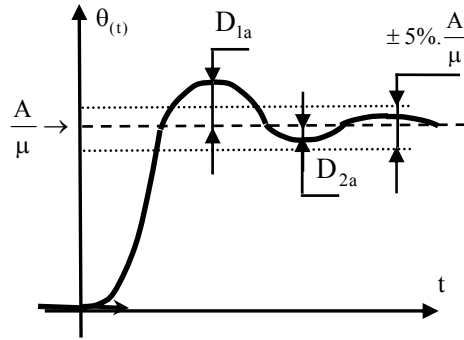
SYSTEME DU 2<sup>me</sup> ORDRE



Abaque des dépassements transitoires.



**Allure de la réponse temporelle**



**Domaine de validité:**

à  $t=0^+$ , la mesure vaut 0 (car  $\theta_{(t^+)} = 0$ ) et lorsqu'on applique l'échelon de consigne A, la sortie régulateur devient égal à  $K.A.$  à condition que cette valeur ne dépasse pas la valeur de saturation du régulateur soit:

$$-S_{r_M} < K.A < +S_{r_M} \text{ soit } \boxed{\frac{-S_{r_M}}{K} < A < \frac{+S_{r_M}}{K}}$$

**Comportement en régime harmonique établi**

**Fonction de transfert en régime harmonique établi**

On fait  $p=j\omega$  dans la fonction de transfert soit:

$$\frac{\bar{\theta}}{C} = \frac{K_F}{1 + 2.\xi_F \frac{j\omega}{\omega_F} + \frac{(j\omega)^2}{\omega_F^2}}$$

soit le module (rapport des amplitudes)

$$\left| \frac{\bar{\theta}}{C} \right| = \frac{K_F}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2\right)^2 + \left(2.\xi_F \frac{\omega}{\omega_F}\right)^2}}$$

$$\arg\left(\frac{\bar{\theta}}{C}\right) = -\text{ATAN}\left(\frac{2.\xi_F \frac{\omega}{\omega_F}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2}\right)$$

En coordonnées réduites avec  $u = \frac{\omega}{\omega_F}$  et  $\xi_F = 0,2$

$$\left| \frac{\bar{\theta}}{C} \right| = \frac{K_F}{\sqrt{(1-u^2)^2 + u^2}} \text{ et } \arg\left(\frac{\bar{\theta}}{C}\right) = -\text{ATAN}\left(\frac{u}{1-u^2}\right)$$

En coordonnées réduites avec  $u = \frac{\omega}{\omega_F}$  et pour  $\xi_F = 0,2$

$$\left| \frac{\bar{\theta}}{C} \right| = \frac{K_F}{\sqrt{(1-u^2)^2 + u^2}} \text{ et } \arg\left(\frac{\bar{\theta}}{C}\right) = -\text{ATAN}\left(\frac{0,4.u}{1-u^2}\right)$$

**Bande passante**

Sachant que  $20 \log(\sqrt{2})$  bande passante à -3dB est obtenue par la solution de

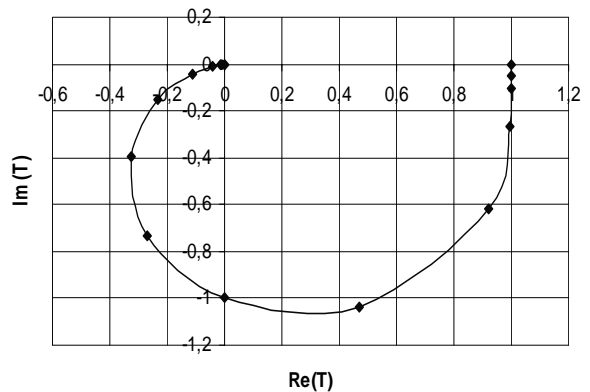
$$\boxed{(1-u^2)^2 + u^2 = 2}$$

soit en posant

$$\rightarrow (1-x)^2 + 2x = 2 \rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1,618 \rightarrow u = 1,272 \rightarrow \boxed{\omega_{BP} = 1,272.\omega_F}$$

**Le transfert en plan de Nyquist:**

Argument	Module/ $K_F$
0	1
0,05	1,0012
0,1	1,004
0,5	1,1094
1	1
1,2	0,782
1,5	0,512
2	0,2773
5	0,0407
10	0,0100
100	0,0001



On remarque que pour  $u=1$   $\omega = \omega_F$ , on a un module relatif égal à 1 et un argument égal à  $-90^\circ$

### Lieux dans le plan de Bode

Diagramme des modules (rapport des amplitudes)

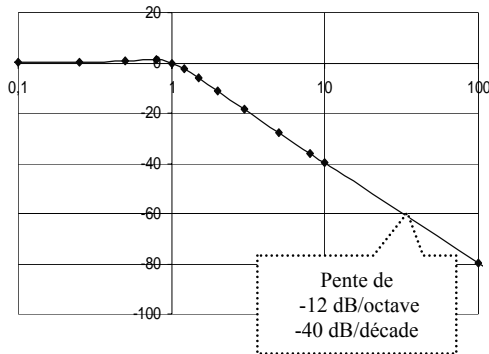
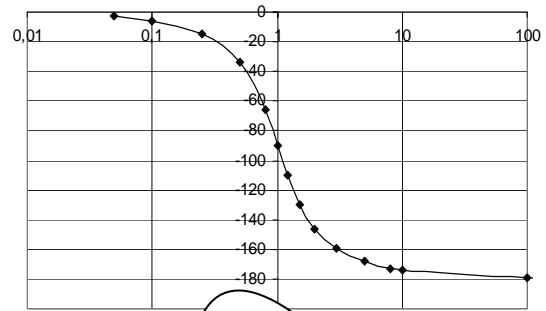


Diagramme des arguments (déphasages)



## 2. Réponse à un échelon constant

### 2.1.1. Relevé expérimental

Partant d'un état de repos égale  $0^\circ$ , on applique un échelon de  $500^\circ$  constant de valeur  $C = 500^\circ$  à un instant pris comme origine des temps.

#### Conditions de l'essai :

- Caractéristique de charge:  $Cfs = -7 \text{ m.N.m/tr/min}$  et  $a = 4$
- Valeur de repos à 0.
- Valeur de l'échelon constant à  $500^\circ$  avec un retard d
- Coefficients  $K_1=3$  et  $K_2= 1 \text{ mA/}^\circ$
- Constante de dérivation  $Td = 0,1 \text{ S}$  et le coefficient de dérivation  $\alpha$

### 2.1.2. Exploitation

En utilisant les abaques caractéristiques des systèmes du deuxième ordre en réponse à un échelon constant.

SYSTÈME DU 2<sup>ème</sup> ORDRE

Estimation du coefficient d'amortissement et de la pulsation propre:  
 A partir du dépassement relatif, on relève le coefficient d'amortissement:

$$z \# 0,45$$

Estimation de la pulsation propre:  
 On peut la calculer à partir de la valeur relevée de  $t_{pic}$ .  
 Expression théorique:

$$t_{pic} = \frac{\pi}{\omega_F \sqrt{1-z^2}} = 0,2S$$

On obtient

$$\omega_F \# 17,5 \text{ rad/s}$$

Vérification du temps de réponse:  
 On a relevé sur l'abaque  $tr \cdot \omega_F \# 5,5$   
 Soit  $tr_{5\%} = 0,31 \text{ S}$   
 A comparer avec la valeur obtenue expérimentalement: 0,255 S

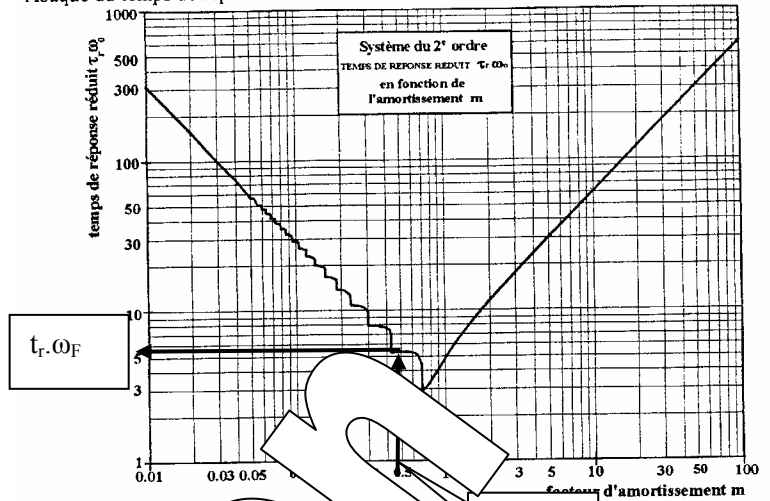
L'erreur statique absolue:

$$\epsilon_s = \theta_{(\infty)} - C = 500 - 500 = 0^\circ$$

et l'erreur statique relative en

$$\epsilon_{Sr} = \frac{\epsilon_s}{C} \cdot 100\%$$

Abaque du temps de réponse réduit.



Abaque des dépassements transitoires

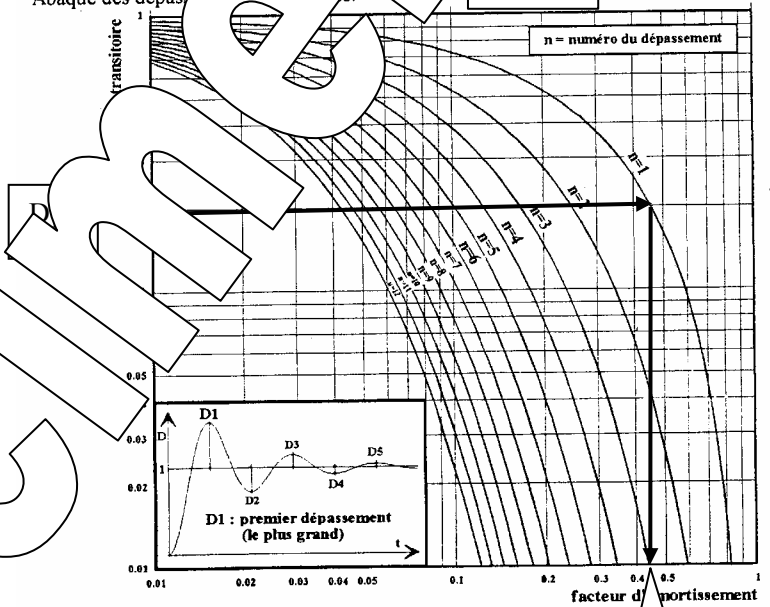


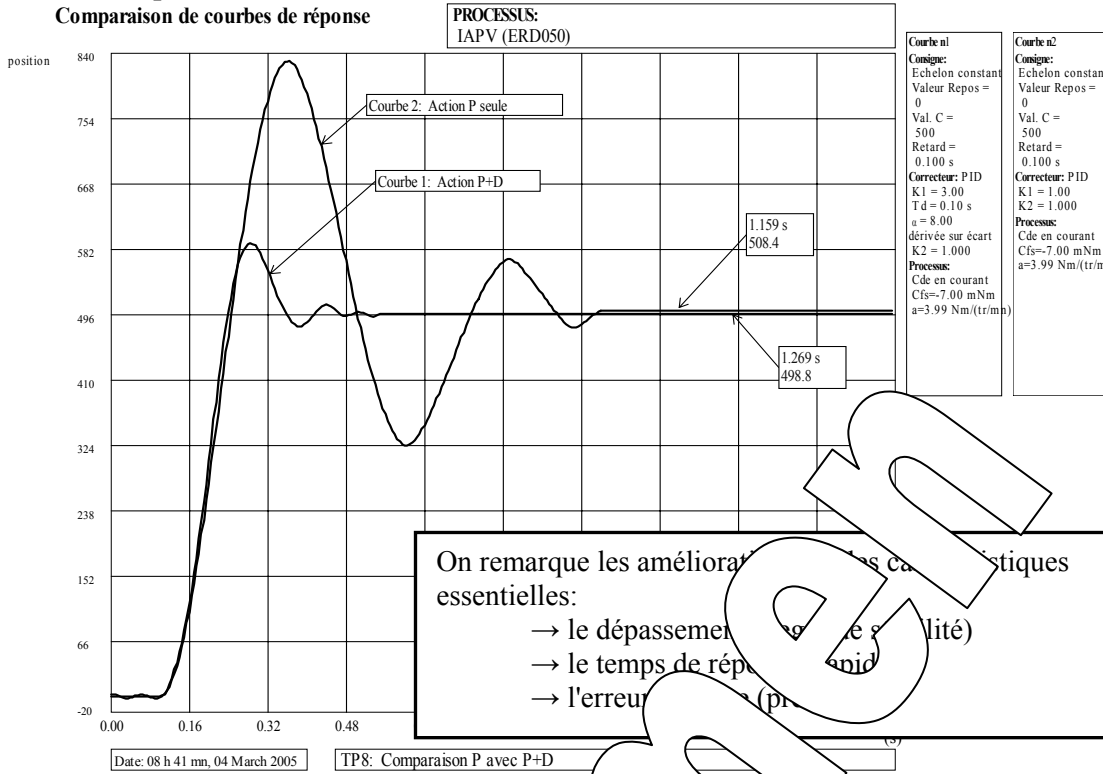
Tableau synthétique des résultats obtenus au TP RPP

Paramètre	Proportionnel seul	Proportionnel + dérivée
Erreur statique absolue	5°	0°
Erreur statique relative	1%	0%
Temps de réponse	0,93S	0,255
Dépassement absolu	338°	97°
Dépassement relatif	67%	19%

L'action dérivée permet d'améliorer le comportement dynamique (diminution du temps de réponse et du dépassement) mais aussi la précision statique grâce à une augmentation possible du coefficient d'action proportionnelle

**Courbe comparative:**

Comparaison de courbes de réponse

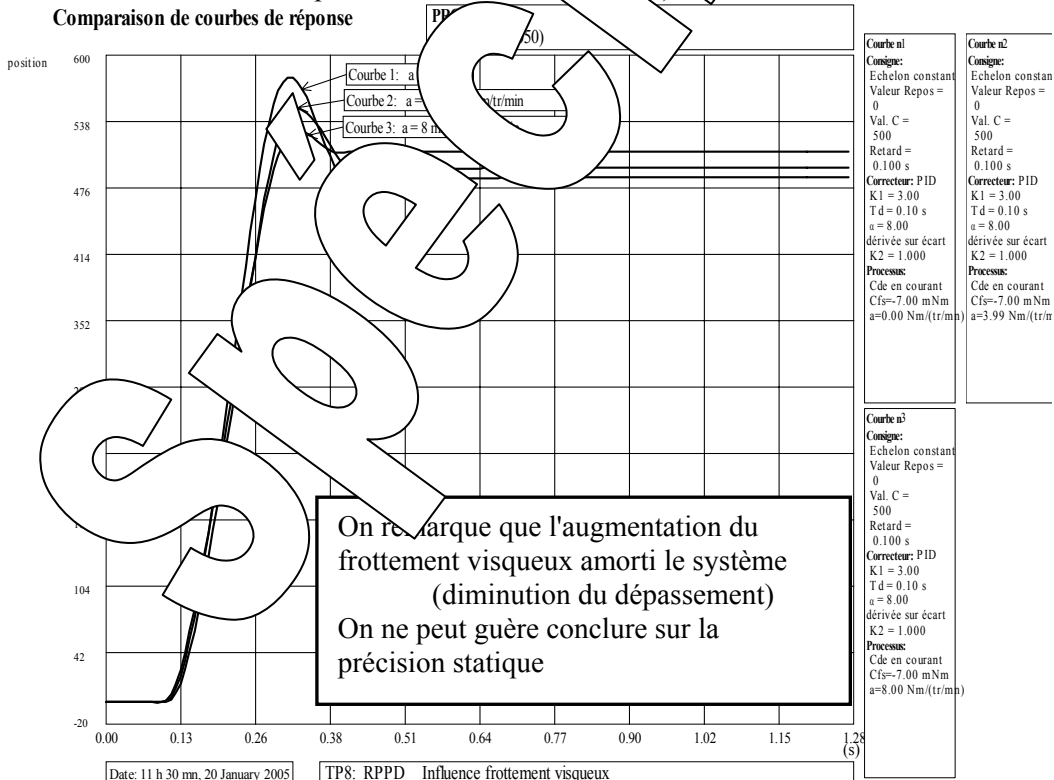


DREG dms

**2.1.3. Etude l'influence du coefficient de frottement visqueux**

Influence du coefficient de frottement visqueux  $a$  sur la réponse en position et  $8 \mu.N.m/tr/min$  (Csf maintenu à  $-7 m.N.m$ )  
 -> frottement sec bien compensé et  $K_1=3$  et  $K_2=1$  ( $N/m$ ).

Comparaison de courbes de réponse



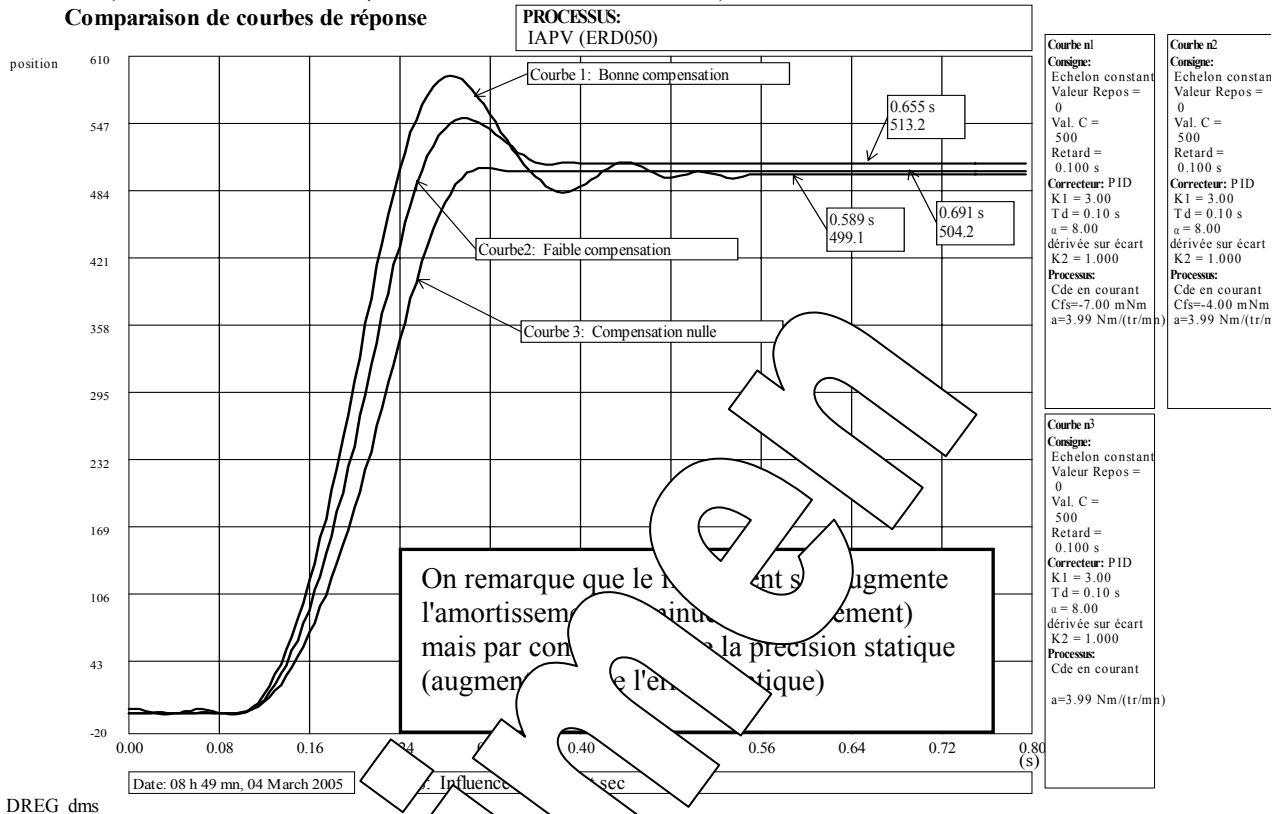
DREG dms



### 2.1.4. Influence du frottement sec

☞ Influence du coefficient Csf qui permet de  $\pm$  compenser le frottement sec intrinsèque de l'ensemble en rotation ("a" est maintenu à 4  $\mu$ .N.m/tr/min et  $K_2 = 2 \text{ mA}/^\circ$ )

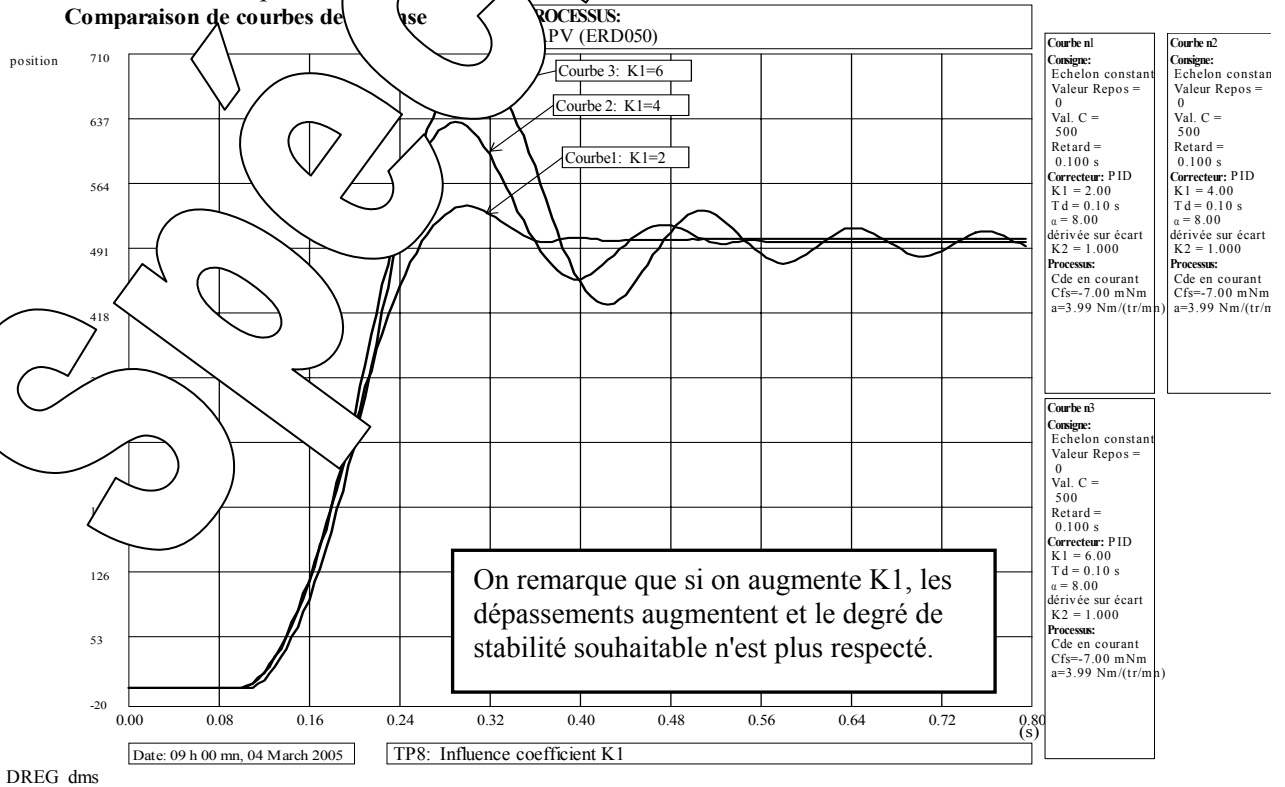
Comparaison de courbes de réponse



### 2.1.5. Etude de l'influence de l'efficacité de l'action proportionnelle

☞ Essais avec  $K_1 = 3$  puis 4 puis 6.

Comparaison de courbes de réponse

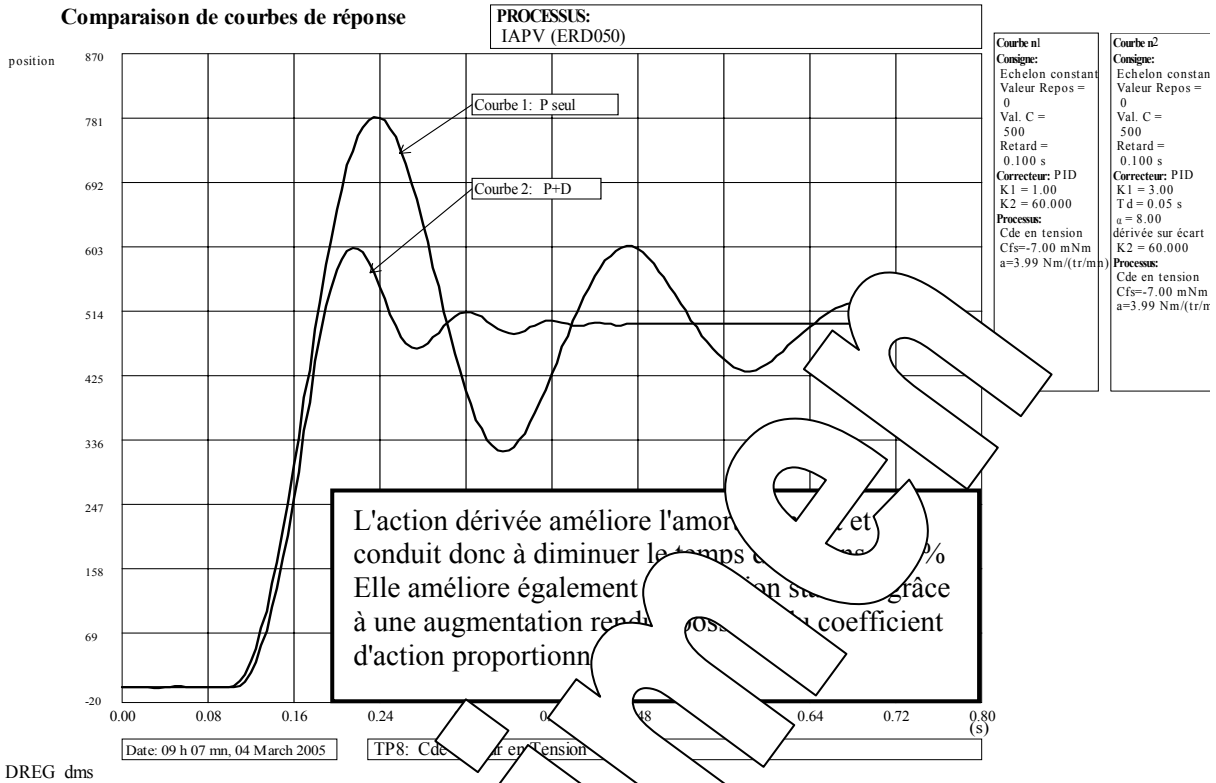


### 2.1.6. Etude de l'influence du type d'interface de puissance

☞ Essai mais avec l'interface de commande moteur "en tension" et comparaison.

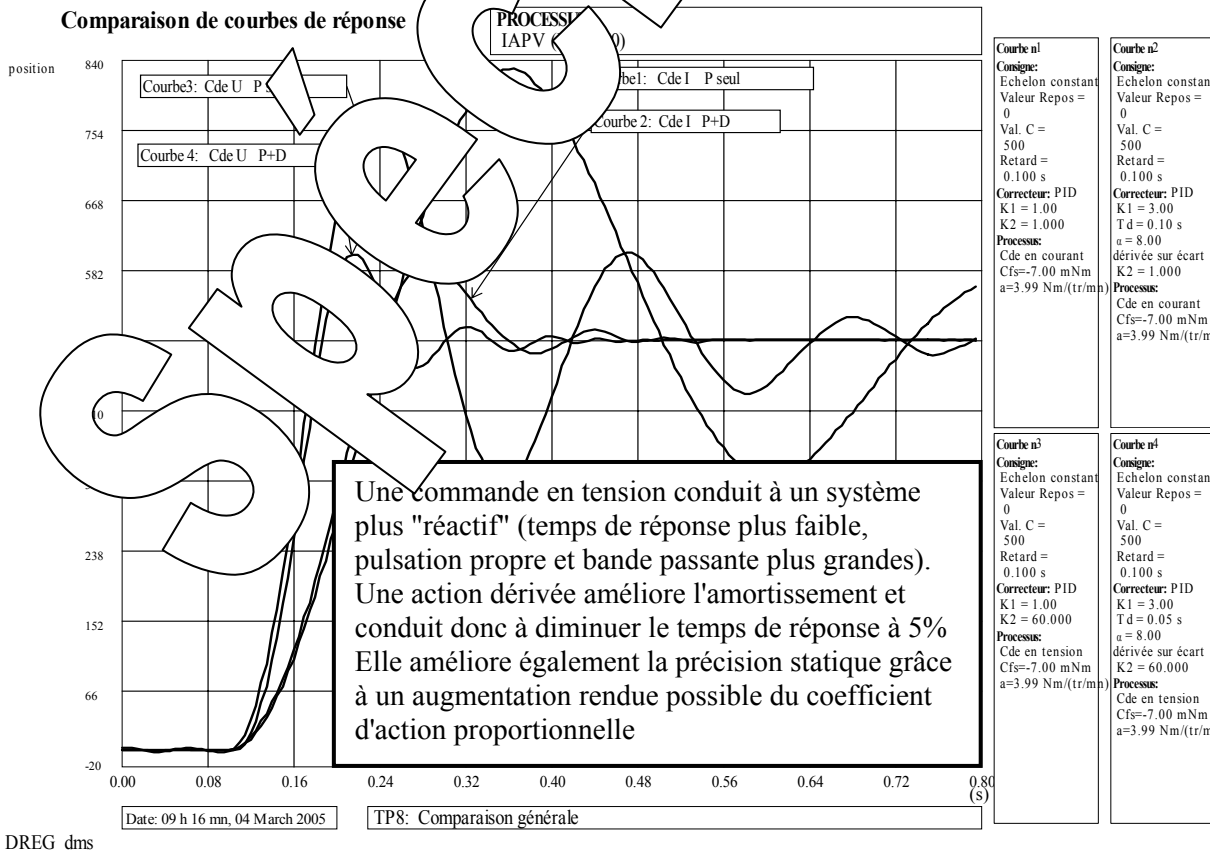
Influence action D si interface tension:

Comparaison de courbes de réponse



Comparaison avec interface courant:

Comparaison de courbes de réponse



## 2.2. Comportement en régime sinusoïdal

### 2.2.1. Relevé expérimental:

On excite le système par une commande  $C(t) = C_0 + C_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$

#### Conditions de l'essai:

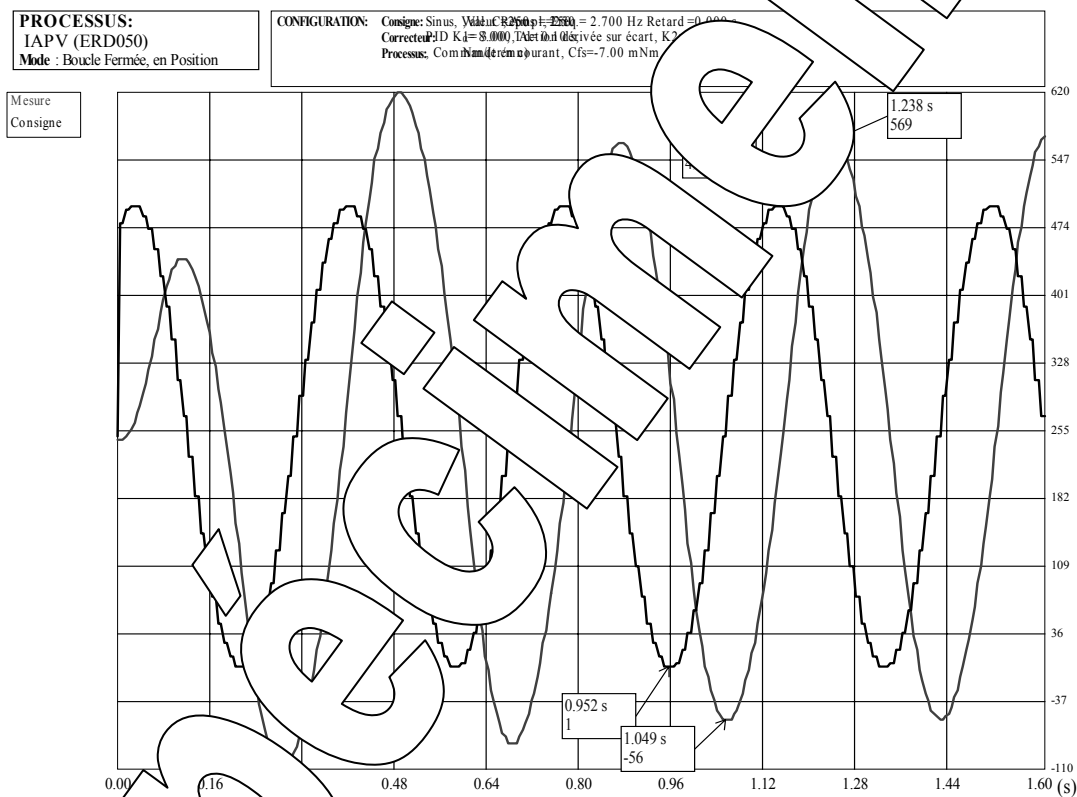
- Caractéristique de charge:  $C_{sf} = -7 \text{ m.N.m/tr/min}$  et  $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$
- Coefficients  $K_I = 3$  et  $K_I = 1 \text{ mA/}^\circ$
- Constante de dérivation  $T_d = 0,1 \text{ S}$  et le coefficient de filtrage  $\alpha = 8$
- Commande "Sinus"

avec:  $C_0 = 250^\circ$  la valeur moyenne,

Amplitude  $= C_M = 250^\circ$  l'amplitude de la composante sinusoïdale.

$\omega = \omega_F = 17 \text{ erad/s}$  la pulsation de la composante sinusoïdale ( $\omega_F = \omega/2.\pi = 2,7 \text{ Hz}$

( $\omega_F$  étant la pulsation propre relevée lors de l'essai précédent).



et effectuer les vérifications suivantes:

Coefficient de transmission statique (valeurs moyennes):

$$\frac{\theta_{\text{Max}} + \theta_{\text{Min}}}{C_{\text{Max}} + C_{\text{Min}}} = K_F = 1? \quad \rightarrow \quad \frac{569 - 56}{497 + 1} = 1,03$$

Coefficient de transmission dynamique (valeurs moyennes):

$$\frac{\theta_{\text{Max}} - \theta_{\text{Min}}}{C_{\text{Max}} - C_{\text{Min}}} = 1,2 \quad \rightarrow \quad \frac{569 + 56}{497 - 1} = 1,26 \quad \rightarrow \quad \text{Une résonance faible}$$

- Le déphasage:  $\varphi_{(\theta/C)} = -90^\circ?$   $\varphi_{(\theta/C)} = -(1,238 - 1,136) \cdot 17 \frac{180}{\pi} = -99,4^\circ$

Au vu des abaques relatifs au comportement des systèmes du deuxième ordre, la pulsation choisie est très proche de la pulsation propre du système (car  $\varphi \neq -90^\circ$ ).

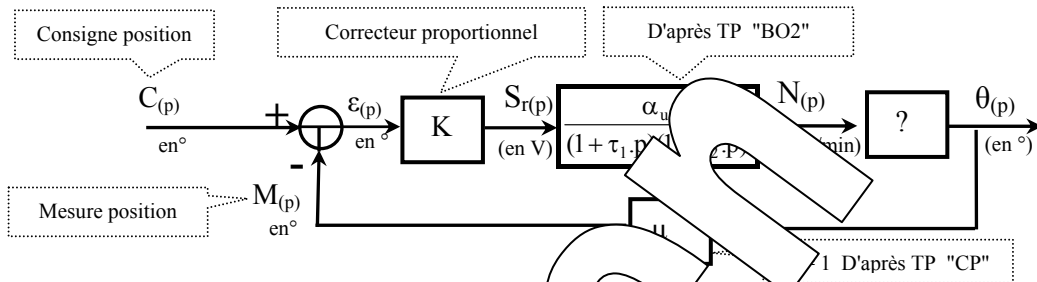
Page laissée vierge

L'action dérivée améliore la bande passante. Pour une pulsation comparable, le système suit mieux: moins de résonance et déphasage plus petit.

Spécimen

## 1. Prédéterminations

### Rappel: Schéma blocs



#### ☛ Fonction de transfert en boucle $\theta(p)/N(p)$

On part de la relation  $\Omega_{(t)} = \frac{2\pi}{60} N_{(t)}$  or:  $\Omega_{(t)} = a \cdot t$  d/s et  $\theta_{rad} = \frac{\pi}{180} \theta$ .

Par transformation de Laplace, dans les conditions de régime permanent  $\Omega_{(p)} = \frac{2\pi}{60} N_{(p)}$  et  $\Omega_{(p)} = p \cdot \theta_{rad(p)}$

Soit en définitive:  $\frac{2\pi}{60} N_{(p)} = p \cdot \frac{\pi}{180} \theta_{(p)}$

#### ☛ Fonction de transfert en boucle $F(p)$

$$\frac{\theta_{(p)}}{C_{(p)}} = \frac{6.K.\alpha_u}{p(1+\tau_1.p)(1+\tau_2.p)+6.K.\alpha_u}$$

$$C_{(p)} \rightarrow \frac{K_F}{1+a_1.p+a_2.p^2+a_3.p^3} \rightarrow \theta_{(p)}$$

Par identification avec la forme canonique posant  $K_0=6.K.\alpha_u.\mu$

$$K_F = \frac{1}{\mu} \quad a_1 = \frac{\tau_1+\tau_2}{K_0} \quad \text{et} \quad a_3 = \frac{\tau_1.\tau_2}{K_0}$$

Si on effectue le produit en numérateur et qu'on identifie, on

obtient le système d'équations. Par identification avec la forme proposée:

$$C_{(p)} \rightarrow \frac{K_F}{\left(1+2.\xi_F \frac{p}{\omega_F} + \frac{p^2}{\omega_F^2}\right)(1+\tau_F.p)} \rightarrow \theta_{(p)}$$

$$2.\xi_F \frac{1}{\omega_F} + \frac{1}{\omega_F^2} = \frac{\tau_1+\tau_2}{K_0} \quad \text{et} \quad \frac{\tau_F}{\omega_F^2} = \frac{\tau_1.\tau_2}{K_0}$$

est un système d'équations pour 4 inconnues  $K_0$ ,  $\omega_F$ ,  $\xi_F$  et  $\tau_F$  puisque les constantes de temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$

sont connues. On résout ce système en choisissant a priori le coefficient d'amortissement.

#### ☛ Pour résoudre le système de trois équations devient

$$(1) \quad \frac{1}{\omega_F} + \tau_F = \frac{1}{K_0} \quad (2) \quad \frac{\tau_F}{\omega_F} + \frac{1}{\omega_F^2} = \frac{\tau_1+\tau_2}{K_0} \quad \text{et} \quad (3) \quad \frac{\tau_F}{\omega_F^2} = \frac{\tau_1.\tau_2}{K_0}$$

Si on divise la première équation par  $\omega_F$ , elle devient égale à la deuxième.

On en déduit l'expression de  $\omega_F$

$$\rightarrow \omega_F = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2}$$

On a ensuite un système de deux équations: (1)  $\tau_1 + \tau_2 + \tau_F = \frac{1}{K_0}$  et (3)  $\tau_F(\tau_1 + \tau_2)^2 = \frac{\tau_1.\tau_2}{K_0}$

dont la solution est: 
$$K_o = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2} \left( 1 - \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)^2} \right) \text{ et } \tau_F = \frac{(\tau_1 + \tau_2) \cdot \tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_1 \cdot \tau_2} \approx \tau_2$$

D'après les résultats expérimentaux obtenus en TP "BO2":  $\tau_1 = 0,1S$ ,  $\tau_2 = 0,0094S$  et  $\alpha_u = 187tr / (min.V)$

$\omega_F = 9,14rad/s$ ,  $K_o = 8,4S^{-1}$  soit  $K_2 = K = \frac{K_o}{6 \cdot \alpha_u \cdot \mu} = 0,0084$  et  $\tau_F \approx 0,009s$

☛ Expression de  $\epsilon_{(p)}$

$$\frac{\epsilon_{(p)}}{C_{(p)}} = \frac{\theta_{(p)}}{C_{(p)}} \cdot \frac{\epsilon_{(p)}}{\theta_{(p)}} \cdot \frac{1}{1 + K \frac{\alpha_u}{(1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)} \cdot \frac{6}{p} \cdot \mu} \rightarrow \frac{\epsilon_{(p)}}{C_{(p)}} = \frac{p(1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)}{p(1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p) + 6 \cdot K \cdot \alpha_u \cdot \mu}$$

**Comportement en régime statique**

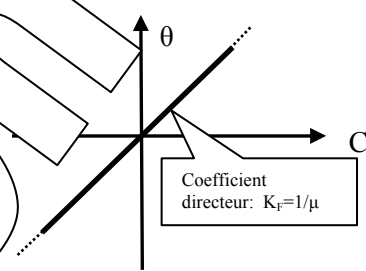
☛ Coefficient de transfert statique

Il suffit de faire  $p=0$  dans la fonction de transfert:

$$\frac{\theta}{C} = K_F = \frac{1}{\mu}$$

Le domaine de validité est imposé par la capacité de comptage du compteur pour signaux en quadrature de phase qui délivre la valeur numérique de position (voir TP "CP")

Pour l'erreur statique:  $\epsilon_s = 0$  donc  $Sr = 0$ . Le système est donc théoriquement précis statiquement et n'y a pas d'influence de la constante proportionnelle sur la caractéristique de transfert.

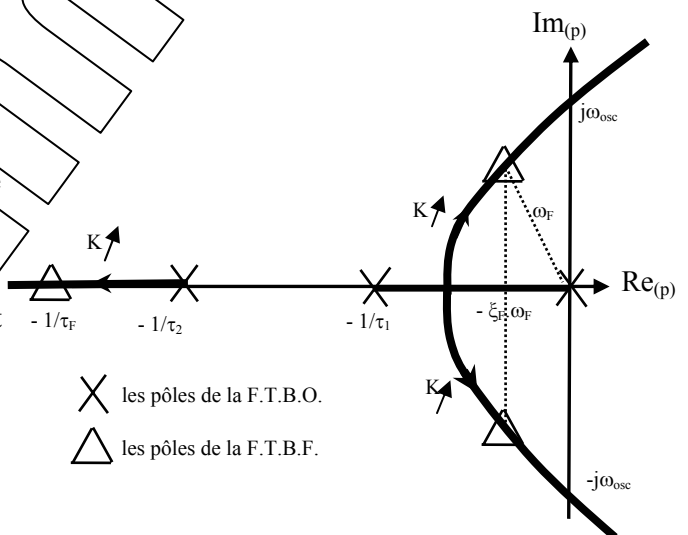


**Comportement en régime dynamique**

☛ Régime dominant

Le comportement en régime dynamique dépend des pôles de sa fonction de transfert. Ces pôles dépendent de la valeur du coefficient d'action proportionnelle  $K$ . D'après le tracé des lieux d'Evans (lorsqu'on fait varier  $K$  de 0 à l'infini), on constate que les 2 pôles complexes conjugués sont dominants par rapport au pôle réel car ils sont plus proches de l'origine. Le pôle réel pourra être négligé si  $1/\tau_F > 5 \cdot (\xi_F \cdot \omega_F)$ .

Soit, dans notre cas, pour  $\xi_F = 0,25$ ,  $1/\tau_F = 110$  et  $5 \cdot (\xi_F \cdot \omega_F) = 125$ . D'après l'application de la règle de Routh-Hurwitz, on pourra donc admettre que le système est régi par la fonction de transfert dominante:



$$F_{(p)} \approx \frac{K_F}{1 + 2 \cdot \xi_F \cdot \frac{p}{\omega_F} + \frac{p^2}{\omega_F^2}}$$

☛ Réponse d'un système à une commande en échelon constant:

Soit  $C_{(p)} = \frac{A}{p}$  est la fonction existante

Soit 
$$\theta_{(p)} \approx \frac{K_F \cdot A}{p \left( 1 + 2 \cdot \xi_F \cdot \frac{p}{\omega_F} + \frac{p^2}{\omega_F^2} \right)} \left[ \theta_{(t)} \approx \frac{A}{\mu} \left[ 1 - e^{-\xi_F \cdot \omega_F \cdot t} \left( \sin(\omega_F \sqrt{1 - \xi_F^2} \cdot t + \chi) \right) \right] \right] \text{ avec } \chi = \text{ArcCos}(\xi_F)$$

A condition que le coefficient d'amortissement soit inférieur à 1.

La réponse est donc pseudo oscillatoire (oscillations dont l'amplitude diminue avec le temps) avec une pulsation des pseudo oscillations  $\omega = \omega_F \sqrt{1 - \xi_F^2}$

**Domaine de validité:**

à  $t=0^+$ , la mesure vaut 0 (car  $\theta_{(t^+)} = 0$ ) et lorsqu'on applique l'échelon de consigne A, la sortie régulateur devient égal à  $K.A$ . à condition que cette valeur ne dépasse pas la valeur de saturation du régulateur soit:

$$-Sr_M < K.A < +Sr_M \quad \text{soit} \quad \frac{-Sr_M}{K} < A < \frac{+Sr_M}{K}$$

Or, puisque c'est une commande en tension et que la tension moteur est limitée à 24V (tension nominale), il

faudra limiter A à la valeur:  $A < \frac{24}{0,0084} = 2857^\circ$

Pour  $\xi_F = 0,5$

**- Temps de réponse à 5%**

Sur l'abaque des temps de réponse réduits,

on lit:  $tr_{5\%} \cdot \omega_F \approx 5 \rightarrow tr_{5\%} \approx \frac{5}{9,14} = 0,55S$

**- Dépassements**

Sur l'abaque des dépassements en valeur relative, on lit:

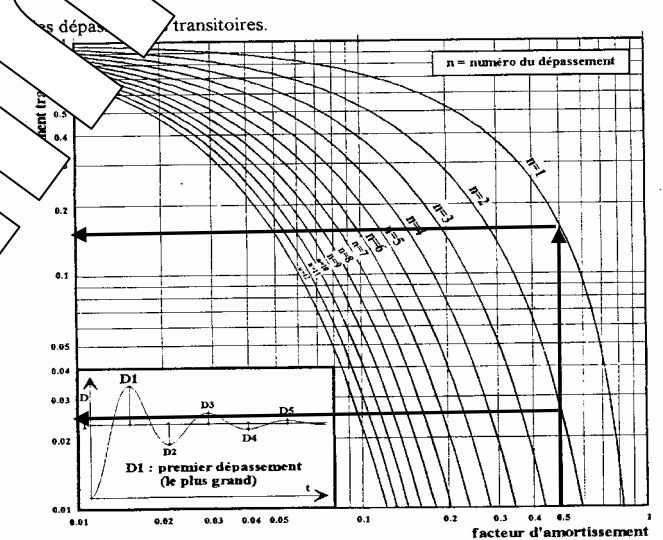
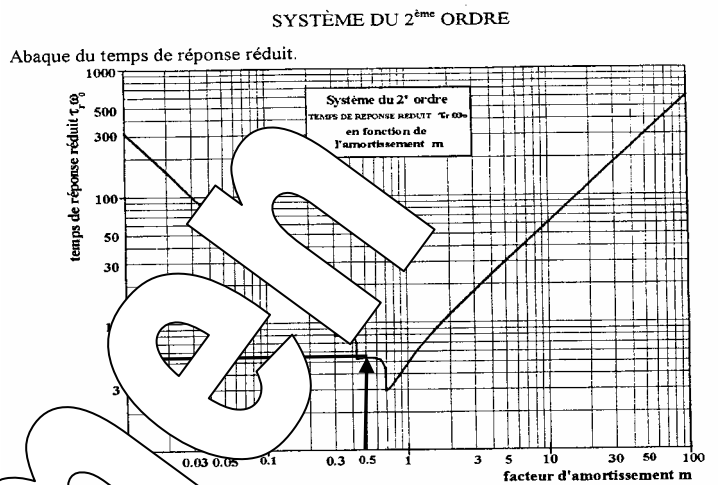
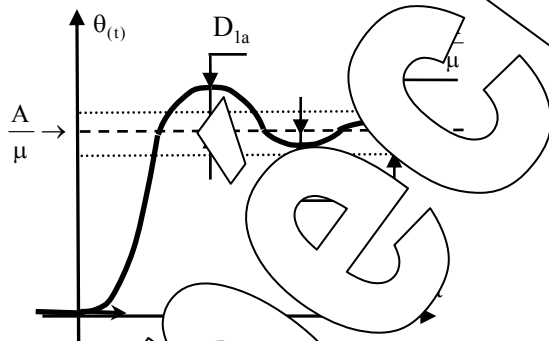
- Premier dépassement:  $D_{1r} \approx 0,15 = 15\%$
- Deuxième dépassement:  $D_{2r} \approx 0,025 = 2,5\%$

Seul le premier dépassement est supérieur à 5%

On en déduit les dépassements en valeur absolue:

- Premier dépassement:  $D_{1a} \approx 0,15(A/\mu)$
- Deuxième dépassement:  $D_{2a} \approx 0,025(A/\mu)$

**- Allure de la réponse temporelle**



Le système étant de 2<sup>ème</sup> ordre, il peut devenir juste instable pour une valeur particulière du gain K. Ce risque est confirmé par les lieux d'Evans donnés précédemment; il est en fait le point d'intersection par deux de ces lieux.

Si le système est juste instable, la pulsation des oscillations entretenue notée  $\omega_{osc}$  est solution de l'équation:

$$\text{Arg} \left[ \frac{1}{1 + j\omega_{osc}\tau_1} \right] = -\pi \rightarrow -\frac{\pi}{2} - \text{ATAN}(\tau_1 \cdot \omega_{osc}) - \text{ATAN}(\tau_2 \cdot \omega_{osc}) = -\pi \rightarrow \omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}}$$

La valeur critique de K (notée  $K_c$ ) qui conduit à ce fonctionnement particulier est solution de:

$$\left| \overline{FTBO}_{(j\omega_{osc})} \right| = 1 \rightarrow \frac{K_{oc}}{\omega_{osc} \sqrt{1 + (\tau_1 \cdot \omega_{osc})^2} \sqrt{1 + (\tau_2 \cdot \omega_{osc})^2}} = 1 \rightarrow K_{oc} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_1} \rightarrow K_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_1 \cdot 6 \cdot \alpha_u \cdot \mu}$$

Application numérique d'après les résultats obtenus en TP "BO2" ( $\tau_1 = 0,1S$ ;  $\tau_2 = 0,0094S$  et  $\alpha_u = 167$ )

$$\omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}} = 32,6 \text{ rad/s}$$

$$K_{oc} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_1} = 1164 S^{-1}$$

$$K_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_1 \cdot 6 \cdot \alpha_u \cdot \mu} = 0,116$$

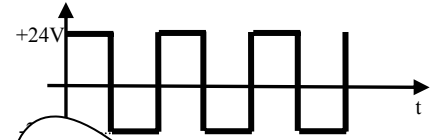
**Evaluation de l'amplitude des oscillations entretenues**

Pour que l'amplitude des oscillations soit bien stable, on choisit un coefficient K légèrement supérieur à la valeur critique. Les oscillations sont alors limitées par les valeurs de saturation de Sr égales à ±24V. Le signal Sr(t) est donc alternatif sinusoïdal d'amplitude 24V et de pulsation ω<sub>osc</sub>.

Les amplitudes au niveau de la sortie θ peuvent être calculées à partir de la fonction de transfert θ/Sr

$$\frac{\hat{\theta}}{\hat{S}_r} = \frac{6\alpha_u}{\omega_{osc} \sqrt{1+(\tau_1 \cdot \omega_{osc})^2} \sqrt{1+(\tau_2 \cdot \omega_{osc})^2}} \rightarrow \hat{\theta} = \frac{6\alpha_u \cdot 24}{\omega_{osc} \sqrt{1+(\tau_1 \cdot \omega_{osc})^2} \sqrt{1+(\tau_2 \cdot \omega_{osc})^2}} \rightarrow \boxed{\hat{\theta} = 190^\circ}$$

Si on choisit un coefficient K très supérieur à Kc, le signal Sr(t) se déforme de plus en plus pour devenir un signal rectangulaire d'amplitude ±24V.



Le processus se comportant comme un filtre passe bas, la sortie θ(t) restera sinusoïdale et pour le calcul de son amplitude, seul le fondamental de Sr(t) est à prendre en compte, soit :

Amplitude du fondamental de Sr(t)  $\boxed{\hat{S}_{r1} = \frac{4}{\pi} 24V}$

L'augmentation de l'amplitude des oscillations au niveau de la sortie θ sera de l'ordre de 4/π soit de l'ordre de 30% soit :

$$\boxed{\hat{\theta}_{MAX} = \frac{4}{\pi} 190^\circ = 242^\circ}$$

**Comportement en régime harmonique établi**

**Fonction de transfert en régime harmonique**

On fait p=jω dans la fonction de transfert soit :

$$\frac{\theta}{C} = \frac{K_F}{\left[1 + 2\xi_F \frac{j\omega}{\omega_F} + \left(\frac{j\omega}{\omega_F}\right)^2\right] (1 + j\omega\tau_F)}$$

$$\frac{\theta}{C} = \frac{1/\mu}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2 + j2\xi_F \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)\right) (1 + j\omega\tau_F)}$$

soit le module (rapport des amplitudes)

$$\left|\frac{\theta}{C}\right| = \frac{K_F}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi_F \frac{\omega}{\omega_F}\right)^2} \sqrt{1 + \omega^2 \tau_F^2}}$$

argument (déphasage de θ/C)

$$\Phi_{(\theta/C)} = -\text{ATAN}\left(\frac{2\xi_F \frac{\omega}{\omega_F}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2}\right) - \text{ATAN}(\omega\tau_F)$$

En coordonnées réduites u = ω/ω<sub>F</sub> et ξ<sub>F</sub> = 0,5

$$\left|\frac{\theta}{C}\right| = \frac{K}{\sqrt{(1-u^2)^2 + 4\xi^2 u^2} \sqrt{1+u^2 \tau^2}}$$

$$\Phi_{(\theta/C)} = -\text{ATAN}\left(\frac{u}{1-u^2}\right) - \text{ATAN}(u\tau)$$

**Passant**

Pour ω = ω<sub>F</sub>

Sachant que la bande passante à -3dB est obtenue par la solution de

$$\boxed{(1-u^2)^2 + u^2 = 2}$$

soit en posant x = u<sup>2</sup> → (1-x)<sup>2</sup> + x = 2 → 1-2x+x<sup>2</sup>+x=2 → x<sup>2</sup>-x-1=0 → x = 1,618

→ u = √x →  $\boxed{\omega_{BP} = 1,272 \cdot \omega_F}$

**Phénomène de résonance**

On rappelle que dès que le coefficient d'amortissement ξ est inférieur à 0,707 soit (√2)/2 se produit le phénomène de résonance (le module passe par un maximum).

La pulsation pour laquelle se produit ce maximum (notée ω<sub>R</sub>) a pour expression :

$$\boxed{\omega_R = \omega_F \sqrt{1-2\xi^2}}$$

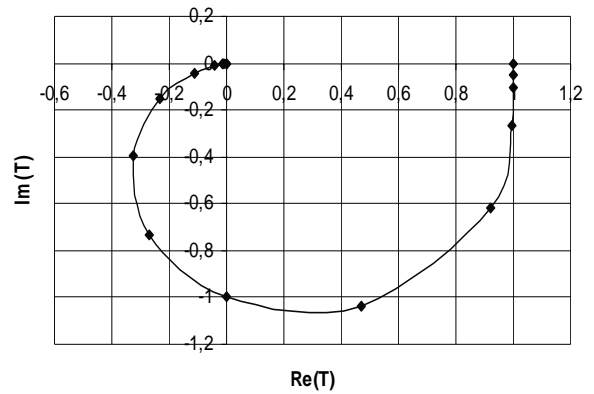
Pour ξ<sub>F</sub> = 0,5 ω<sub>R</sub> = 0,707.ω<sub>F</sub> → **Maximum = 1,155 soit 1,25 dB**

Remarque: Pour ξ = 0 le maximum est infini, le système est alors instable.



**Lieu de transfert dans le plan de Nyquist  
- pour  $\xi_F=0,5$  :**

u	Argument en rad	Module/ $K_F$
0	0	1
0,05	-0,050	1,0012
0,1	-0,100	1,004
0,5	-0,588	1,1094
0,707	-0,955	1,1547
1	-1,57	1
1,2	-1,920	0,782
1,5	-2,263	0,512
2	-2,551	0,2773
5	-2,934	0,0407
10	-3,039	0,0100
100	-3,13	0,0001



On remarque que pour  $u=1$   $\omega = \omega_F$ , on a un module relatif égal à 1 et un argument égal à  $-90^\circ$

**Lieux dans le plan de Bode**

Diagramme des modules (rapport des amplitudes)

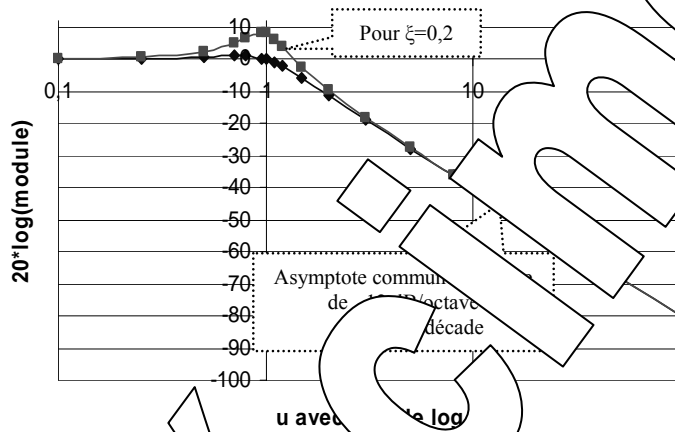
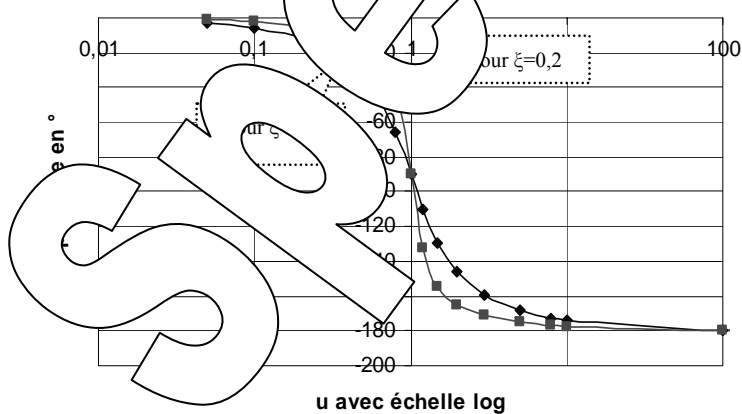


Diagramme des arguments (en degrés)



Remarques:

Lorsque le coefficient d'amortissement diminue, le maximum du module augmente et la rotation de phase au voisinage de la pulsation propre est plus rapide.

Toutes les courbes des arguments passe par  $-90^\circ$  à la pulsation propre (à  $u=1$ ).

## 2. CARACTERISATION EN REGIME STATIQUE

### Relevé de la caractéristique de transfert statique

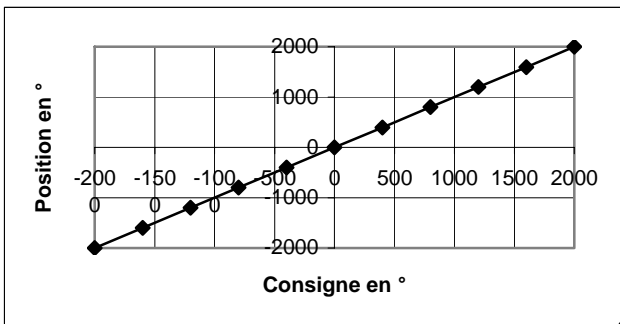
#### Conditions de l'essai et mode opératoire:

- Caractéristique de la charge mécanique:  $Cfs = -7 \text{ m.N.m/tr/min}$  et  $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$

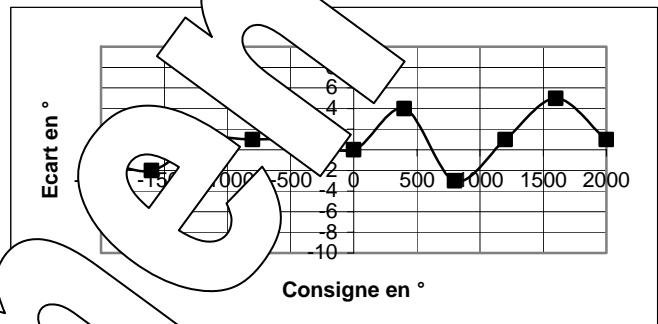
☞ Tableau de mesure et calcul de l'erreur statique notée  $\epsilon_s$ :

C en °	-2000	-1600	-1200	-800	-400	0	400	800	1200	1600	2000
Mθm → θ en °	-2001	-1602	-1199	-799	-399	0	396	803	1199	1595	2001
$\epsilon_s = C - \theta$ en °	-1	-2	1	1	1	0	4	-3	1	5	1

☞ Caractéristiques de transfert statique:  $\theta = f(C)$



☞ Caractéristique de précision statique:  $\epsilon_s = f(C)$



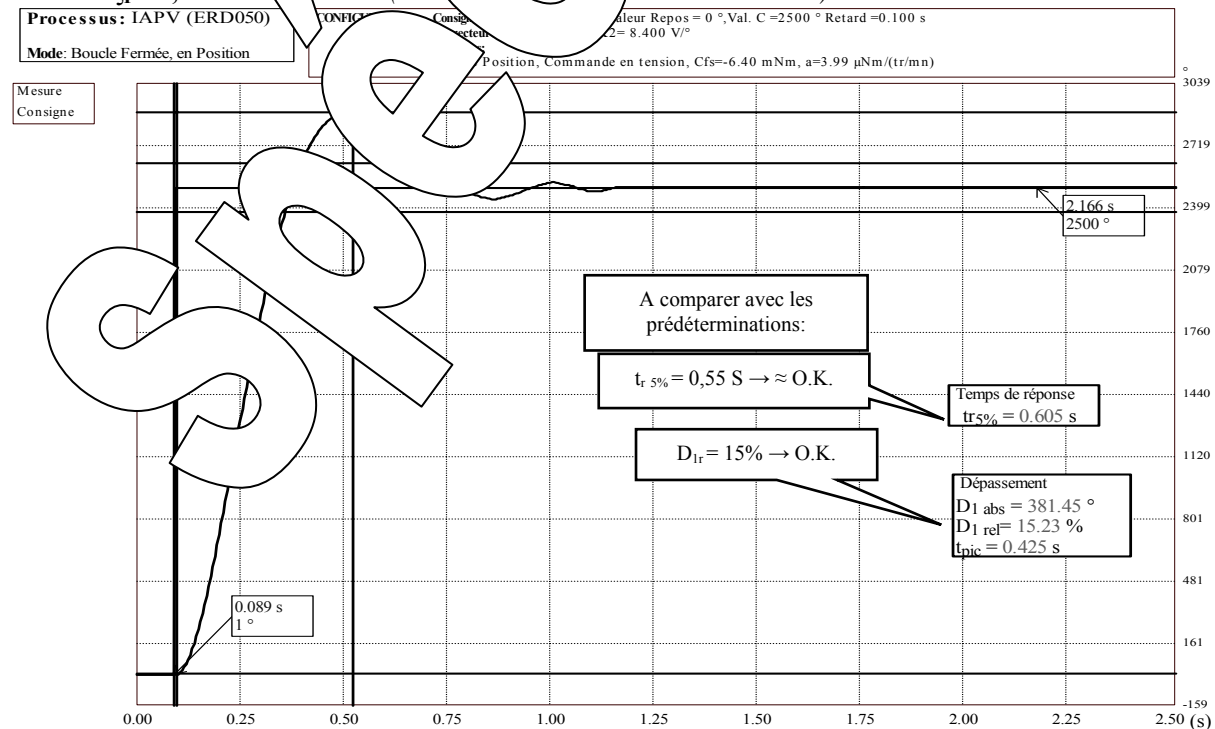
On constate une erreur statique de valeur aléatoire. Cette erreur statique est due au frottement sec qui n'est pas compensé à 100%.

## 3. CARACTERISATION EN DYNAMIQUE

### 3.1. Réponse à un échelon constant

Conditions de l'essai:  $Cfs = -7 \text{ m.N.m/tr/min}$  et  $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$ ;  $K_I = 1$ ; et Commande en tension

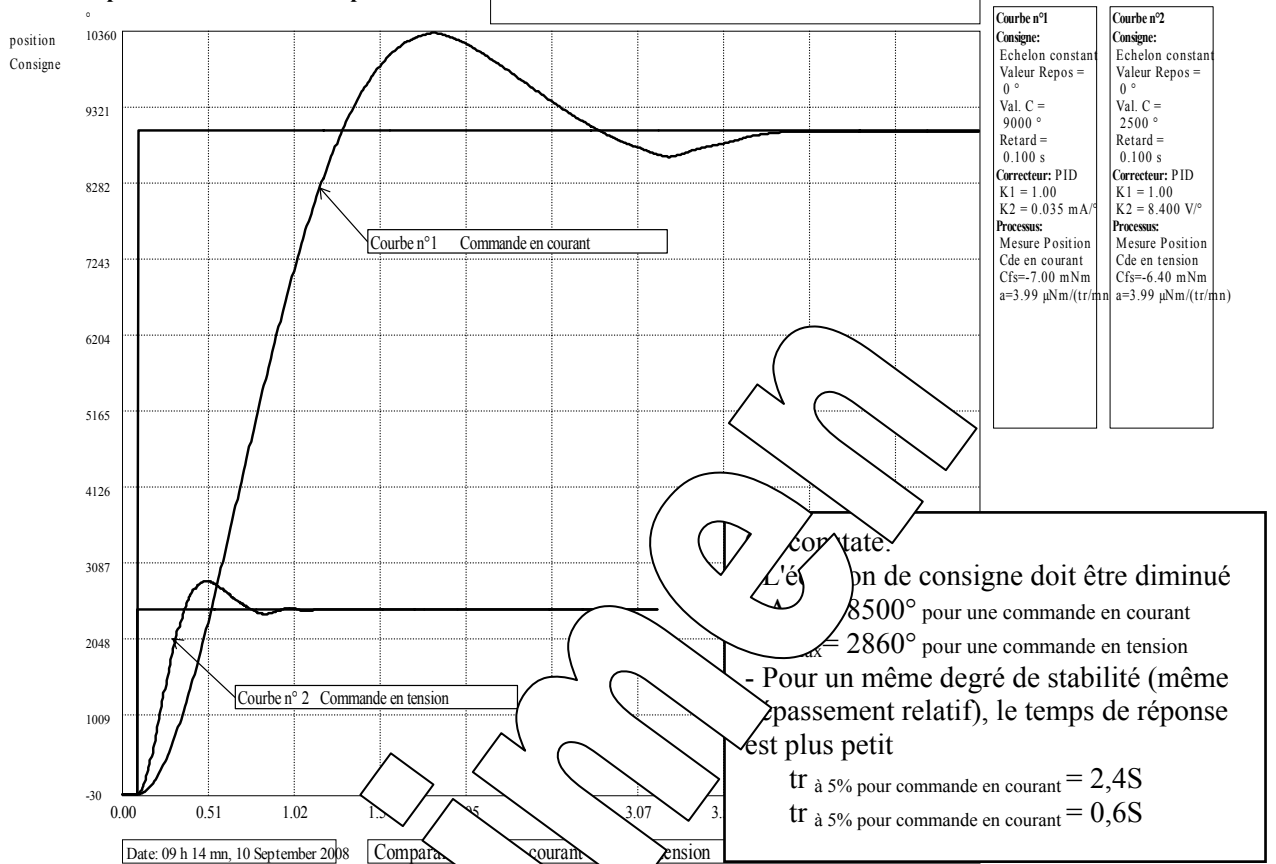
☞ Pour  $\xi_F = 0,5$   $K_2 = 4 \text{ mV/°}$  (valeurs prédéterminées)



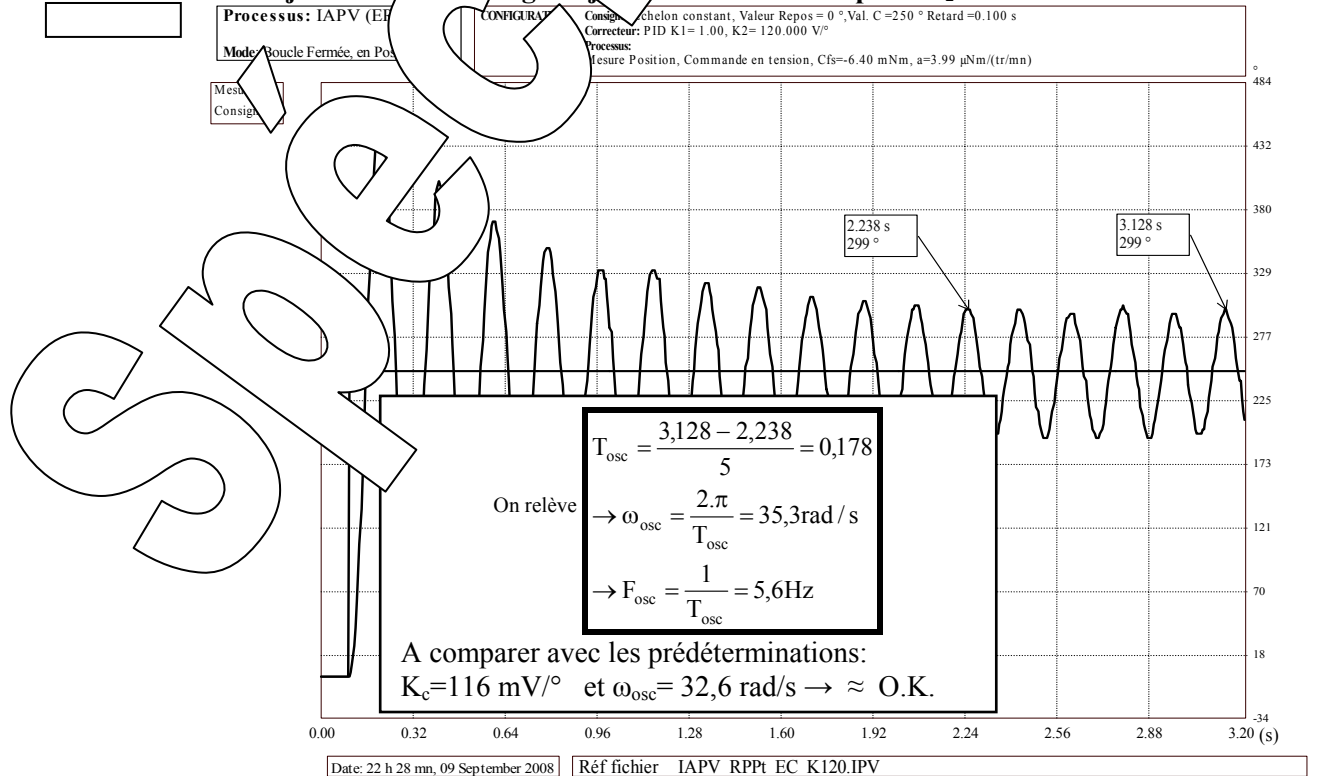
Date: 22 h 16 mn, 09 September 2008 Réf fichier IAPV\_RPpt\_EC\_K8.4.IPV

**☛ Comparaison avec courbe obtenue avec l'interface de puissance "Cde en courant" (avec réponse obtenue au TP "RPPc")**

Comparaison de courbes de réponse

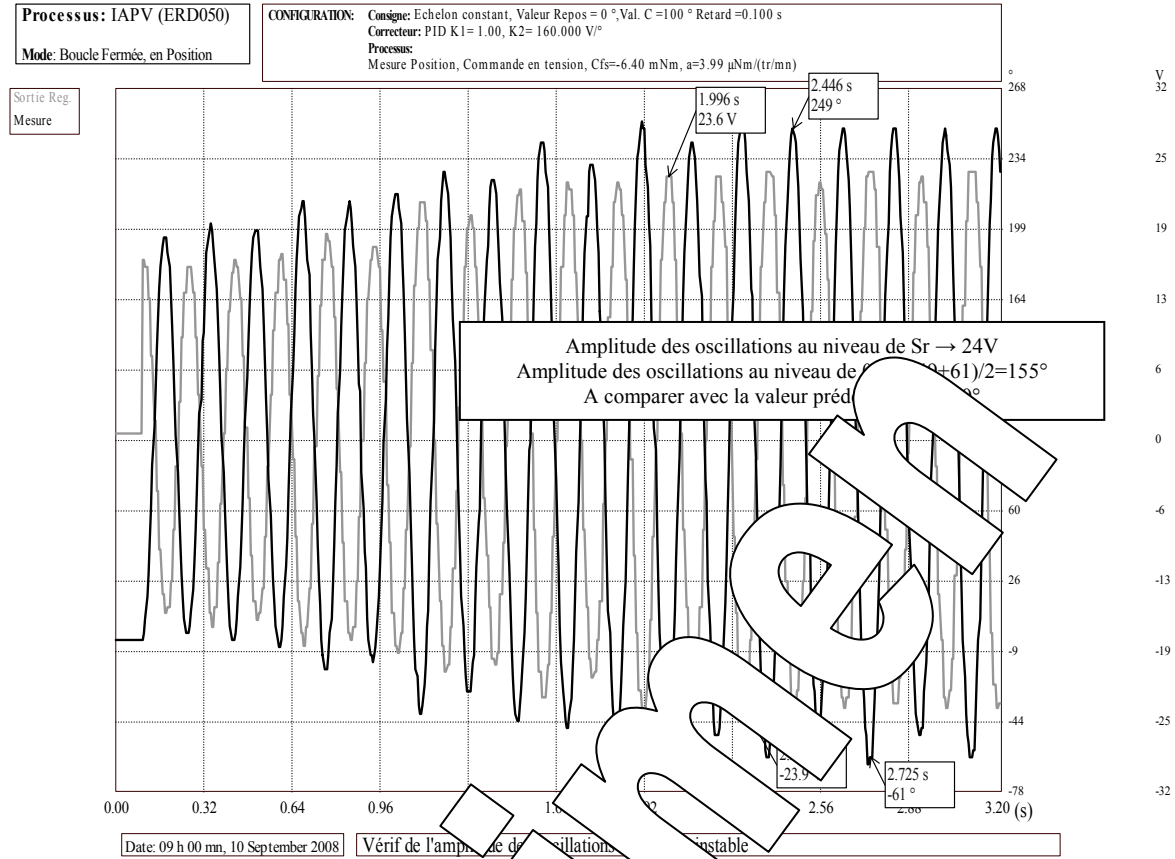


**☛ Recherche de la juste instabilité régime instable obtenu pour K<sub>2</sub>=120mV/°**

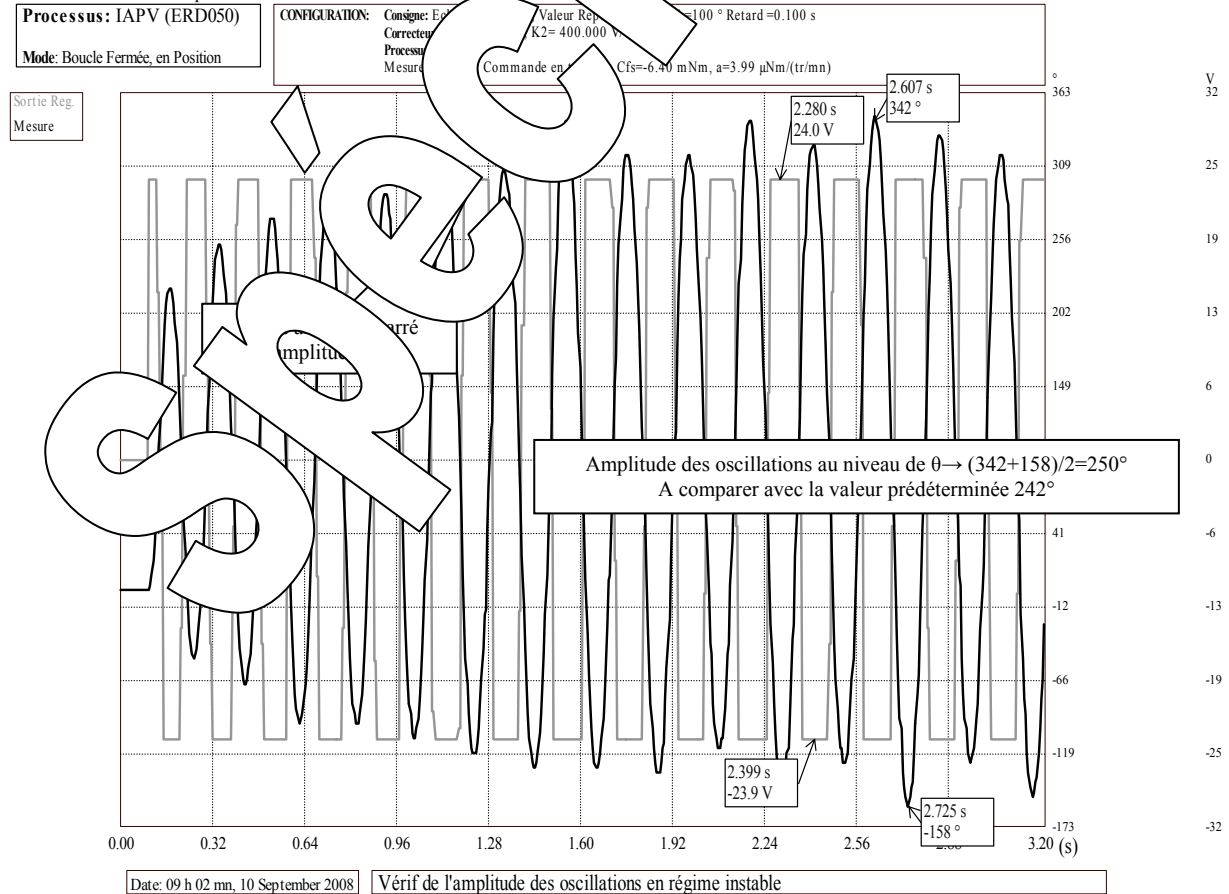


**Amplitude des oscillations entretenues**

- Pour  $Sr$  sinusoïdal avec sa valeur Maximale



- Pour  $K \gg K_{critique}$



### 3.2. Comportement en régime sinusoïdal

#### 3.2.1. Relevé expérimental:

On excite le système par une commande  $C(t) = C_0 + C_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$

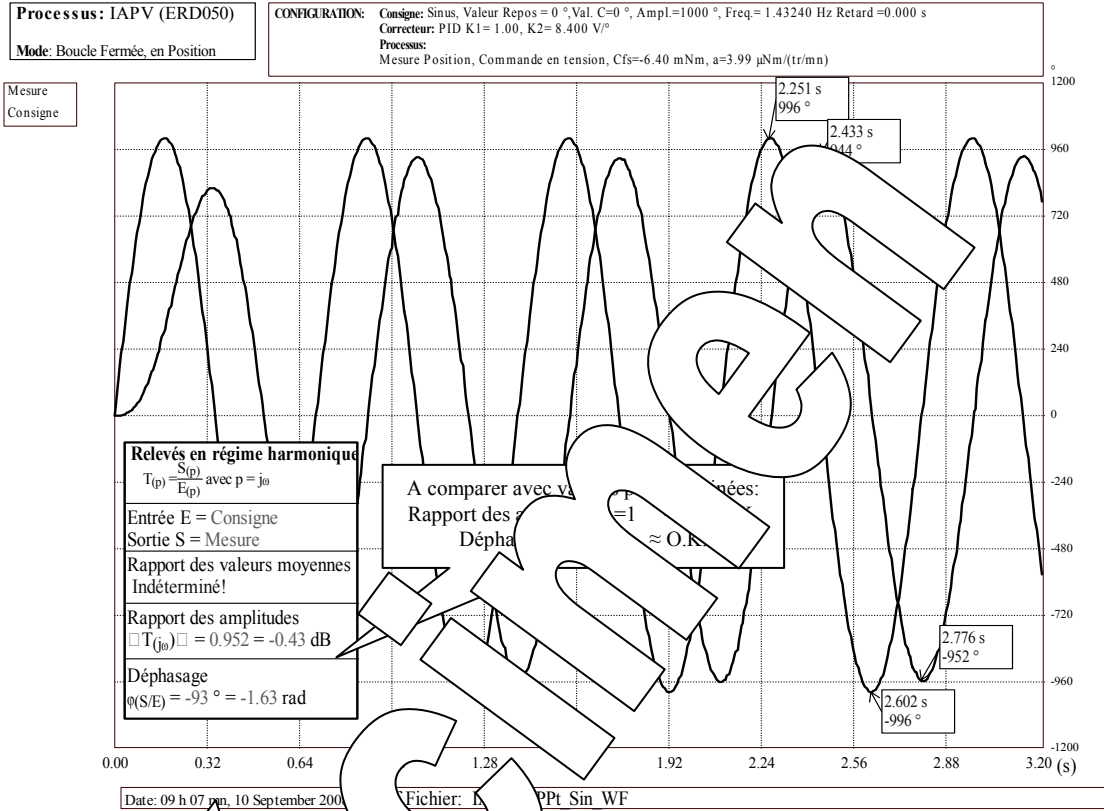
**Conditions de l'essai :** - Caractéristique de charge:  $C_{sf} = -7 \text{ m.N.m/tr/min}$  et  $a = 4 \mu\text{N.m/tr/min}$

- Mode commande "Sinus" avec:

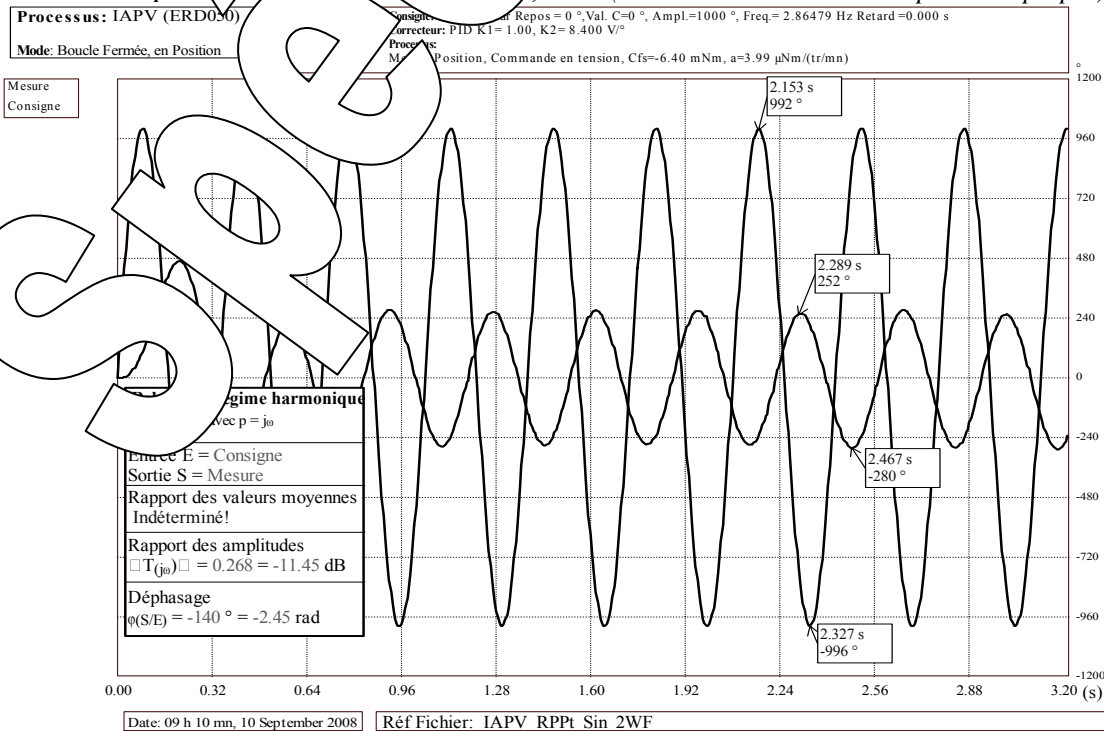
Valeur  $C = C_0 = 0^\circ$  la valeur moyenne,

Amplitude  $= C_M = 100^\circ$  l'amplitude de la composante sinusoïdale,

Pour  $\omega = \omega_F = 9,14 \text{ rad/s}$  →  $F = \omega/2\pi = 1,45 \text{ Hz}$  (A la pulsation propre)



Pour  $\omega = 2 \cdot \omega_F = 18,28 \text{ rad/s}$  →  $F = 2,9 \text{ Hz}$  (Une octave au dessus de la pulsation propre)



*Page laissée vierge*

Spécimen

# ETUDE EN BOUCLE FERMÉE, EN POSITION AVEC CORRECTION P<sup>ELLE</sup> ET CHARGE NON LINEAIRE

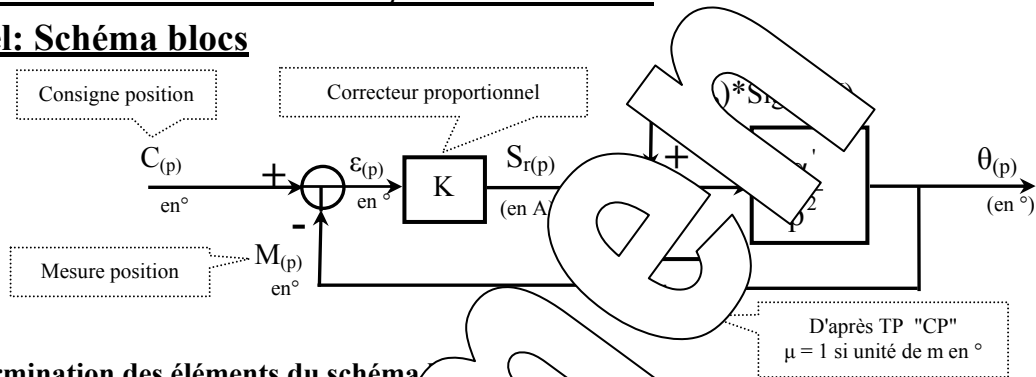
Réf: RPPnl

- Avec une charge mécanique sans frottement visqueux mais avec frottement sec
- Avec Interface de puissance de type "Commande en COURANT"

## 1. Prédéterminations

### 1.1. Fonctions de transfert, schéma blocs

#### Rappel: Schéma blocs



#### • Détermination des éléments du schéma

O rappel le principe fondamental de la dynamique :

$$\sum \text{couples appliqués} = J \cdot \frac{d\omega}{dt} = J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

- J** : l'inertie de l'ensemble en rotation,
- ω** : la vitesse de rotation en rad/s,
- θ** : la position angulaire en rad.

Le frottement visqueux étant désactivé et le frottement sec est négligé, les couples appliqués sont :

- le couple moteur noté  $m(t)$ ,
- le couple de frottement sec noté  $F$  dont l'influence dépend du signe de la vitesse.

Ce qui conduit à l'équation différentielle transformée :

$$C_{m(p)} - \frac{Cs}{p} \cdot \text{signe}(N) = J \cdot p^2 \cdot \theta_{(p)}$$

#### Remarque

La somme des couples appliqués  $[C_{m(p)} - \frac{Cs}{p} \cdot \text{signe}(N)]$  n'est autre que le couple accélérateur.

Le couple  $C_{m(t)}$  est proportionnel au courant dans

$$C_{m(t)} = k_m \cdot i_{m(t)} \quad ] \quad C_{m(p)} = k_m \cdot I_{m(p)}$$

l'interface de puissance impose un courant

$$I_{m(t)} = k_i \cdot S_{r(t)} \quad ] \quad I_{m(p)} = k_i \cdot S_{r(p)}$$

qui est le courant de référence du régulateur :

Si on réprime  $\theta$  en degré, on a la relation :  $\theta_{(en\ rad)} = \frac{2\pi}{360} \theta_{(en\ degrés)}$

Si on réprime  $\theta$  en degré, on obtient :

$$k_i \cdot k_m \cdot S_{r(p)} - \frac{Cs}{p} \cdot (\text{signe de } N) = \frac{2\pi}{360} \cdot J \cdot p^2 \cdot \theta_{(p)} \quad \text{avec } (\theta \text{ en degré})$$

On obtient alors :  $\theta_{(p)} = \frac{360 \cdot k_i \cdot k_m}{2\pi \cdot J \cdot p^2} \left[ S_{r(p)} - \frac{1}{k_i \cdot k_m} \cdot \frac{Cs \cdot (\text{signe de } N)}{p} \right] \rightarrow \alpha' = \frac{360 \cdot k_i \cdot k_m}{2\pi \cdot J} \quad \text{et} \quad F = \frac{Cs}{k_i \cdot k_m}$

D'après les résultats obtenue lors du TP "BO1":  $J=20 \cdot 10^{-6} \text{N.m}$ ;  $k_i=1$ ;  $k_m=42,3 \text{ m.N.m/A}$  et  $Cs=6,36 - 5=1,36 \text{mNm}$  (frottement sec résiduel)

On obtient les valeurs numériques:  $\alpha' = 122 \cdot 10^3 / (\text{A.s}^2)$  et  $F = \frac{(6,36-5) \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 42,3 \cdot 10^{-3}} = 0,032 \text{A}$

Le moteur étant à l'arrêt (N=0), il le reste tant que le couple moteur est inférieur au couple de frottement. Ce qui entraîne la relation :

$$\| \varepsilon \cdot K \cdot k_i \cdot k_m \| < C_s \quad \text{soit} \quad \| \varepsilon \| < \frac{C_s}{K \cdot k_i \cdot k_m} \rightarrow \text{Soit la valeur du seuil: } \varepsilon_0 = \frac{C_s}{K \cdot k_i \cdot k_m}$$

Si le couple moteur devient supérieur au couple résistant, le couple accélération a pour expression :

$$C_{a(t)} = C_{m(t)} - C_s \quad \text{si } N > 0 \quad \text{et} \quad C_{a(t)} = C_{m(t)} + C_s \quad \text{si } N < 0$$

Soit en fonction de l'écart :  $C_{a(t)} = K \cdot k_i \cdot k_m \cdot \varepsilon_{(t)} - C_s \cdot (\text{signe de } N)$

Si on note  $\varepsilon'$ , l'écart "résiduel" créant l'accélération, on obtient l'expression :

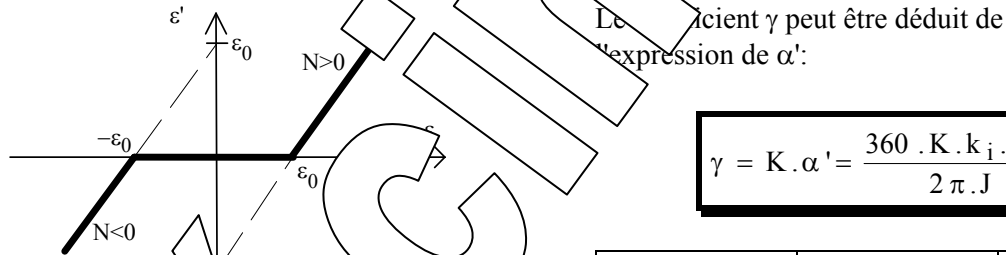
$$\varepsilon'_{(t)} = \varepsilon_{(t)} - \frac{C_s}{K \cdot k_i \cdot k_m} \cdot (\text{signe de } N) \quad \text{Soit : } \varepsilon'_{(t)} = \varepsilon_{(t)} - \varepsilon_0 \cdot (\text{signe de } N)$$

**Conclusion**

Il existe en fait 3 régimes de fonctionnement:

- en mouvement avec une vitesse positive
- en mouvement avec une vitesse négative
- à l'arrêt (où N=0), tant que

Ce qui peut être matérialisé par la caractéristique de la vitesse :



Le coefficient  $\gamma$  peut être déduit de l'expression de  $\alpha'$ :

$$\gamma = K \cdot \alpha' = \frac{360 \cdot K \cdot k_i \cdot k_m}{2 \pi \cdot J}$$

Pour K=0,5 mA/°	Pour K=0,4 mA/°	Pour K=0,3 mA/°
$\gamma = 60,6 \text{ s}^2$	$\gamma = 48,5 \text{ s}^2$	$\gamma = 36,4 \text{ s}^2$

**1.2. Comportement à l'arrêt**

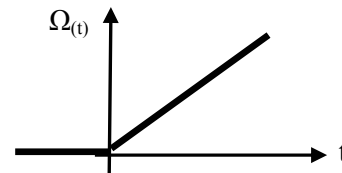
Réponse à un échelon de tension

Dans ce cas le système est déconnecté soit  $\varepsilon_{(t)} = C_{(t)} = A \cdot u_{(t)} \rightarrow \varepsilon'_{(t)} = (A - \varepsilon_0) \cdot u_{(t)}$   $\varepsilon'_{(p)} = (A - \varepsilon_0) / p$

$$\Omega_{(p)} = p \cdot \frac{d\Omega}{dt} = p \cdot \frac{\gamma}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\gamma}{p^2} \cdot \varepsilon'_{(p)} = \frac{360 \cdot \gamma \cdot (A - \varepsilon_0)}{2 \cdot \pi \cdot p^2}$$

soit par transformée inverse:  $\Omega_{(t)} = \frac{360}{2 \cdot \pi} \cdot \gamma \cdot (A - \varepsilon_0) \cdot t$

C'est une évolution en rampe de pente  $(360/2 \cdot \pi) \cdot \gamma \cdot (A - \varepsilon_0)$ .



La progression de la vitesse s'arrête lorsqu'elle atteint sa valeur de saturation (vitesse à vide pour une tension aux bornes de 12V.)



### 1.3. Comportement en boucle fermée

#### 1.3.1. régime statique

##### ☞ Expression de la bande morte

Nous allons imposer une consigne constante de valeur notée  $C$ . Le moteur étant à l'arrêt ( $N = 0$ ) en régime final, reste dans cet état si  $-\varepsilon_0 < \varepsilon < +\varepsilon_0$ .

Or  $\varepsilon = C - M = C - \mu \cdot \theta$  soit :  $-\varepsilon_0 < \varepsilon < +\varepsilon_0 \Rightarrow \frac{C - \varepsilon_0}{\mu} < \theta < \frac{C + \varepsilon_0}{\mu}$

On notera :  $\theta_{c1} = \frac{C - \varepsilon_0}{\mu}$  et  $\theta_{c2} = \frac{C + \varepsilon_0}{\mu}$  D'où la bande morte :  $\theta_{c1} < \theta < \theta_{c2}$

Application numérique pour  $C = 1000^\circ$

- Pour $K=0,5\text{mA}/^\circ$	$\varepsilon_0 = \frac{C_s}{K.k_i.k_m} = \frac{1,36 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,42 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 64,3^\circ$	$936^\circ < \theta < 1064^\circ$
- Pour $K=0,4\text{mA}/^\circ$	$\varepsilon_0 = \frac{C_s}{K.k_i.k_m} = \frac{1,36 \cdot 10^{-3}}{0,4 \cdot 10^{-3} \cdot 1,42 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 80,4^\circ$	$919,6^\circ < \theta < 1080,4^\circ$
- Pour $K=0,3\text{mA}/^\circ$	$\varepsilon_0 = \frac{C_s}{K.k_i.k_m} = \frac{1,36 \cdot 10^{-3}}{0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 1,42 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 100,5^\circ$	$899,5^\circ < \theta < 1100,5^\circ$

#### 1.3.2. Réponse à un échelon constant

On étudie la réponse suite à une excitation  $u(t) = C_{(p)} = A \cdot u(t)$   $C_{(p)} = A/p$

Supposons comme point de départ  $\theta = 0$  (moteur au repos en position initiale)

On applique alors la consigne constante de valeur  $A$ .

##### - Etude du premier régime ( $\varepsilon > \varepsilon_0$ )

On exprime:  $\varepsilon_{(p)} = \varepsilon_{(t)} - \varepsilon_0$  Or :  $\varepsilon_{(p)} = \frac{A}{p} - M_{(p)} = \frac{A}{p} - \mu \cdot \theta_{(p)}$  avec:

$\theta_{(p)} = \frac{\gamma}{p^2} \cdot \varepsilon'_{(p)}$

##### ☞ Expression de $\theta_{(t)}$

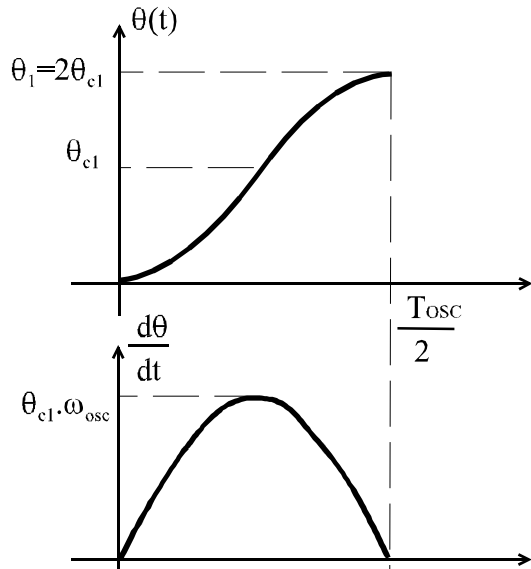
$\theta_{(p)} = \frac{C - \varepsilon_0}{\mu} \cdot \frac{1}{p \cdot \left(1 + \frac{p^2}{\gamma \cdot \mu}\right)}$  [  $\theta_{(t)} = \frac{C - \varepsilon_0}{\mu} \cdot (1 - \cos(\sqrt{\mu \cdot \gamma} \cdot t))$  ]

$\frac{d\theta}{dt}_{(t)} = \Omega_{(t)} = \frac{C - \varepsilon_0}{\mu} \cdot \sqrt{\mu \cdot \gamma} \cdot \sin(\sqrt{\mu \cdot \gamma} \cdot t)$

Si on exprime sous la forme proposée:  $\omega_{osc} = \sqrt{\mu \cdot \gamma}$  et  $\theta_{c1} = \frac{C - \varepsilon_0}{\mu}$

Les expressions deviennent :  $\theta_{(t)} = \theta_{c1} \cdot (1 - \cos(\omega_{osc} \cdot t))$   $\frac{d\theta}{dt}_{(t)} = \theta_{c1} \cdot \omega_{osc} \cdot \sin(\omega_{osc} \cdot t)$

☞ Evolution de la position et de la vitesse au cours du temps :



A l'arrivée en  $\theta_1 = 2.\theta_{c1}$ , la vitesse s'annule pour s'inverser. Il y a donc changement de régime.

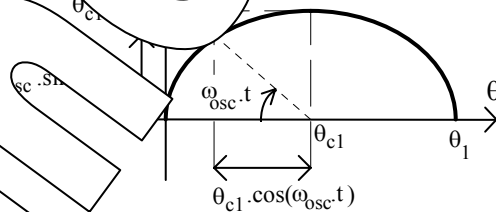
On peut exprimer la durée de ce premier régime. Si l'on note la période des

oscillations :  $T_{osc} = \frac{2\pi}{\omega_{osc}}$

$$t_1 = \frac{T_{osc}}{2} = \frac{\pi}{\omega_{osc}} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu.\gamma}}$$

☞ Représentation dans le plan de phase

Dans le plan de phase, si on adapte l'échelle des vitesses, la trajectoire est un demi cercle centré en  $\theta_{c1}$  et de rayon  $\theta_{c1}$  :



**- Etude du deuxième régime** (cas où  $\epsilon < \epsilon_0$  et  $\mu < \mu_0$ )

☞ Prise en compte des conditions initiales : si la fin du premier régime est l'instant 0 du deuxième. Contrairement au premier régime où les conditions initiales étaient nulles, ce deuxième régime débute avec une position initiale  $\theta_{(0)} = \theta_1$ .

D'après l'étude du premier régime, on peut en déduire l'expression de  $\theta(p)$  si les conditions initiales étaient nulles. Il suffit de changer  $\epsilon_0$  en  $\epsilon_0 + \theta_1$  et  $\mu_0$  en  $\mu_0 + \theta_1$  :

Soit pour le 1<sup>er</sup> régime :  $\theta_{(p)} = \frac{1}{p \cdot \left(1 + \frac{p^2}{\gamma.\mu}\right)}$  et pour le 2<sup>ème</sup> régime :  $\theta_{(p)} = \frac{A + \epsilon_0}{\mu} \cdot \frac{1}{p \cdot \left(1 + \frac{p^2}{\gamma.\mu}\right)}$

Pour déterminer la constante initiale  $\theta_1$ , il faut déterminer l'équation différentielle qui lie  $\theta_{(t)}$  à la

consigne. On peut l'exprimer précédemment sous la forme :  $\mu.\gamma.\theta_{(p)} + p^2.\theta_{(p)} = \gamma.(C + \epsilon_0)/p$

Soit par la transformée inverse :  $\mu.\gamma.\theta_{(t)} + \frac{d^2\theta}{dt^2} = \gamma.(C + \epsilon_0)$

L'application de la transformation de Laplace à cette expression permet de faire intervenir la position initiale  $\theta_1$  grâce au théorème sur la dérivation.

$$\mu \cdot \gamma \cdot \theta_{(p)} + p \cdot [p \cdot \theta_{(p)} - \theta_1] = \gamma \cdot \frac{C + \varepsilon_0}{p} \quad \text{Soit l'expression de } \theta_{(p)} : \theta_{(p)} = \gamma \cdot \frac{C + \varepsilon_0}{p(\mu \cdot \gamma + p^2)} + \frac{p \cdot \theta_1}{\mu \cdot \gamma + p^2}$$

Si on effectue les changements de variables :

$$\theta_{c2} = \frac{C + \varepsilon_0}{\mu} \quad \text{et} \quad \omega_{osc} = \sqrt{\mu \cdot \gamma}$$

On obtient par transformée inverse :

$$\theta_{(t)} = \theta_{c2} \cdot (1 - \cos(\omega_{osc} \cdot t)) + \theta_1 \cdot \cos(\omega_{osc} \cdot t)$$

Et par dérivation :

$$\frac{d\theta}{dt} = \Omega_{(t)} = -(\theta_1 - \theta_{c2}) \omega_{osc} \cdot \sin(\omega_{osc} \cdot t)$$

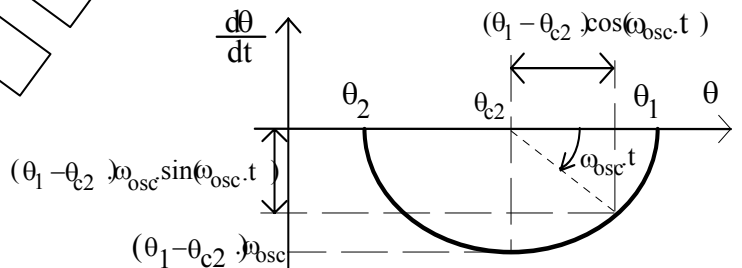
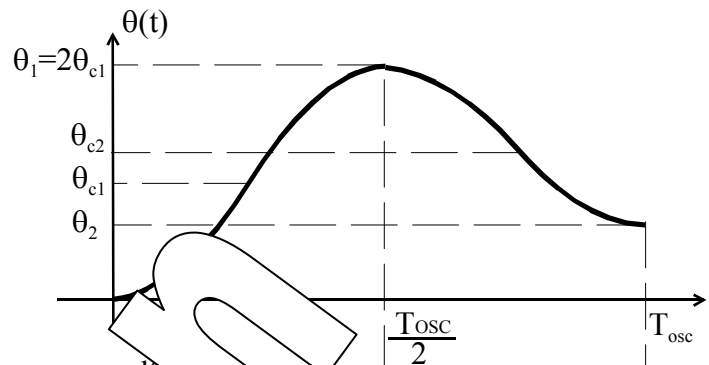
☞ Allure de la réponse temporelle  
Ce qui conduit à l'allure des signaux ci-contre.

A l'arrivée à la position

$\theta_2 = \theta_1 - 2 \cdot (\theta_1 - \theta_{c2})$  soit  $2 \theta_{c2} - \theta_{c1}$ , la vitesse s'annule pour s'inverser. Il y a donc changement de régime.

La durée de ce deuxième régime est égale à la durée du premier, c'est-à-dire  $T_{osc}/2$ .

☞ Trajectoire dans le plan de phase  
Dans le plan de phase, si on adopte une échelle des vitesses, la trajectoire est un demi-cercle centré en  $\theta_{c2}$  et de rayon  $(\theta_1 - \theta_{c2})$ .



**- Les régimes**

Le régime suivant est comparable au premier régime, mais avec la condition initiale de position  $\theta_2$ .

Dans le plan de phase, la trajectoire est un demi-cercle de centre  $\theta_{c1}$  et de rayon  $\theta_{c1} - \theta_2$ .

Ensuite, les deux régimes se succèdent jusqu'à ce que la position arrive dans la bande morte ( $\theta_{c1} < \theta < \theta_{c2}$ )

(avec une vitesse nulle).

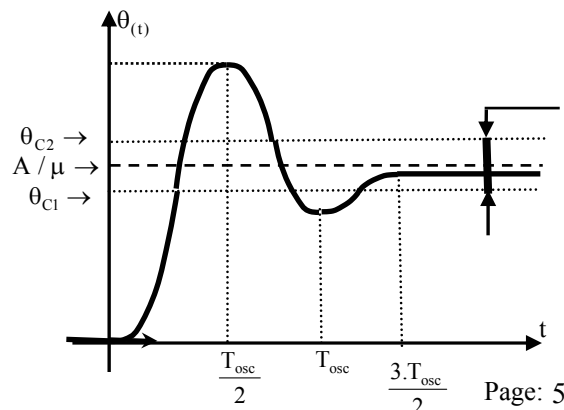
Les trajectoires dans le plan de phase sont alternativement  $\theta_{c1}$  puis  $\theta_{c2}$ .

☞ Allure de la réponse temporelle globale

Comme l'a montré l'étude précédente, la réponse temporelle est faite d'une succession de demi-sinusoïdes de même période:

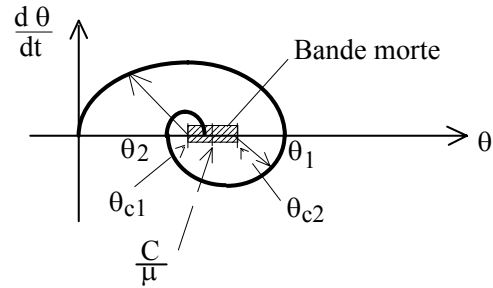
$$T_{osc} = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu \cdot \gamma}}$$

Dans le cas ci-contre, trois régimes se succèdent avant d'atteindre la bande morte avec une vitesse nulle.



Plus la bande morte est étroite plus le nombre de régimes qui se succèdent est grand

☞ Trajectoire de phase pour le cas de figure précédent



☞ Le temps de réponse est égal au nombre de régime multiplié par la demi période d'oscillation soit dans le cas de figure précédent:  $tr = 3.(T_{osc}/2)$

☞ Précision statique

On constate que l'erreur statique sera toujours comprise dans l'intervalle :  $-\epsilon_0 \leq \epsilon_s \leq +\epsilon_0$

On peut exprimer cet écart en degré, en fonction des différents paramètres

$$-\frac{\epsilon_0}{\mu} \leq \Delta\theta \leq \frac{\epsilon_0}{\mu}$$

$$\frac{Cr}{\mu \cdot K \cdot k_i \cdot k_m} \leq \Delta\theta \leq \frac{C}{\mu \cdot k_m}$$

☞ Lieux des extremums de la réponse temporelle

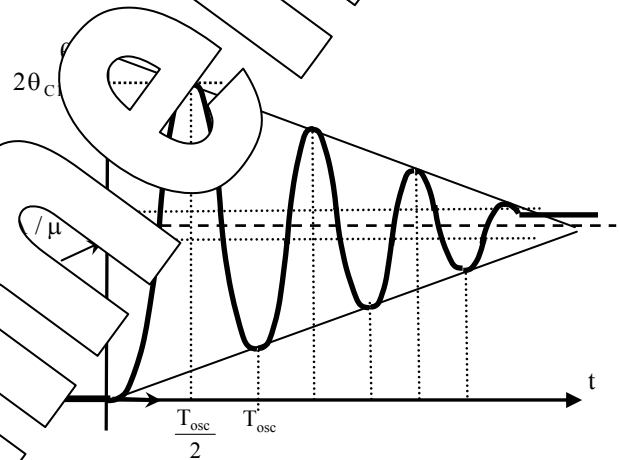
Si on note  $h = \frac{\epsilon_0}{\mu}$ , l'amplitude des oscillations est

diminuée de  $2.h$  à chaque régime.

On peut écrire les équations des lieux des extremums :

$$y_1 = \frac{2.C}{\mu} - \frac{4.h}{T_{osc}} \cdot t \quad \text{pour les extremums } \theta$$

$$y_2 = \frac{4.h}{T_{osc}} \cdot t \quad \text{pour les extremums } \dot{\theta}$$



☞ Application numérique pour un écart de position de  $1000^\circ$

Pour  $K=0,5 \text{ mA}/^\circ=0,5 \cdot 10^{-3} \text{ A}/^\circ$  et  $h=6^\circ$   $T_{osc} = \frac{2.\pi}{\sqrt{K\alpha'}} = \frac{6,28}{\sqrt{122.10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}}} = 0,804s$

Pour  $K=0,4 \text{ mA}/^\circ=0,4 \cdot 10^{-3} \text{ A}/^\circ$  et  $h=8^\circ$   $T_{osc} = \frac{2.\pi}{\sqrt{K\alpha'}} = \frac{6,28}{\sqrt{122.10^3 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}}} = 0,9s$

Pour  $K=0,3 \text{ mA}/^\circ=0,3 \cdot 10^{-3} \text{ A}/^\circ$  et  $h=10^\circ$   $T_{osc} = \frac{2.\pi}{\sqrt{K\alpha'}} = \frac{6,28}{\sqrt{122.10^3 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}}} = 1,04s$

Valeurs et instant des extremums pour  $K=0,5 \text{ mA}/^\circ$  (bande morte  $936^\circ$  à  $1064^\circ$ )

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	Arrivée dans la bande morte au 8 <sup>ème</sup> extremum
instant	$T_{osc}/2 = 0,402 \text{ s}$	$T_{osc} = 0,804 \text{ s}$	$3.T_{osc}/2 = 1,206 \text{ s}$	$2.T_{osc} = 1,608 \text{ s}$	$5.T_{osc}/2 = 2,01 \text{ s}$	$3.T_{osc} = 2,412 \text{ s}$	$7.T_{osc}/2 = 2,81 \text{ s}$	$4.T_{osc} = 3,2 \text{ s}$	
Valeur	2000-2h = $1872^\circ$	4.h = $256^\circ$	2000-6.h = $1616^\circ$	8.h = $512^\circ$	2000-10.h = $1340^\circ$	12.h = $768^\circ$	2000-14.h = $1104^\circ$	16.h = $1024^\circ$	

Valeurs et instant des extremums pour  $K=0,4 \text{ mA}/^\circ$  (bande morte  $920^\circ$  à  $1080^\circ$ )

Rang	1	2	3	4	5	6	Arrivée dans la bande morte au 6 <sup>ème</sup> extremum
instant	$T_{osc}/2 = 0,45 \text{ s}$	$T_{osc} = 0,9 \text{ s}$	$3.T_{osc}/2 = 1,35 \text{ s}$	$2.T_{osc} = 1,8 \text{ s}$	$5.T_{osc}/2 = 2,25 \text{ s}$	$3.T_{osc} = 2,7 \text{ s}$	
Valeur	2000-2h = $1840^\circ$	4.h = $320^\circ$	2000-6.h = $1520^\circ$	8.h = $640^\circ$	2000-10.h = $1200^\circ$	12.h = $960^\circ$	

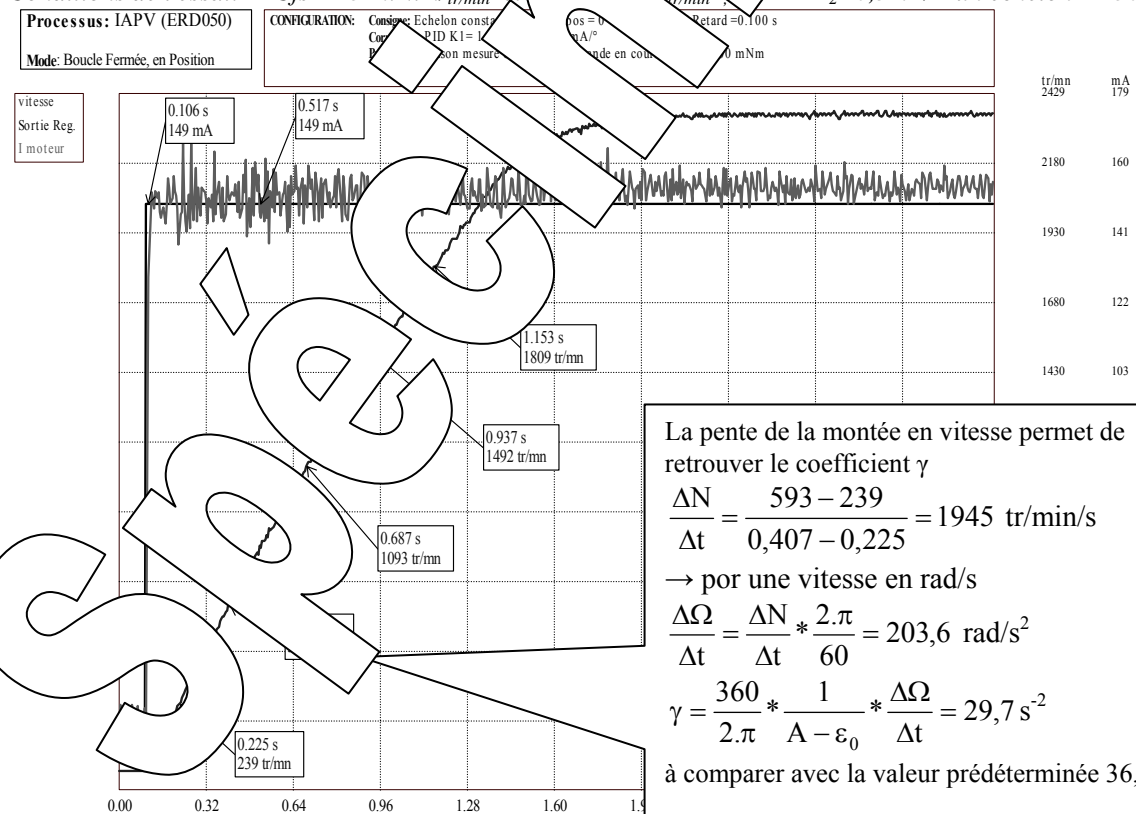
Valeurs et instant des extremums pour  $K=0,3 \text{ mA}/^\circ$  (bande morte  $900^\circ$  à  $1107^\circ$ )

Rang	1	2	3	4	5	6
instant	$T_{osc}/2 = 0,52 \text{ s}$	$T_{osc} = 1,04 \text{ s}$	$3.T_{osc}/2 = 1,56 \text{ s}$	$2.T_{osc} = 2,08 \text{ s}$	$5.T_{osc}/2 = 2,6 \text{ s}$	$3.T_{osc} = 3,12 \text{ s}$
Valeur	2000-2h = $1786^\circ$	4.h = $428^\circ$	2000-6.h = $1358^\circ$	8.h = $856^\circ$	2000-10.h = $930^\circ$	12.h = $762^\circ$

## 2. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

### 2.1. Réponse à un échelon commandé en boucle ouverte

Conditions de l'essai:  $Cfs = -5 \text{ m.N.m/tr/min}$  et  $K_1 = 1 \text{ mA}/^\circ$ ,  $K_2 = 0,3 \text{ mA}/^\circ$  un échelon  $A = 500^\circ$



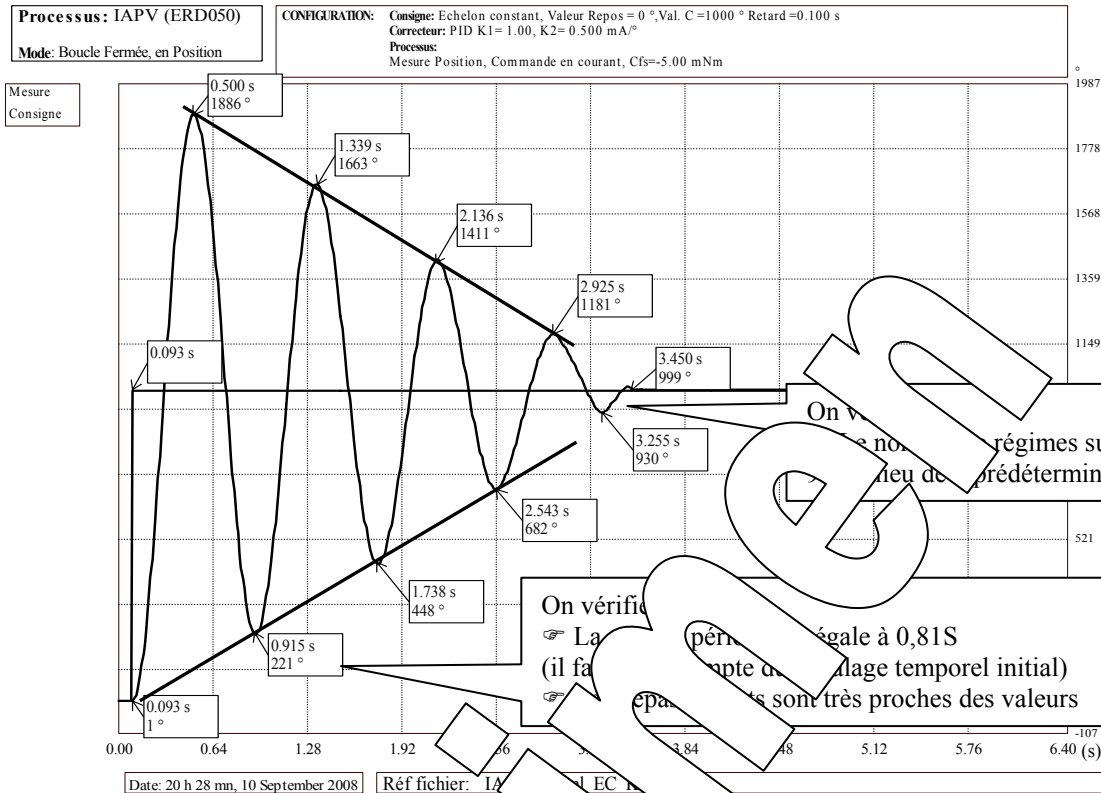
Date: 19 h 39 mn, 29 September 2008

Réf fichier: TP IAPV n°10 BO

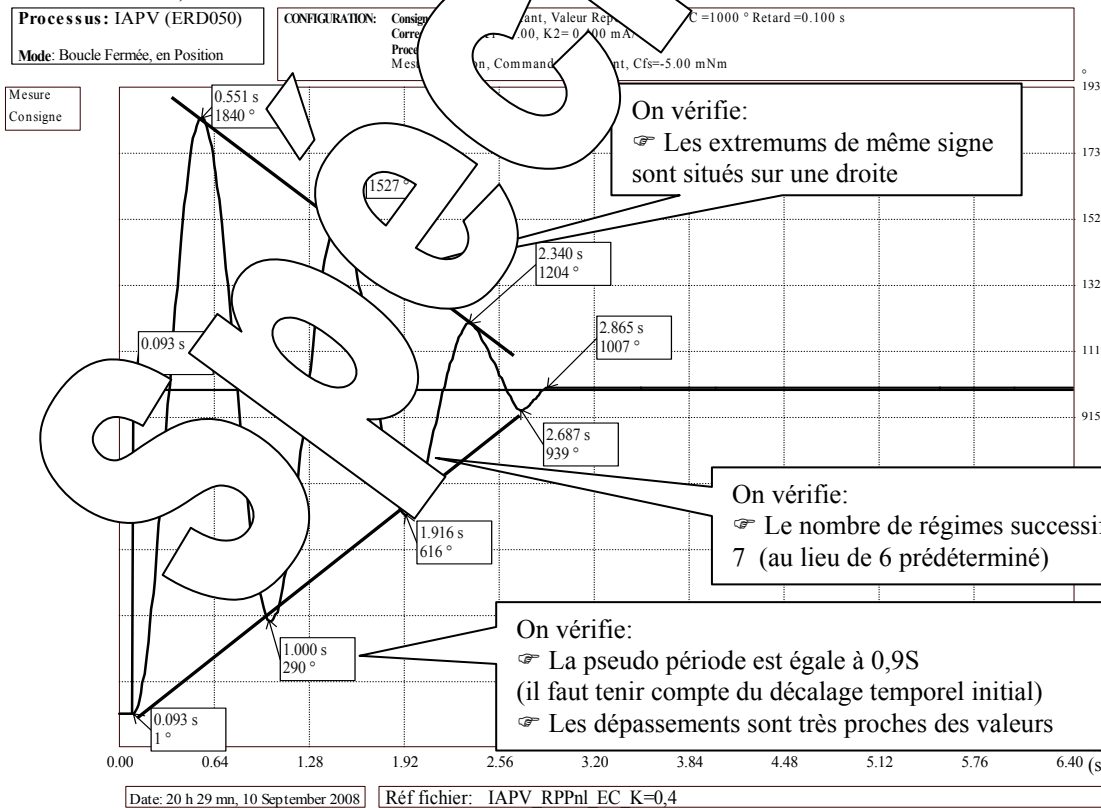
## 2.2. Réponse à un échelon constant en boucle fermée

Conditions de l'essai:  $Cfs = -5 \text{ m.N.m/tr/min}$  et  $a = 0 \text{ } \mu\text{.N.m/tr/min}$ ;  $K_I = 1$

☞ Pour  $K2 = 0,5 \text{ mA/}^\circ$



☞ Pour  $K2 = 0,4 \text{ mA/}^\circ$

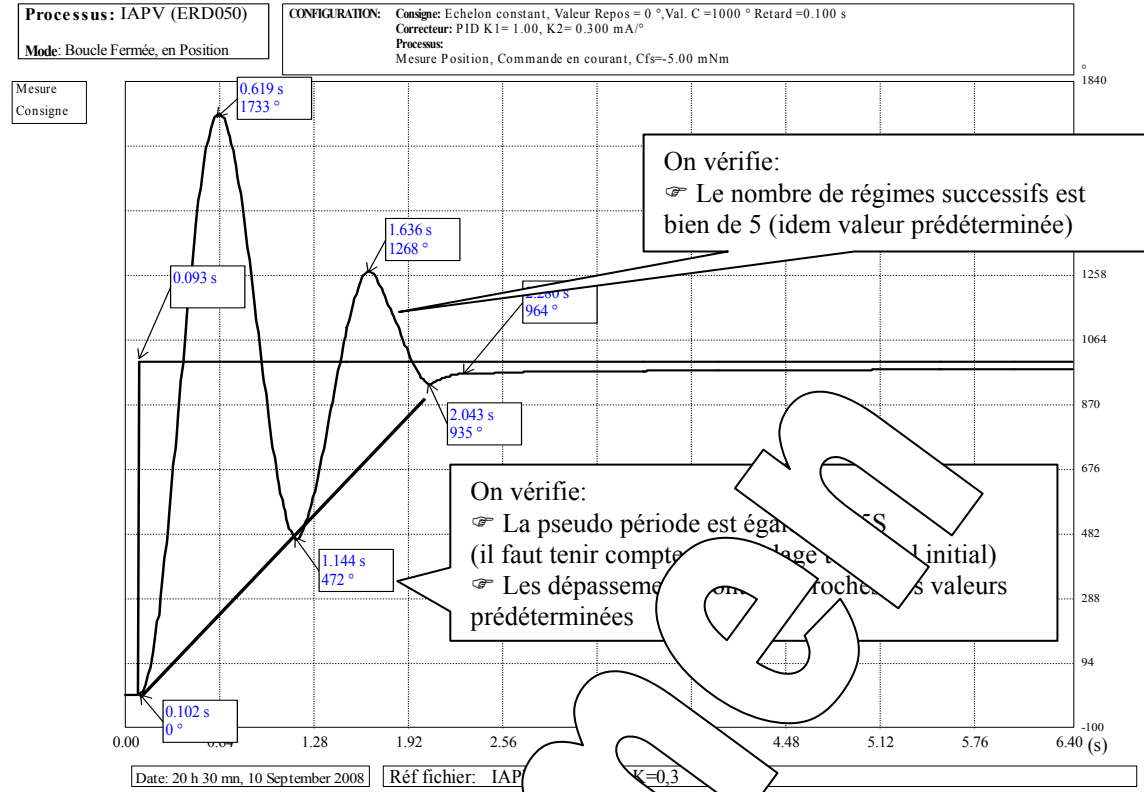


On vérifie:  
☞ Les extremums de même signe sont situés sur une droite

On vérifie:  
☞ Le nombre de régimes successifs est de 7 (au lieu de 6 prédéterminé)

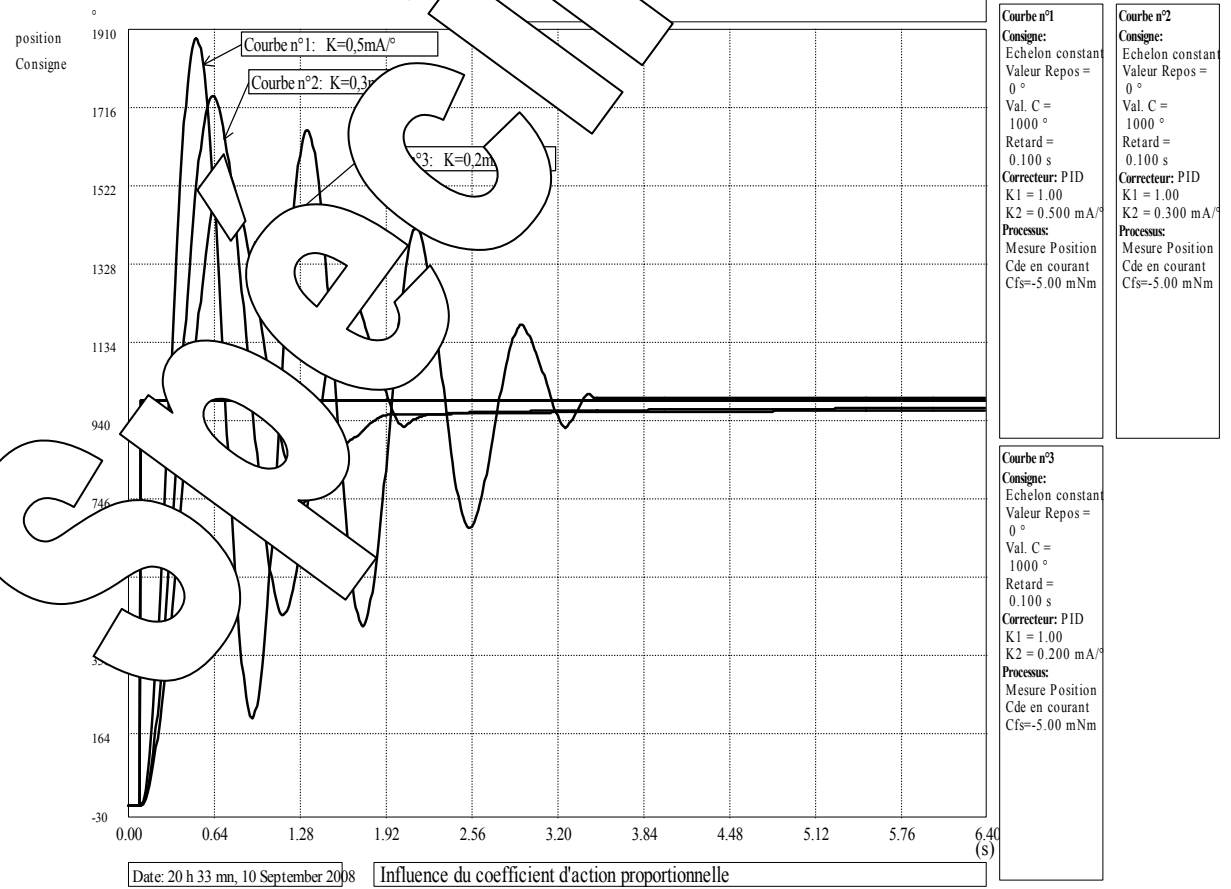
On vérifie:  
☞ La pseudo période est égale à 0,9S (il faut tenir compte du décalage temporel initial)  
☞ Les dépassements sont très proches des valeurs

☞ Pour  $K2 = 0,3mA/°$



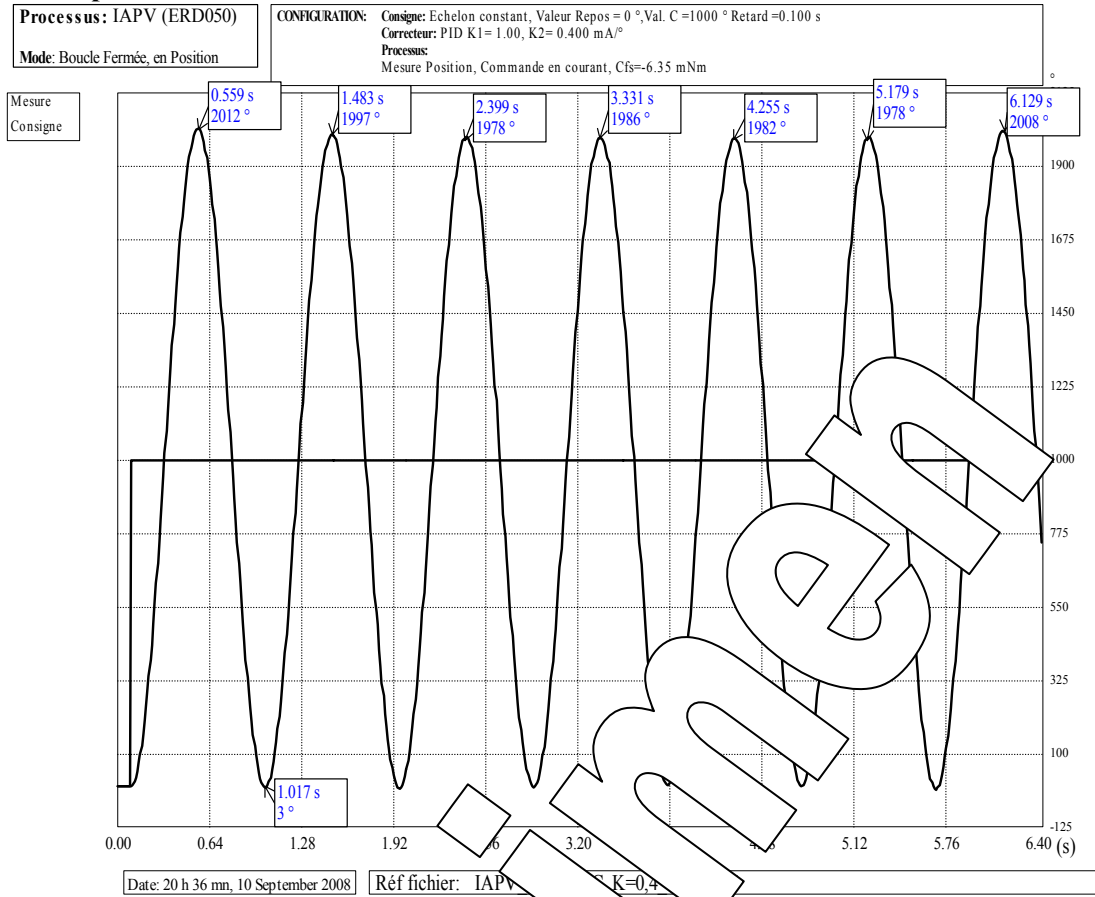
☞ Comparaison

Comparaison de courbes de réponse



**☞ Pour un frottement sec compensé (Charge mécanique uniquement inertielle)**

**Relevé pour K=0,4 mA/°**



Remarque:

Si le frottement sec est compensé on obtient une réponse qui n'a plus d'amortissement, donc qui est juste instable:

L'équation  $\theta_{(t)} = \frac{C}{\mu} \cdot (1 - \cos(\sqrt{\mu \cdot \gamma} \cdot t))$  puisque  $\epsilon_0 = 0$   $\theta_{(t)} = \frac{C}{\mu} \cdot (1 - \cos(\sqrt{\mu \cdot \gamma} \cdot t))$

Ce qui correspond bien à l'oscillation obtenue.

La pulsation des oscillations est :  $\omega_{osc} = \sqrt{\mu \cdot \gamma}$

Soit dans le cas présent :  $T_{osc} = \frac{\pi}{\omega_{osc}} = \frac{6,28}{\sqrt{122 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}}} = 0,9s$

Dans le relevé obtenu on mesure une période de  $T_{osc} = \frac{6,129 - 0,559}{6} = 0,93s$