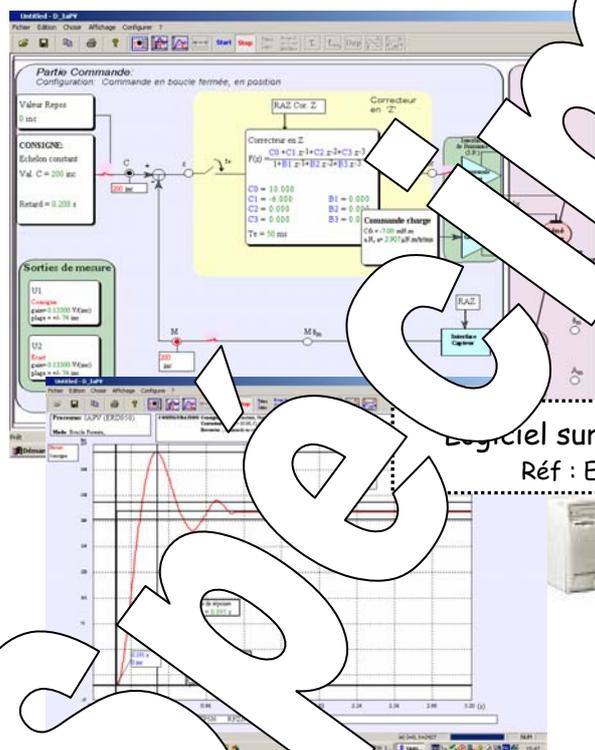


Manuel de Travaux pratiques sur SYSTEME "IAPV-ERD050"

Dans le domaine numérique
(ou échantillonné ou discret)

- COMPTE-RENDUS -



Didalab Mécatronique
Réf : ERD 050 000



Logiciel sur PC : D_IAPV
Réf : ERD 050 100



Manuels de Travaux pratiques sujets et Compte-rendus

De niveau 1 (Bac)

ERD 050 030 Manuel Sujets (5 sujets 30 pages)
ERD 050 020 Manuel Compte-rendus (32 pages)

De niveau 2 (STS; IUT; Ingénieur)

ERD 050 050 Manuel Sujets (10 sujets 66 pages)
ERD 050 040 Manuel Compte-rendus (94 pages)

De niveau 3 (Domaine numérique)

ERD 050 070 Manuel Sujets (6 sujets 50 pages)
ERD 050 060 Manuel Compte-rendus (78 pages)



Spécimen

SOMMAIRE:

<i>Référence</i>	<i>Theme</i>	<i>Page</i>
TP1N-BON	Identification en B ouverts dans le domaine Numérique	5
TP2N-RVPN	Régulation de Vitesse avec correction Proportionnelle Numérique	19
TP3N-RVIN	Régulation de Vitesse avec correction Intégrale Numérique	29
TP4N-RVIZN	Régulation de Vitesse avec correction Intégrale et Zéro numérique	41
TP5N-RPPN	Régulation de Position avec correction Proportionnelle Numérique	55
TP6N-RPZN	Régulation de Position avec correction par Zéro numérique	67

Spécimen

Type document:	Compte rendu de travaux pratiques
Thème :	Identification en Boucle Ouverte dans le domaine Numérique (échantillonné)
Configuration du système :	Maquette "IAPV - ERD050" + Logiciel D_Syn
Référence :	TP1N-BON
Nom de fichier:	TP1N_IAP_BON_CP

Sommaire:

1. Réponse aux Prédéterminés	2
2. Résultats d'expérimentations	6
2.1. Etude en régime statique	6
2.2. Etude en régime dynamique	7
2.2.1. Réponse à un échelon constant	7
2.2.2. Complément en régime harmonique	11

1. REPONSE AUX PREDETERMINATIONS

P1. Mise en équations et mise sous schéma bloc

→ Le couple électro-magnétique développé par le moteur est directement proportionnel au courant dans l'induit:

$$C_{m(t)} = k_m \cdot I_{m(t)} \quad] \quad C_{m(p)} = k_m \cdot I_{m(p)}$$

k_m la constante de couple ($k_m = 43,8 \cdot 10^{-3}$ Nm/A)

→ La charge mécanique est de type frottement fluide "f" + inertie "j"; l'équation fondamentale de la dynamique de la charge mécanique en rotation donne:

$$\Sigma(C_{(t)}) = j \cdot d^2\theta/dt^2 = j \cdot d\omega/dt$$

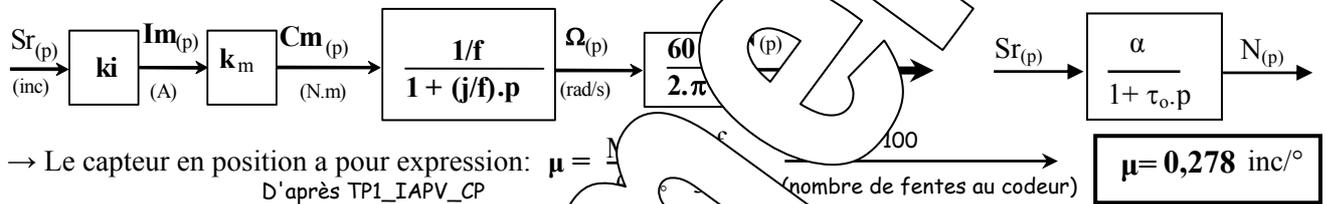
avec: $C_{(t)} = C_{m(t)} - f \cdot \omega(t)$

$$] \quad C_{m(p)} - f \cdot \Omega_{(p)} = j \cdot p \cdot \Omega_{(p)}$$

→ Le passage de la vitesse de rotation en rad/s à la vitesse en tr/min donne

$$N_{(p)} = \Omega_{(p)} \cdot (60/2\pi)$$

Ce qui conduit bien au schéma bloc proposé:



→ Le capteur en position a pour expression: $\mu = \frac{N}{\theta}$
D'après TP1_IAPV_CP

$$\mu = 0,278 \text{ inc}/^\circ$$

→ Le capteur en vitesse a pour expression: $\mu_v = \frac{N}{\omega}$
D'après TP1_IAPV_CV

$$\mu_v = 0,00667 \text{ inc}/(\text{tr}/\text{min})$$

P2. Fonctions de transfert du système

- en vitesse: D'après question précédente
- en position:

$$\alpha = \frac{k_i \cdot k_m \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

en t/min/inc

$$\tau_o = \frac{j}{f}$$

en S

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} \quad \text{Or } \Omega = \frac{2\pi}{60} \cdot N \quad \theta = \theta_{en^\circ} \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot N_{(p)}}{60} = p \cdot \theta_{(p)} \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$\frac{\theta_{(p)} \text{ en } ^\circ}{N_{(p)}} = \frac{6}{p}$$

$$\beta = \frac{k_i \cdot k_m \cdot 180}{\pi \cdot f}$$

en °/inc.s

d'où l'expression du coefficient β :

P3. Fonction de transfert d'un bloqueur d'ordre 0

avec période d'échantillonnage en S.

$$B0_{(p)} = \frac{1 - e^{-T_e \cdot p}}{p}$$

On réduit les fonctions de transfert:

$$\frac{N_{(p)}}{Sr^*_{(p)}} = \frac{(1 - e^{-T_e \cdot p}) \cdot \alpha}{p(1 + \tau_o \cdot p)}$$

$$\frac{\theta_{(p)}}{Sr^*_{(p)}} = \frac{(1 - e^{-T_e \cdot p}) \cdot \beta}{p^2(1 + \tau_o \cdot p)}$$

Transformées en "z"

$$\frac{N_{(z)}}{Sr_{(z)}} = (1 - z^{-1})^* \llcorner \left[\frac{\alpha}{p(1 + \tau_o \cdot p)} \right] = \alpha \cdot (1 - z^{-1}) \cdot \frac{(1 - \delta) \cdot z}{(z - 1) \cdot (z - \delta)}$$

- en vitesse:

puisque $z = e^{T_e \cdot p}$
avec $\delta = e^{-T_e/\tau_o}$

$$\frac{N_{(z)}}{Sr_{(z)}} = \frac{\alpha (1 - \delta)}{(z - \delta)}$$

- en position:

puisque $z = e^{T_e \cdot p}$

avec $\delta = e^{-T_e/\tau_0}$

$$\frac{\theta(z)}{Sr(z)} = (1 - z^{-1}) * \left[\frac{\beta}{p^2(1 + \tau_0 \cdot p)} \right] = \beta \cdot (1 - z^{-1}) \left[\frac{T_e \cdot z}{(z-1)^2} - \frac{(1-\delta)z \cdot \tau_0}{(z-1) \cdot (z-\delta)} \right]$$

$$\frac{\theta(z)}{Sr(z)} = \beta \left[\frac{T_e}{(z-1)} - \frac{(1-\delta)\tau_0}{(z-\delta)} \right]$$

Remarque:

Il faut rappeler que la transformation en "z" s'applique sur un signal échantillonné. Les fonctions de transfert en "z" données précédemment correspondent donc aux valeurs des sorties (vitesse et position) prises aux instants d'échantillonnage.

P4. Comportement en régime statique

En régime statique, on fait $p = 0$ dans les blocs de transfert et toutes les fonctions de "p" deviennent des constantes.

La vitesse de rotation est donc directement proportionnelle à la consigne de courant.

La caractéristique de transfert statique est donc de la forme:

$$y = \alpha \cdot x$$

$$\frac{N}{A} = \frac{ki \cdot km \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

Le coefficient α n'est autre que le gain statique directeur de la caractéristique

$$N = \text{fn}(Sr)$$

P5. Comportement en régime dynamique

P5a. Réponse à un échelon

Si le système est excité par une entrée donnée ci-contre :

$$Sr(p) = A/p$$

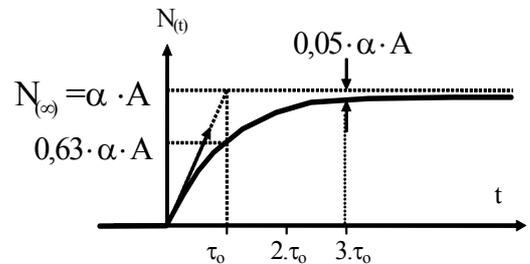
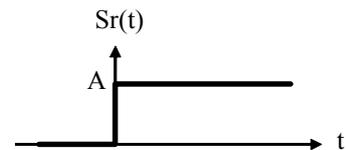
et si au départ, les conditions initiales sont nulles :

$$s_{(0)} = \frac{ds}{dt}_{(0)} = 0, \quad N_{(p)} = \frac{\alpha \cdot A}{p(1 + \tau_0 \cdot p)}$$

Par transformation inverse :

$$N(t) = \alpha \cdot A \cdot (1 - e^{-t/\tau_0}) \quad \text{avec } \tau_0 = J/f$$

On définit le temps de réponse à 5 %, le temps nécessaire pour atteindre 95 % de sa valeur finale, soit $t_{95} = 3 \cdot \tau_0$



Comportement en régime harmonique.

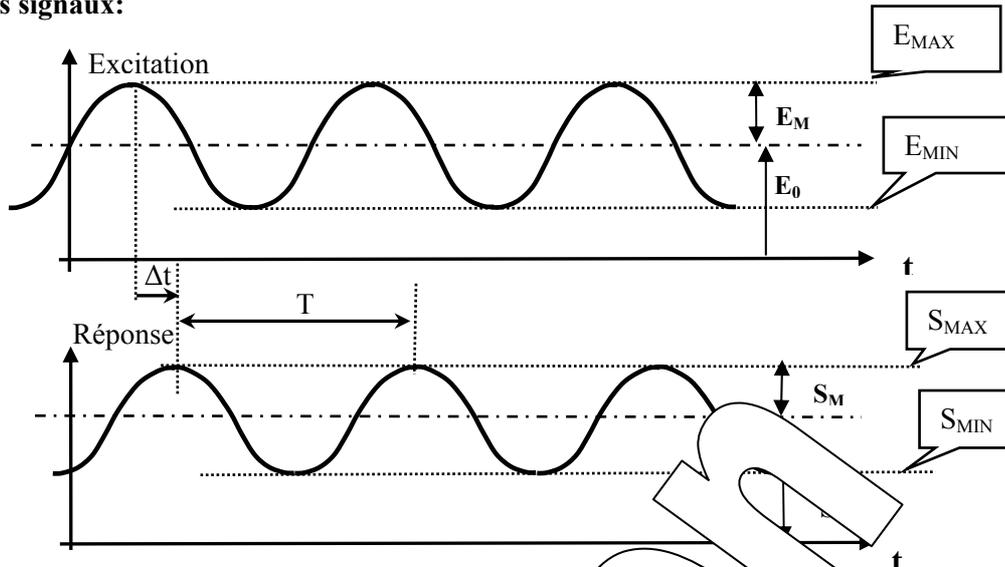
Le système linéaire (ou linéarisé autour d'un point de repos) est excité par une entrée sinusoïdale de fréquence notée F (donc de pulsation $\omega = 2 \cdot \pi \cdot F$ et de période $T = 1/F$), sa sortie est également sinusoïdale.

A une excitation $e(t) = E_0 + E_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$

va correspondre une sortie que l'on pourra exprimer sous la forme $S(t) = S_0 + S_M \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$

A $E_M = \text{Constante}$, S_M et φ varie lorsque ω varie.

Allure des signaux:



On caractérise le comportement du système par:

- Gain statique noté
- le rapport des amplitudes G
- le déphasage ϕ

$$G_s = \frac{S_0}{E_0} = \frac{S_M}{E_M} = \frac{S_{MAX} - S_{MIN}}{E_{MAX} - E_{MIN}}$$

Application à la fonction de transfert en position:

Système du premier ordre de constante de temps τ_0 .

$$\frac{N_{(p)}}{Sr_{(p)}} = \frac{\alpha}{1 + \tau_0 \cdot p} \quad \xrightarrow{\text{régime harmonique}} \quad \frac{\overline{N}}{Sr} = \frac{\alpha}{1 + \tau_0 \cdot j\omega}$$

$G_s = \alpha$	$G = \frac{\alpha}{\sqrt{1 + (\tau_0 \cdot \omega)^2}}$	$\phi = - \text{ATAN}(\tau_0 \cdot \omega)$
----------------	---	---

Le calcul des valeurs donne les résultats suivants:

$\omega = 1/(2 \cdot \tau_0)$	$1/\tau_0$	$2/\tau_0$
$G = 1,25$	$G_s/\sqrt{2}$	$G_s/\sqrt{5}$
$\phi = -26,5^\circ$	-45°	$-62,5^\circ$

Application à la fonction de transfert en position:

Système associant une intégration à un premier ordre de constante de temps τ_0 :

$$\frac{\theta_{(p)}}{Sr_{(p)}} = \frac{\beta}{p(1 + \tau_0 \cdot p)} \quad \xrightarrow{\text{régime harmonique}} \quad \frac{\overline{\theta}}{Sr} = \frac{\beta}{j\omega(1 + \tau_0 \cdot j\omega)}$$

$G_s = \infty$	$G = \frac{N_M}{Sr_M} = \left\ \frac{\overline{N}}{Sr} \right\ = \frac{\beta}{\omega \sqrt{1 + (\tau_0 \cdot \omega)^2}}$	$\phi = -\pi/2 - \text{ATAN}(\tau_0 \cdot \omega)$
----------------	---	--

P6. Etude si le coefficient f est nul (frottement fluide inhibé)

La fonction de transfert devient:
(de type "intégral")

$$\frac{N_{(p)}}{Sr_{(p)}} = \frac{\alpha'}{p}$$

avec

$$\alpha' = \frac{k_i \cdot k_m \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot j} = \frac{\alpha}{\tau_o}$$

Comportement statique:

Si $Sr =$ constante, la vitesse augmente jusqu'à atteindre sa limite (imposée par la saturation de la tension du circuit de puissance), l'intégrale d'une constante étant une rampe.

Réponse à un échelon constant:

Si le système est excité par une entrée $Sr_{(t)}$ donnée ci-contre :

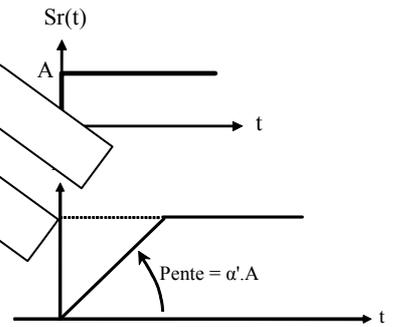
$$Sr_{(p)} = A/p$$

et si au départ, les conditions initiales sont nulles :

$$s_{(0)} = \frac{ds}{dt}_{(0)} = 0, \quad N_{(p)} = \frac{\alpha' \cdot A}{p^2}$$

Par transformée inverse on obtient:

$$N_{(t)} = \alpha' \cdot A \cdot t$$



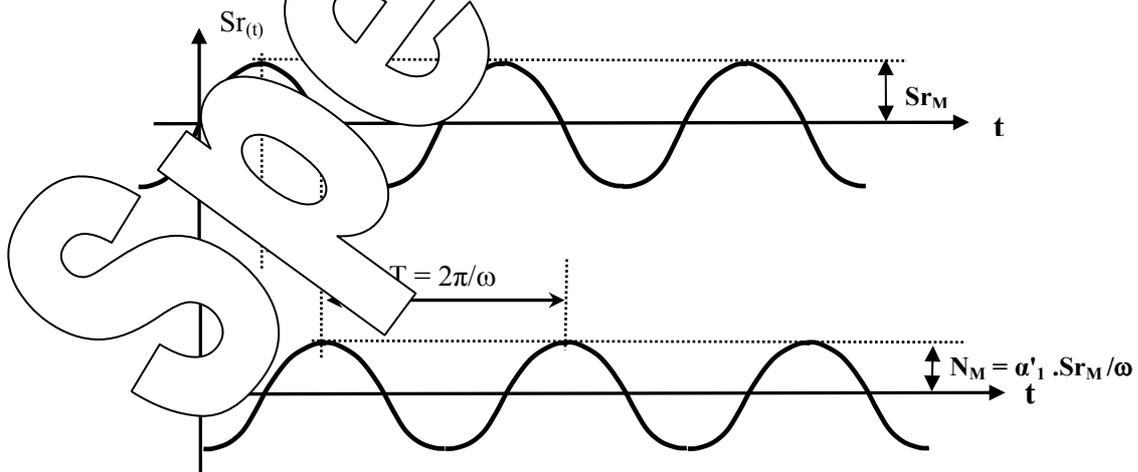
Réponse en régime harmonique

$$\frac{N_{(p)}}{Sr_{(p)}} = \frac{\alpha'}{p} \quad \text{En régime harmonique} \quad \frac{N}{Sr} = \frac{\alpha'}{j\omega}$$

Le gain statique étant infiniment petit, la valeur moyenne de l'excitation devra être nulle.

D'autre part, le déphasage est égal à $-\pi/2$ quelque soit la fréquence d'excitation.

$G_s \rightarrow \infty$	$G = \left\ \frac{N}{Sr} \right\ = \frac{\alpha'_1}{\omega}$	$\varphi = -\pi/2 \quad (-90^\circ)$
--------------------------	--	--------------------------------------



2. RESULTATS D'EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

2.1. Etude en régime statique

E1. Caractéristiques transfert statique: $I_m = f_n(S_r)$ et $N = f_n(I_c)$

Tableau de mesure:

Sr en inc	Im en A	N en tr/min	Mnv en inc
-1024	-0,495	-4020	-262
-900	-0,42	-4021	-262
-800	-0,38	-3830	-249
-600	-0,29	-2892	-188
-400	-0,19	-1955	-128
-200	-0,095	-1014	-66
0	0	0	0
200	0,098	964	63
400	0,19	1859	121
600	0,3	2770	180
800	0,39	3670	240
900	0,425	3940	257
1023	0,43	3950	257

Imperfections possibles:

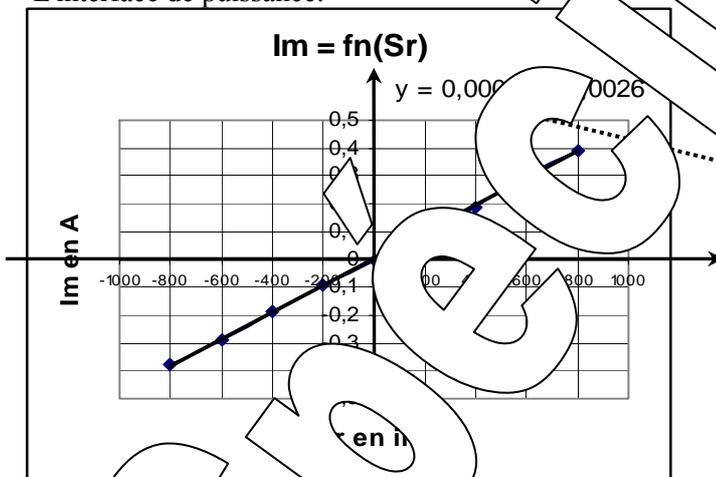
On constate que dans les conditions d'essais imposées aucune saturation n'est constatée.

Une saturation sur la caractéristique de transfert de l'asservissement se retrouverait également sur la caractéristique de transfert en vitesse. Si le courant augmente plus, le couple donc la vitesse.

Cette saturation est due à la limitation de la tension aux bornes de sortie de l'interface de puissance (limite de V) qui limite la bande passante de l'asservissement en courant.

E2. Tracés des caractéristiques de transfert statique

L'interface de puissance:

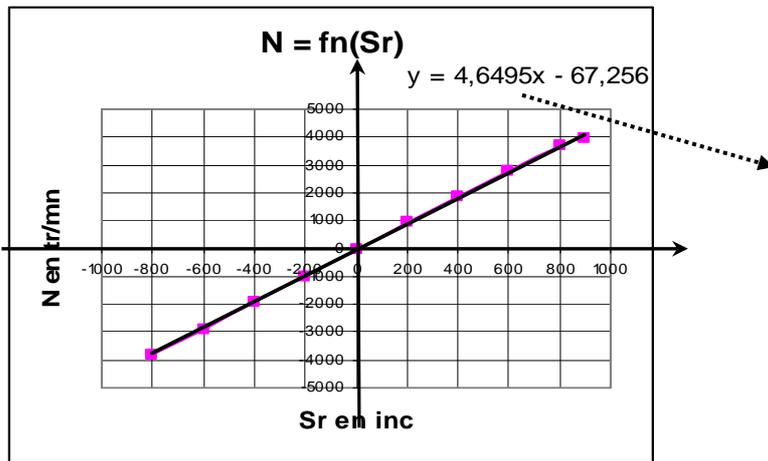


Les coefficients de transfert statique k_i et α sont déterminés à partir de la tendance, tracée dans les parties linéaires des courbes:

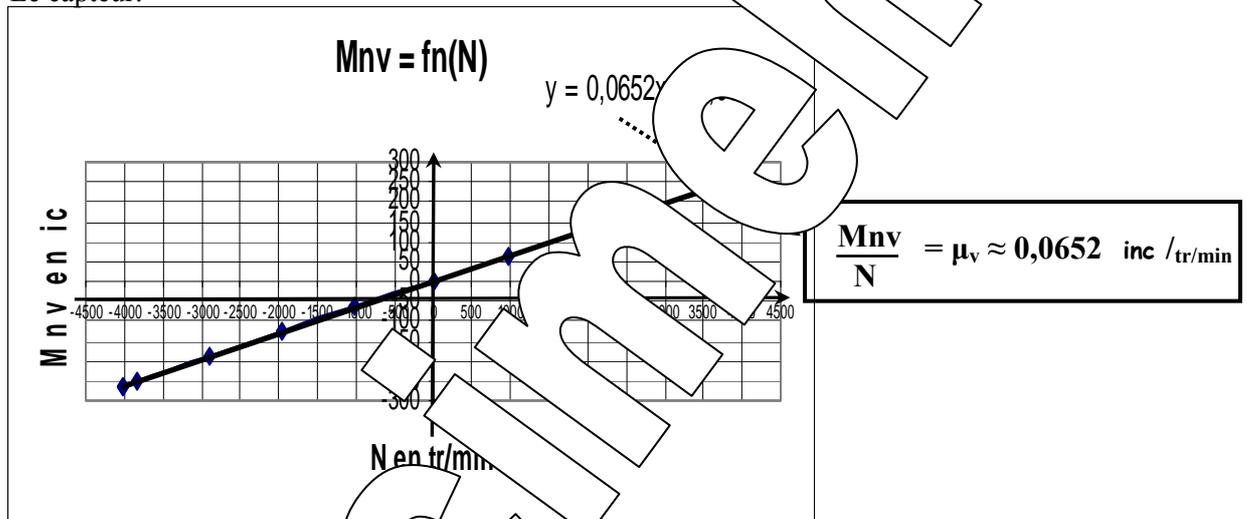
$$k_i = \frac{I_m}{S_r} \approx 0,0005 \text{ A/inc}$$

Le pas:

$$\frac{N}{S_r} = \alpha \approx 4,65 \text{ tr/min/inc}$$



Le capteur:



E3. On peut en déduire le coefficient de frottement visqueux (coefficient noté f).

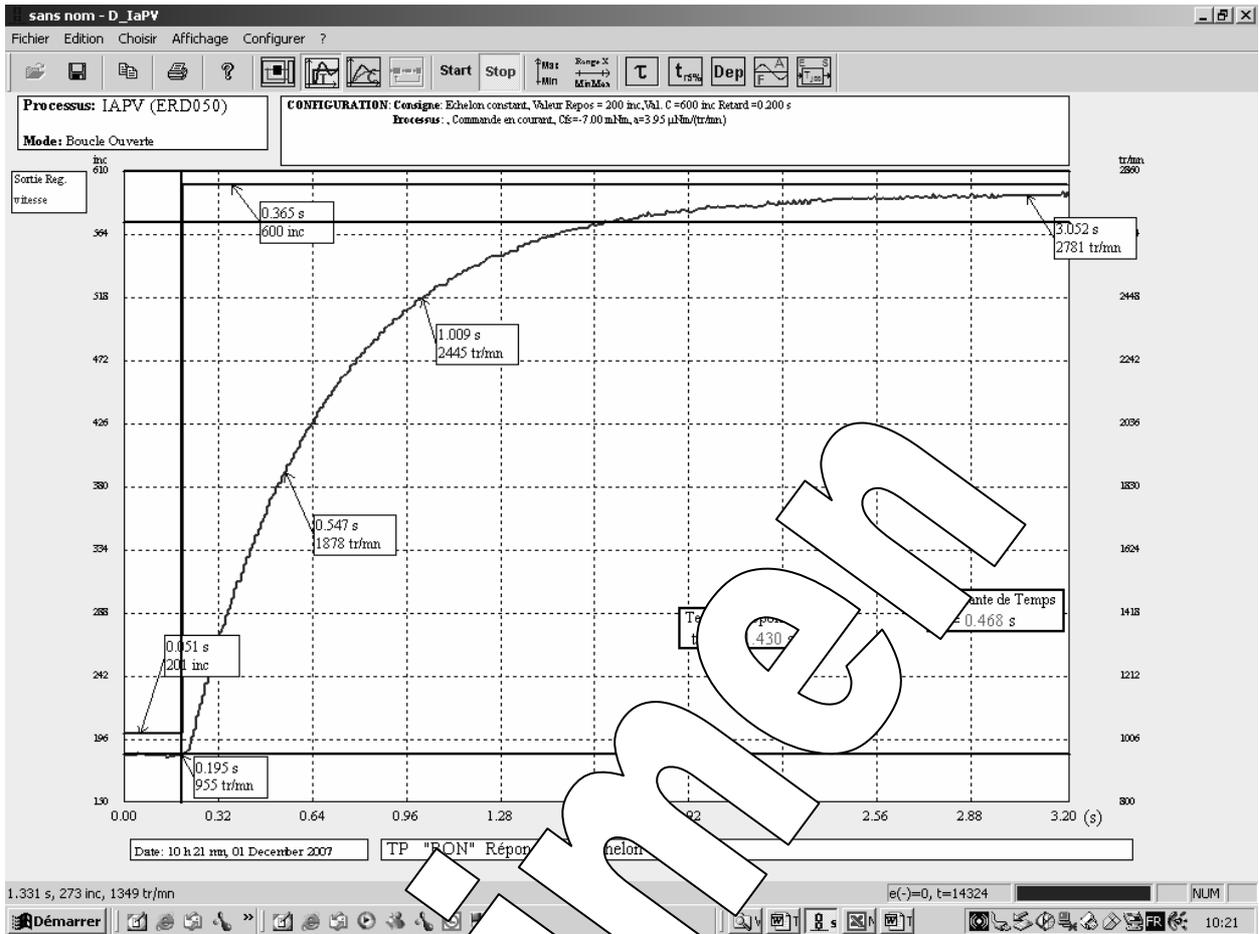
$$\alpha = \frac{k_i \cdot k_m \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot f} \quad \alpha = \frac{60}{2 \cdot \pi \cdot f} \text{ avec } k_m = 42.4 \cdot 10^{-3} \text{ N.m/A}$$

$f = 0,0436 \cdot 10^{-3} \text{ Nm/rad/s}$

2.2. Etude en régime dynamique

2.2.1. Réponse à un échelon constant

4. Evolution au cours du temps de la vitesse $N_m = f_n(t)$ suite à une excitation en échelon



Le régime final d'une réponse à un échelon est un régime statique. On vérifie donc:

$$\alpha = N_{(0-)} / Sr_{(0-)} = 955 / 200 = 4,77 \text{ tr/min / inc} \quad \text{ou} \quad \alpha = N_{(\infty)} / Sr_{(0+)} = 2781 / 600 = 4,63 \text{ tr/min / inc}$$

Valeur proche de celle obtenue précédemment

Relevé de la constante de temps en boucle ouverte que l'on notera τ_0 et montrer que l'on peut en déduire la valeur du moment d'inertie globale (coefficient noté J).

D'après relevé:

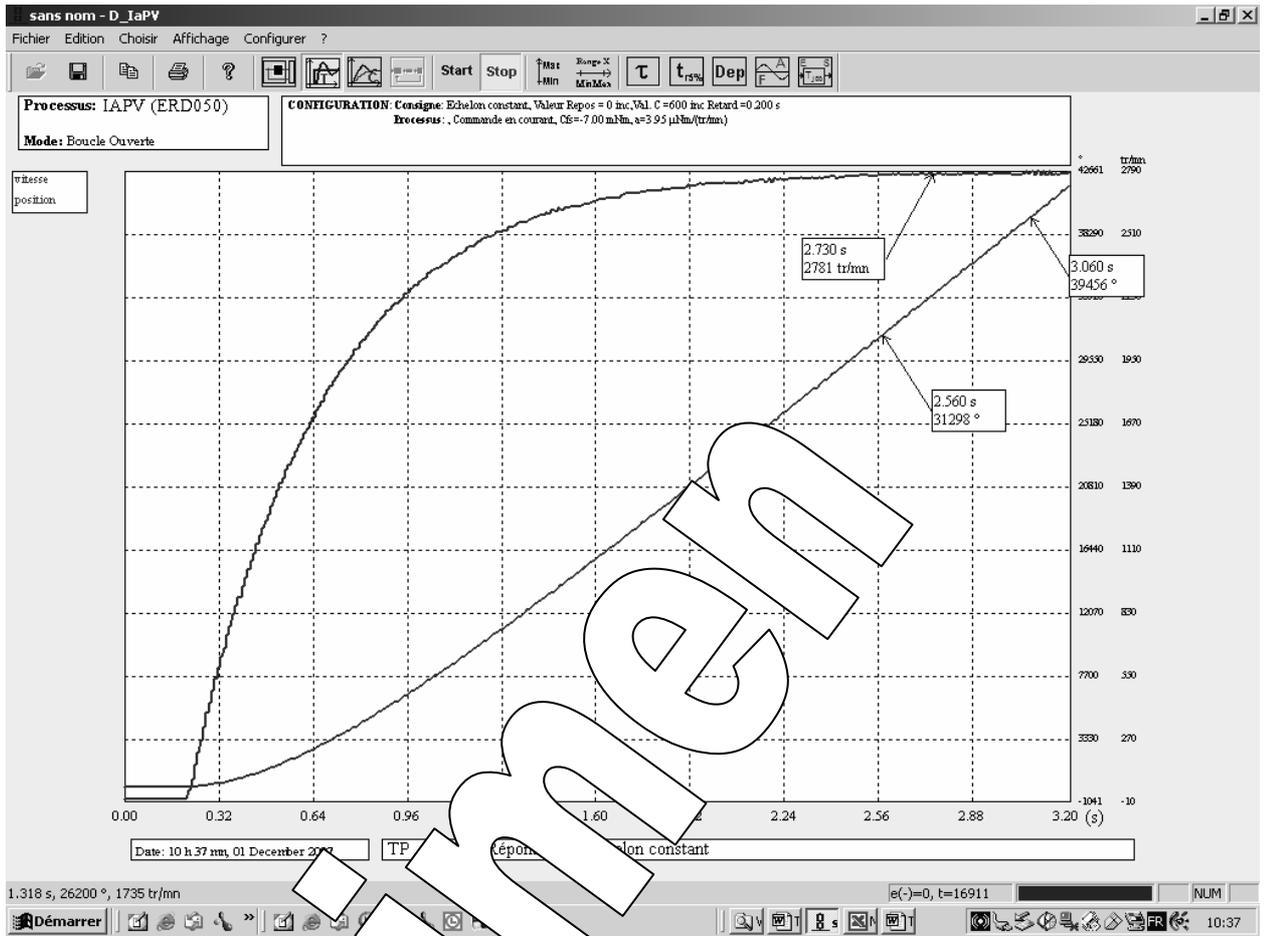
$$J = \tau_0 \cdot f = 20,4 \cdot 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$$

Après relevé: $\tau_{5\%} = 3 \cdot \tau_0$

$$\tau_{5\%} \approx 3 \cdot \tau_0$$

Ce qui prouve que c'est un 1^{er} ordre.

E5. Réponse en position



En régime établi de vitesse relevé de la pente de l'enregistrement de la position

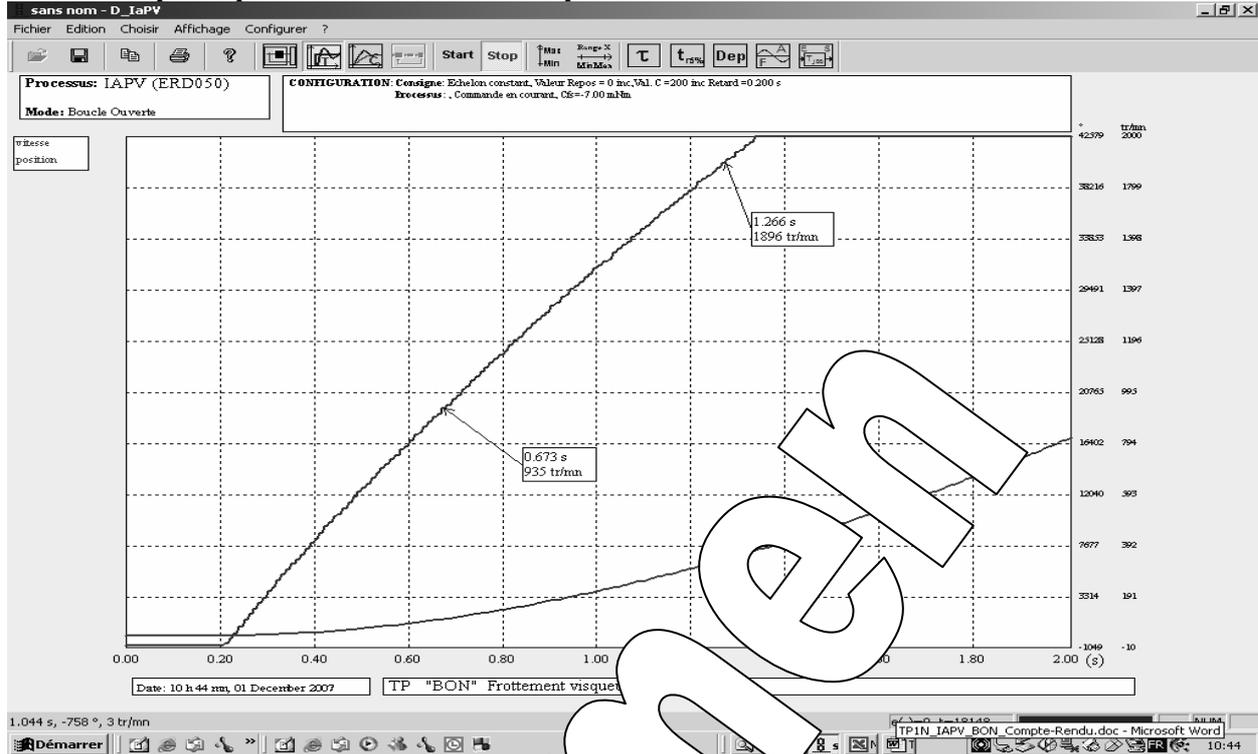
$$\frac{39456 - 31298}{3,06 - 2,56} = 16316$$

Pente = 16316 °/s → 2719 tr/min

Ce qui correspond à la vitesse mesurée

Spécimen

E6. Réponse pour a= 0 Frottement visqueux inhibé



On calcule la pente de la montée et on obtient :

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1896 - 935}{1,266 - 0,673} \text{ Pente} = 1620 \text{ tr/min/s}$$

Or cette pente correspond à α' . Soit $\alpha' = 8,1 \text{ tr/min/inc}$

On peut recalculer le coefficient d'inertie, à partir de l'expression de α'

$$\alpha' = \frac{2 \cdot \pi \cdot J}{T} \rightarrow J = 25 \cdot 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$$

Ce qui corrobore le résultat précédemment obtenu.

Remarque:

Lorsque la vitesse de rotation du moteur augmente, donc sa tension aux bornes également. L'alimentation est à 24V. La tension aux bornes ne peut dépasser 24 V, ce qui correspond à la saturation.

La vitesse ne peut dépasser la valeur $k_v \cdot 24v$ avec k_v la constante de vitesse.

La constante de vitesse exprimée en tr/min/V est égale à 218 tr/min/V (d'ailleurs égale à 60/278).

La saturation devrait donc être de $218 \cdot 24 = 5232 \text{ tr/min}$.

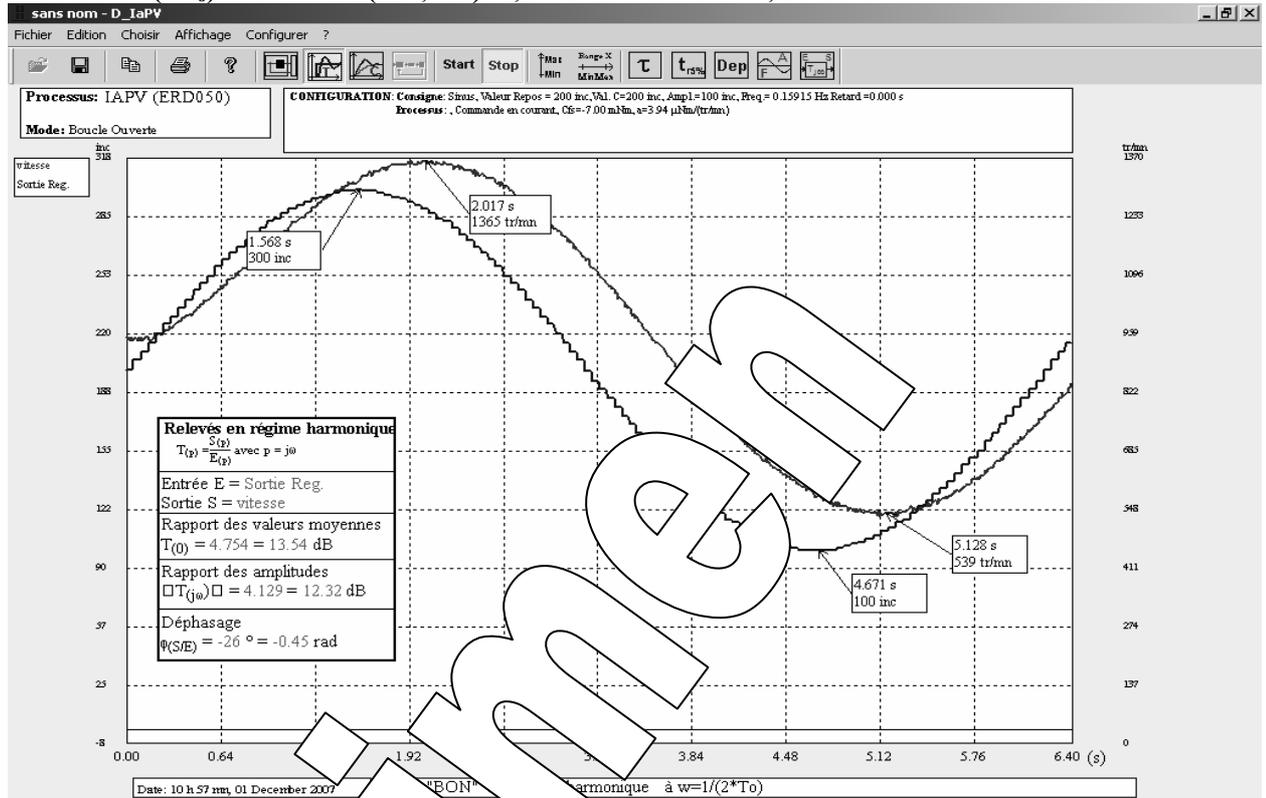
En expérimentation la vitesse maximale atteinte est un peu inférieure car le frottement fluide n'est pas strictement nul.

Lorsque la saturation apparaît, l'asservissement en P.I. de courant ne peut plus jouer son rôle. Le courant diminue donc jusqu'à une valeur proche de zéro (en fait une valeur résiduelle nécessaire à créer le couple imposé par le frottement fluide résiduel).

2.2.2. Comportement en régime harmonique

E7. Réponse du système en régime harmonique:

Pour $\omega = 1/(2\tau_0)$ soit $\omega = 1/(2 \times 0,468) = 1,07$ rad/s soit $F = 0,17$ Hz



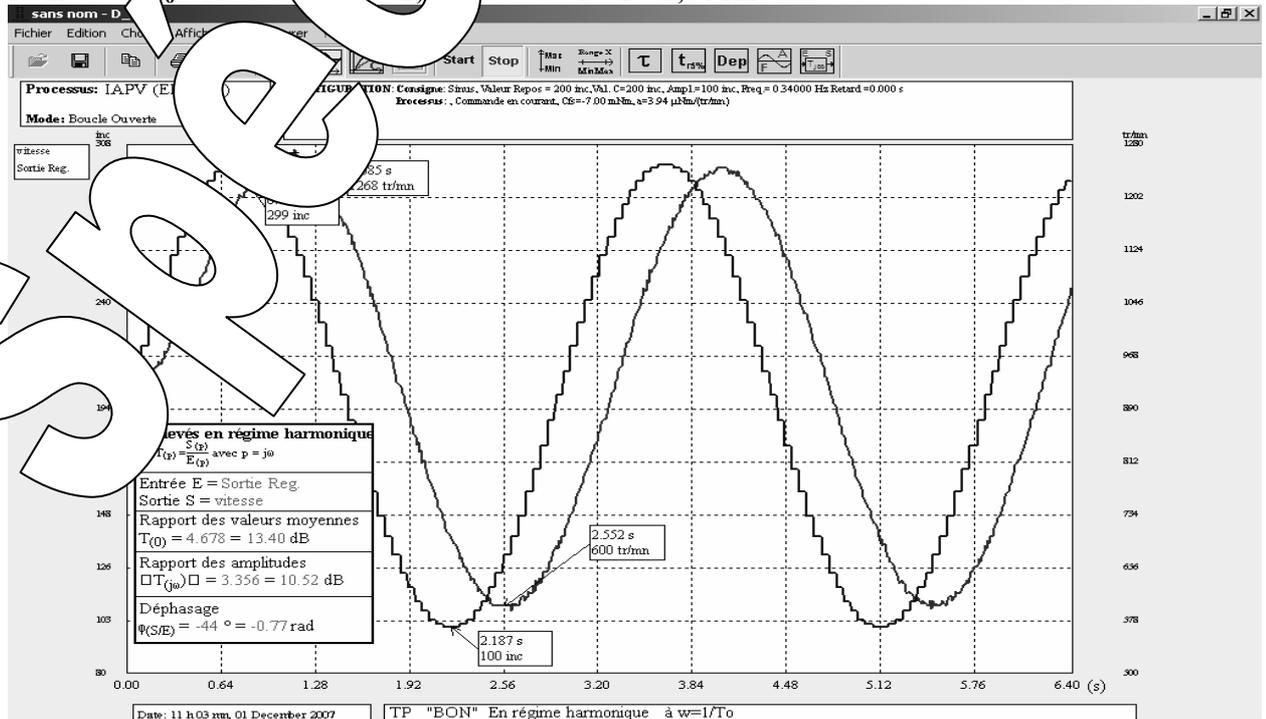
Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques prédéterminées:

Rapport des valeurs moyennes (Gain statique): $N_0 / Sr_0 = \alpha = 4,65$ tr/min/inc

Rapport d'amplitudes: $\alpha/J(1,25) = 5/1,12 = 4,5$ tr/min/inc

Déphasage: $\varphi = -26,5^\circ$

Pour $\omega = 1/\tau_0$ soit $\omega = 1/0,468 = 2,13$ rad/s soit $F = 0,34$ Hz



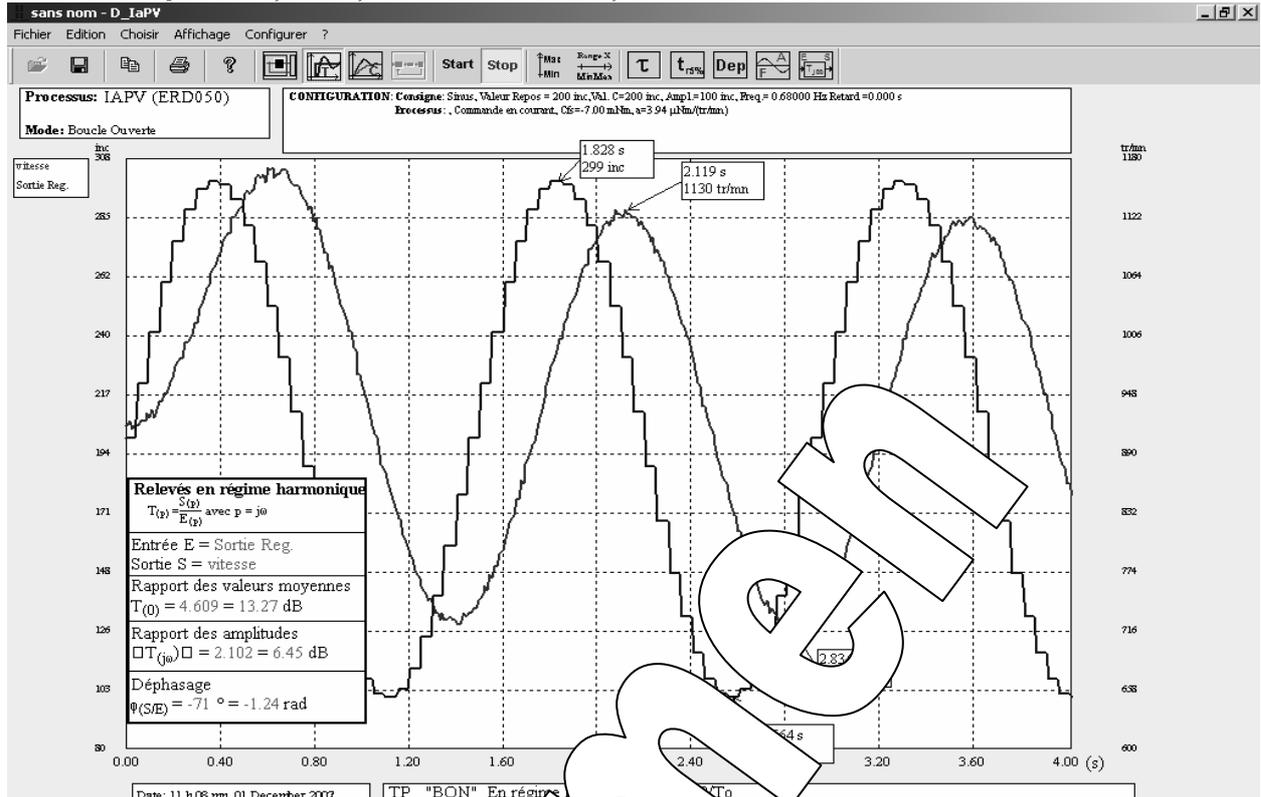
Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques prédéterminées:

Rapport des valeurs moyennes (Gain statique): $N_0 / Sr_0 = \alpha = 4,65$ tr/min/inc

Rapport d'amplitudes: $\alpha/J(2) = 3,288$ tr/min/inc

Déphasage: $\varphi = -45^\circ$

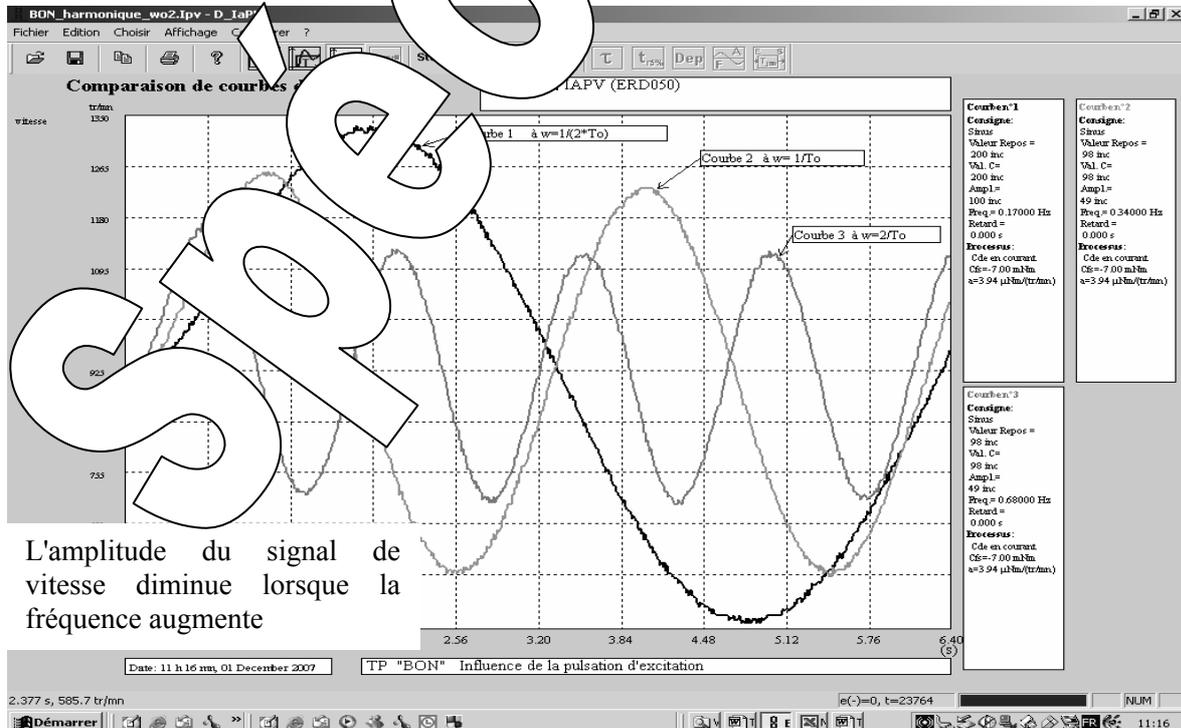
Pour $\omega = 2/\tau_0$ $\omega=2/0,468=4,28$ rad/s soit $F= 0,68$ Hz



Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques
 Rapport des valeurs moyennes: $G(0) = S(0)/E(0) = 4,65$ tr/min/inc
 Rapport d'amplitudes: $a/J(5) = 6,45$ tr/min/inc
 Déphasage: $\varphi = -63,5^\circ$

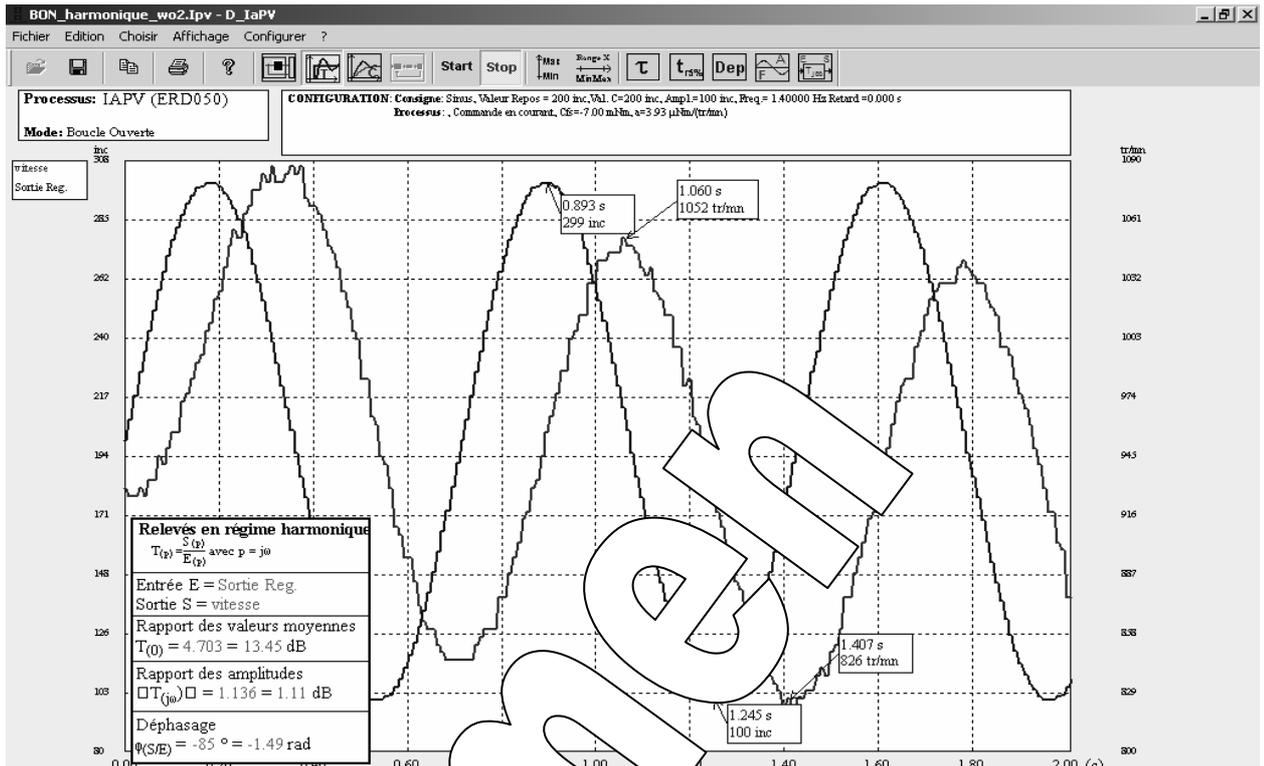
Les résultats expérimentaux obtenus dans ce test corroborent les prédéterminations.

E8. Récapitulatif: Evolution de l'amplitude en fonction de la fréquence d'excitation:



L'amplitude du signal de vitesse diminue lorsque la fréquence augmente

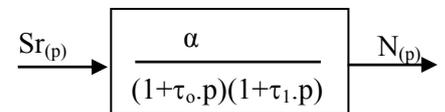
E9. Recherche à ω croissant si l'argument de N/Sr atteint -90°



Exploitation de ce relevé expérimental

Ce relevé expérimental montre que le système étudié n'est pas du premier ordre pur. Une constante de temps non dominante (provenant de l'interface de puissance) a une influence lorsque la fréquence augmente.

Dans une solution plus précise, il faudrait envisager un modèle du deuxième ordre à deux constantes de temps très différentes, l'une de l'autre. Dans une étude du régime harmonique on montre que le déphasage N/Sr atteint -90° à la pulsation:



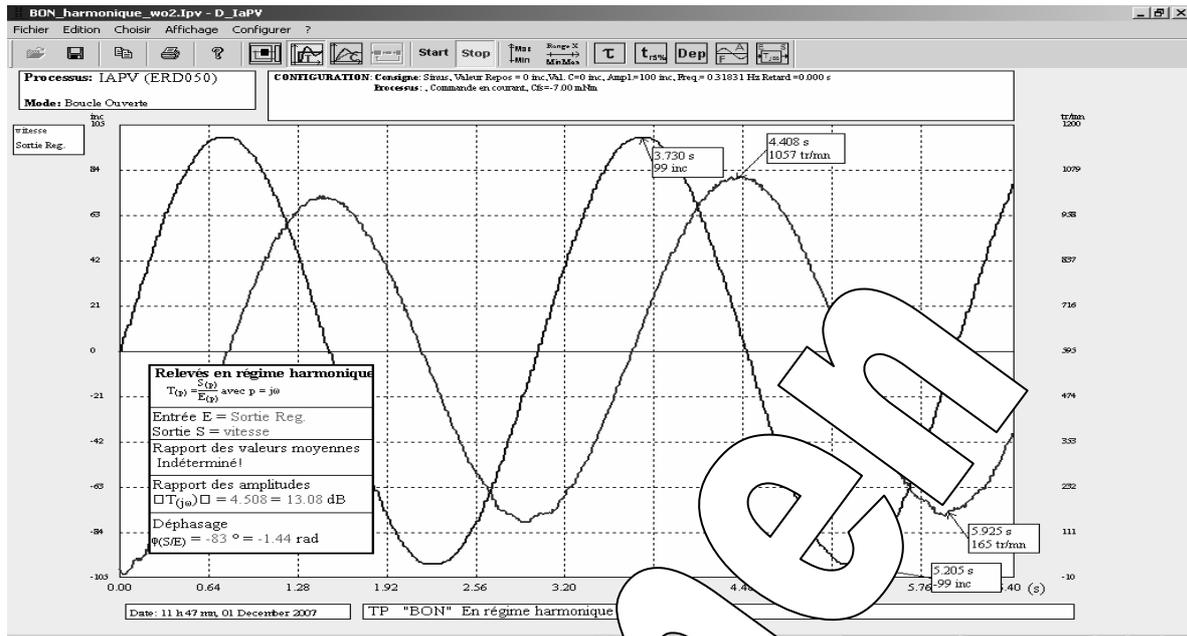
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{(\tau_0 \cdot \tau_1)}} \rightarrow (2 \cdot \pi \cdot 1,4)^2 = \frac{1}{(\tau_0 \cdot \tau_1)}$$

$\tau_1 = 27,6 \text{ mS}$

Constante de temps non dominante car très inférieure à τ_0

Spécimen

E10. Réponse du système en régime harmonique pour $f = 0$ ($a=0$) et $\omega = 1/\tau_0$



Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques :

Rapport d'amplitudes: $\alpha / \omega = \alpha / (\tau_0 \omega) = 4.508$ inc Déphasage: $\phi = -90^\circ$
 On vérifie bien le déphase de $-\pi/2$ ex. Si en régime max. α correspond au passage par zéro de

Spécimens

Type document:	Compte rendu de travaux pratiques
Thème :	Régulation de Vitesse avec correction Proportionnelle dans le domaine Numérique (échantillonné)
Configuration système :	Maquette "IAPV - ERD050" + Logiciel D_IAPV
Référence :	TP2N-RVPN
Nom de fichier:	TP2N_IAPV_RVPN_Compte-Rendu.doc

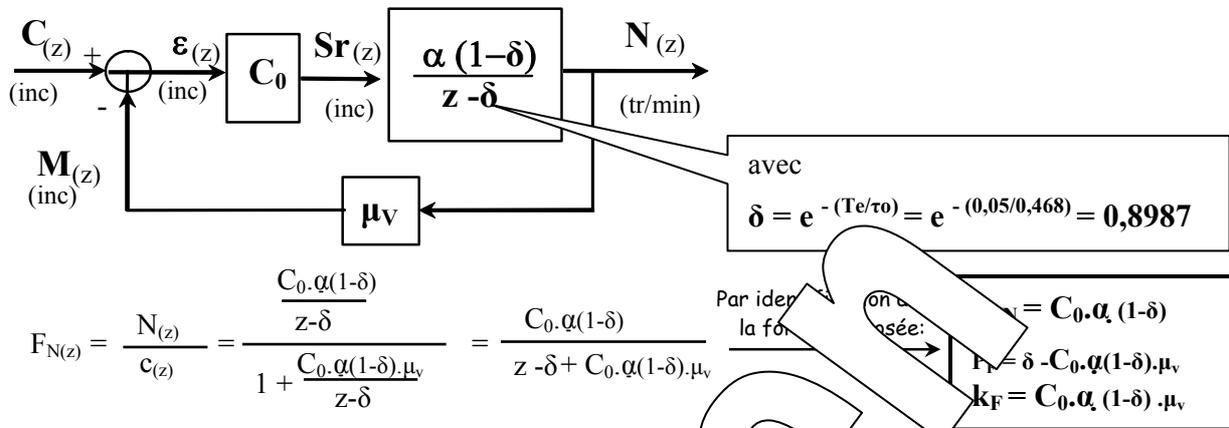
Sommaire:

1	Prédéterminations	2
2	Expérimentation	5
2.1	Etude en régime continu	5
2.2	Etude en régime dynamique	7
2.2.1	Réponse à un échelon constant	7
2.2.2	Comportement en régime harmonique	9

1 PREDETERMINATIONS

P1. Détermination la fonction de transfert en boucle fermée:

D'après le TP1 (Réf: TP1N_BO) on peut mettre le système sous la forme du schéma bloc:



Choix de C0 si on souhaite un système en boucle fermée 2 fois plus rapide

Pour le système en boucle ouverte, identifié comme un système à une seule constante de temps τ_o dans le domaine continu, conduit, en échantillonnage, à un pôle $\delta = e^{-Te/\tau_o}$.

Si on souhaite obtenir un système en boucle fermée 2 fois plus rapide, il faudra donc un pôle en boucle fermée égal à $P_F = e^{-Te.2/\tau_o}$

D'après valeurs numériques: $Te = 0,05$, $\tau_o = 0,468$, $\delta = 0,8987 \rightarrow P_F = 0,8076$

Or: $\alpha = 4,65$ tr/min/inc et $\mu_v = 0,0652$ inc $\rightarrow k_{FN} = 2,966 \rightarrow k_F = 7,26$ tr/min/inc $\rightarrow k_F = 0,473$

Limites de validité:

Le système sera effectivement plus rapide (le temps de réponse 2 fois plus faible soit

$t_{rF} = 3 \cdot \tau_o/2 = 0,568S$, si le régulateur est à sa bande proportionnelle (pas de saturation). Or la sortie régulateur étant limitée à ± 1023 , dans le cas d'une commande en échelon constant, avec une valeur initiale de 0, la valeur de la consigne ne devra pas dépasser $\pm 1023/C_0 = \pm 1023/2,966 = \pm 345$.

Il serait même plus rigoureux de prendre en compte la valeur de saturation constatée dans le TP2N_BON c'est-à-dire la limite de consigne de $269 \pm$ inc.

Coefficient de transfert statique

Rapport du coefficient de transfert statique en boucle fermée à celui en boucle ouverte. Pour un échelon de consigne $C(z=1)$, dans le domaine continu, il suffit de faire $p = 0$, $F(1) = 1$ si $p = 0$.

$$\frac{N}{C} = F_{N(1)} = \frac{C_0 \cdot \alpha(1-\delta)}{1-\delta + C_0 \cdot \alpha(1-\delta) \cdot \mu_v} = \frac{C_0 \cdot \alpha}{1 + C_0 \cdot \alpha \cdot \mu_v} = 7,26 \text{ tr/min/inc}$$

$$\frac{M}{C} = F_{(1)} = \frac{C_0 \cdot \alpha(1-\delta) \cdot \mu_v}{1-\delta + C_0 \cdot \alpha(1-\delta) \cdot \mu_v} = \frac{C_0 \cdot \alpha \cdot \mu_v}{1 + C_0 \cdot \alpha \cdot \mu_v} = 0,473$$

P2. Détermination du coefficient de transfert statique de précision:

$$\varepsilon = (C-M) \quad \text{or:} \quad M = F_{(1)} \cdot C \quad \text{donc:} \quad \varepsilon = (1 - F_{(1)}) C$$

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{C} = (1 - F_{(1)}) = 1 - 0,473 = 0,527$$

Cette relation reste valable tant qu'aucune saturation n'intervient (tant que l'on reste dans le domaine proportionnel)

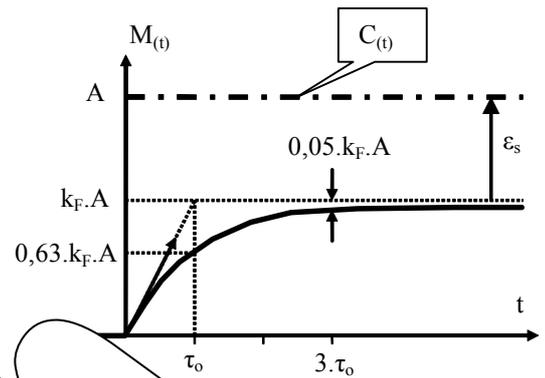
P3. Prédétermination du comportement du système

P3a. Réponse à un échelon constant:

Si le système est excité par une entrée $C(t)$ donnée ci-contre (échelon constant): $C(p) = A/p$

Le système répond comme un système du premier ordre de constante de temps $\tau_F = \tau_0/5 = 0,189$ S:

$$M(t) = K_F \cdot A \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_F}} \right)$$



On définit le temps de réponse à 5 %, le temps nécessaire au signal $s(t)$ pour atteindre 95 % de sa valeur finale, soit $tr_{5\%} = 3 \cdot \tau_F$

L'évolution de la vitesse $N(t)$ a même allure, avec la relation $N(t) = M(t)/\mu_v$

Prédétermination de la valeur des échantillons

$$Sr_{(z)} = C_0 \cdot \varepsilon_{(z)} = C_0 (C_{(z)} - M_{(z)}) = C_0 (C_{(z)} - F_{(z)} \cdot C_{(z)}) = C_0 \left(1 - \frac{k_F}{z - P_F} \right) \cdot C_{(z)} = C_0 \left(\frac{z - P_F - k_F}{z - P_F} \right) C_{(z)}$$

Soit $Sr_{(z)} (1 - P_F \cdot z^{-1}) = C_0 (1 - (P_F + k_F) z^{-1})$

On en déduit la relation de récurrence entre différents échantillons en se rappelant que: multiplier par z^{-1} c'est retarder d'une période d'échantillonnage.

$$Sr_n - P_F \cdot Sr_{n-1} = C_0 \cdot (1 - (P_F + k_F) z^{-1})$$

Soit la valeur de l'échantillon de rang n, dire sa valeur à $t = n \cdot T_e$

$$Sr_n = P_F \cdot Sr_{n-1} + C_0 \cdot (1 - (P_F + k_F) z^{-1}) \rightarrow \boxed{Sr_n = 0,8076 \cdot Sr_{n-1} + 2,966 \cdot C_n - 2,665 \cdot C_{n-1}}$$

A $t = T_e$ $C_{n-1} = 0$; $Sr_0 = 0$ et $C_n = 250 \rightarrow Sr_1 = 741$

Pour tous les échantillons suivants, $C_{n-1} = 250 \rightarrow 2,966 \cdot C_n - 2,665 \cdot C_{n-1} = 0,301 \cdot 250 = 75,25$

La relation de récurrence devient: $Sr_n = 0,8076 \cdot Sr_{n-1} + 75,25$

n =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sr_n	741	759	777	795	813	831	849	867	885	903

Prédétermination de la valeur des échantillons de la mesure M:

D'après la fonction de transfert donnée précédemment

$$M_{(z)} = K_F \cdot C_{(z)} \rightarrow M_{(z)} (1 - P_F \cdot z^{-1}) = K_F \cdot C_{(z)} z^{-1}$$

On en déduit la relation de récurrence (relation entre les différents échantillons en se rappelant que: multiplier par z^{-1} c'est retarder d'une période d'échantillonnage. 1,091

$$M_n - P_F \cdot M_{n-1} = K_F \cdot C_{n-1} \rightarrow M_n = P_F \cdot M_{n-1} + K_F \cdot C_{n-1} \rightarrow \boxed{M_n = 0,8076 \cdot M_{n-1} + 0,0911 \cdot C_{n-1}}$$

A $t = T_e$ $C_{n-1} = 250$; $M_{n-1} = 0 \rightarrow M_2 = 22,77$

Pour tous les échantillons suivants, la relation de récurrence devient: $M_n = 0,8076 \cdot M_{n-1} + 22,77$

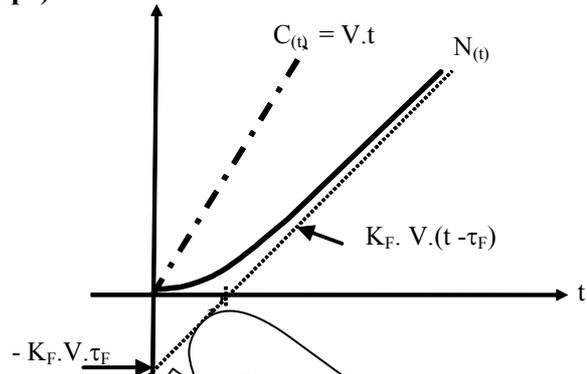
n =	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M_n	23	41	56	68	77	85	92	97	101

P3b. Réponse à un échelon de vitesse (rampe)

Si le système est excité par une entrée $C(t)$
 donnée ci-contre : $C(p) = V/p^2$

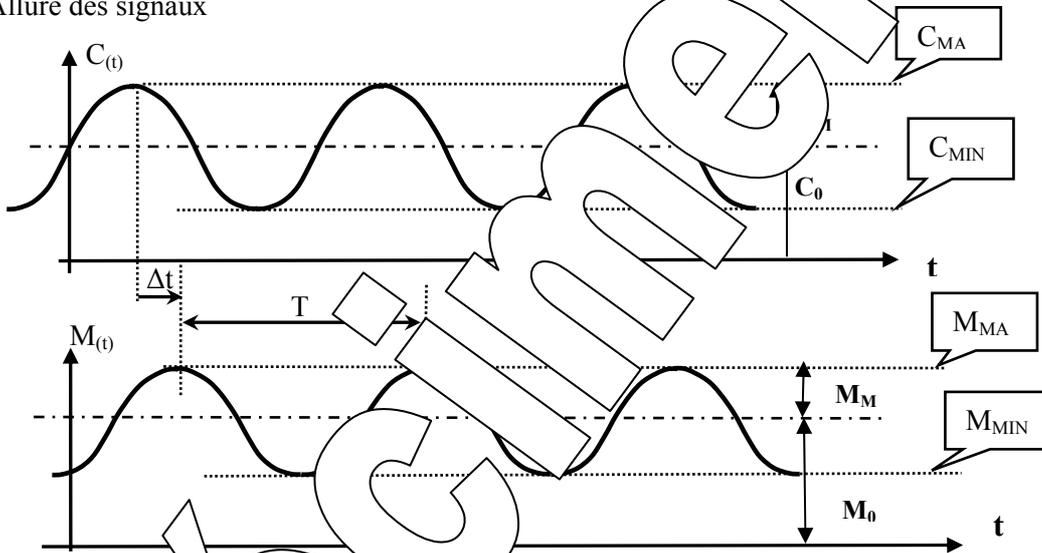
Le système répond comme un système du
 premier ordre de constante de temps $\tau_F = \tau_o/5 =$
0,189 S:

$$M(t) = K_F \cdot V \cdot \left(t - \tau_F + e^{-\frac{t}{\tau_F}} \right)$$



P3c. Comportement en régime harmonique

Allure des signaux



Si on assimile le système à un système continu

$$\frac{M(p)}{C(p)} = \frac{K_F}{1 + \tau_F p} \quad \text{régime harmonique} \quad \frac{\overline{M}}{\overline{C}} = \frac{K_F}{1 + \tau_F \cdot j\omega}$$

$G = \frac{M}{C} = K_F$	$G = \frac{M_M}{C_M} = \left\ \frac{\overline{M}}{\overline{C}} \right\ = \frac{K_F}{\sqrt{1 + (\tau_F \cdot \omega)^2}}$	$\varphi = - \text{ATAN}(\tau_F \cdot \omega)$
-------------------------	---	--

Le calcul des valeurs donne les résultats suivants:

$\omega =$	$1/(2 \cdot \tau_F)$	$1/\tau_F$	$2/\tau_F$
$G =$	$G_s / \sqrt{(1,25)}$	$G_s / \sqrt{(2)}$	$G_s / \sqrt{(5)}$
$\varphi =$	$- 26,5^\circ$	$- 45^\circ$	$- 62,5^\circ$

P4. Etude de la stabilité en fonction de la valeur donnée au coefficient C₀

Rappel: Un système échantillonné est stable si tous les pôles de sa fonction de transfert en boucle fermée ont un module inférieur à 1.

Dans notre cas, cette fonction de transfert n'a qu'un seul pôle réel:

$$P_F = \delta - C_0 \cdot \alpha(1-\delta) \cdot \mu_v$$

Ce qui conduit à la relation $-1 < P_F < 1 \rightarrow -1 < \delta - C_0 \cdot \alpha(1-\delta) \cdot \mu_v < 1$

Soit la condition de stabilité sur le coefficient C₀ :

$$\frac{\delta-1}{\alpha(1-\delta) \cdot \mu_v} < C_0 < \frac{1+\delta}{\alpha(1-\delta) \cdot \mu_v}$$

$$-3,3 < C_0 < 61,8$$

2 EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

2.1 Etude en régime statique

E1. Relevé des caractéristiques transfert statique $f_n(C)$; $N = f_n(C)$ et $\varepsilon = f_n(C)$

Tableau de mesure avec C, M et ε (en inc) et N (en tr/min)

C	M	N	Ecart
-700	-263	-4036	-437
-600	-263	-4036	-337
-500	-240	-3683	-260
-400	-192	-2942	-208
-300	-145	-2208	-155
-200	-98	-1490	-102
-100	-49	-780	-5
0	0	0	0
100	47	721	53
200	93	1436	7
300	140	2151	10
400	187	2866	13
500	235	3581	16
600	257	3952	19
700	279	4323	22

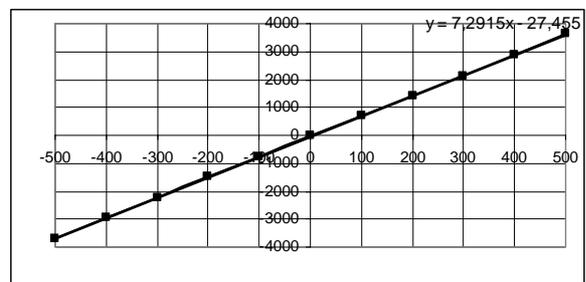
Coefficient de transfert statique:

(Déterminé par la courbe de tendance dans la partie linéaire de la caractéristique).

$$N(I) = \frac{N}{C} \approx 7,29$$

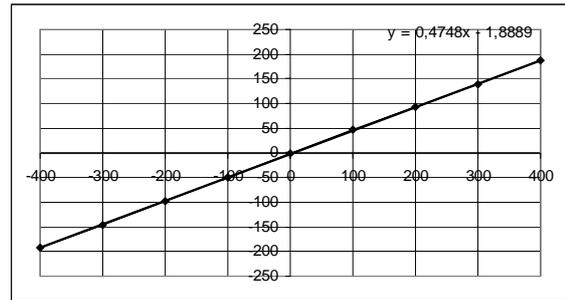
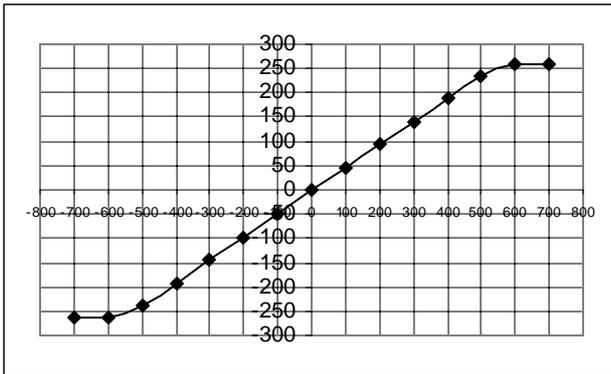
Ce résultat est à comparer avec la valeur prédéterminée: 7,26 c'est O.K.

La bande proportionnelle est limitée à la plage de consigne allant de -500 inc à +500 inc, ce qui correspond à une plage de vitesse +/- 1300 tr/min (valeur de saturation de la vitesse déjà obtenue en boucle ouverte).



Equation de la courbe de tendance dans la partie linéaire de la caractéristique

→ Mesure vitesse fonction de la consigne $M = f_n(C)$



Equation de la courbe de tendance dans la partie linéaire caractéristique

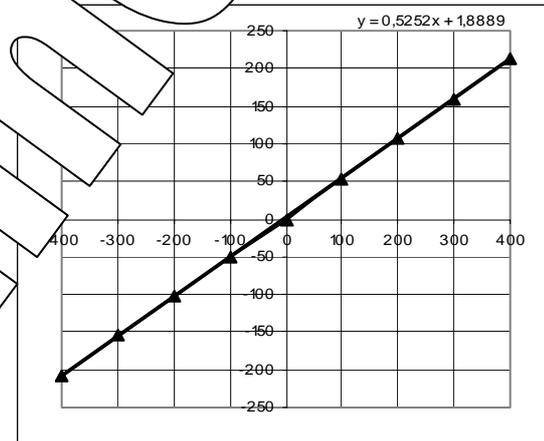
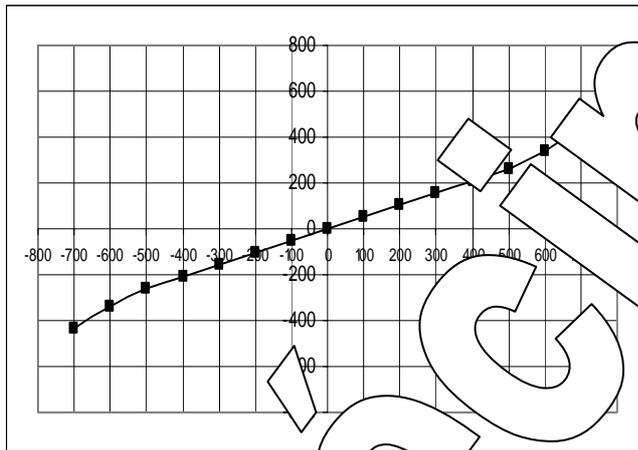
Coefficients de transfert statique:

(Déterminés par courbe de tendance dans la partie linéaire).

Ce résultat est à comparer avec la valeur prédéterminée: **0,473**

$$K_F = \frac{M}{C} = 0,4748$$

E3. Caractéristique de précision statique:



Coefficients de transfert de précision statique:

(Déterminés par courbe de tendance dans la partie linéaire).

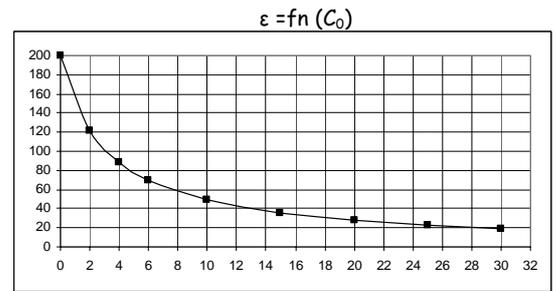
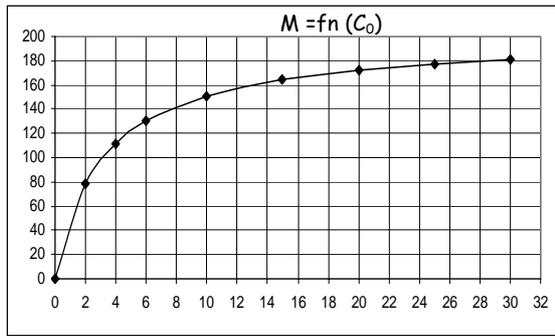
Ce résultat est à comparer avec la valeur prédéterminée: **0,527** → C'est O.K.

Lorsqu'il y a saturation, l'augmentation de l'écart est égale à l'augmentation de la consigne.

$$K_\epsilon = \frac{\epsilon}{C} \approx 0,525$$

E4. Résultats caractéristiques: $K_F = f_n(C_0)$ et $K_\epsilon = f_n(C_0)$

C_0	M	Ecart
0	0	200
2	78	122
4	112	88
6	130	70
10	151	49
15	164	36
20	172	28
25	177	23
30	181	19



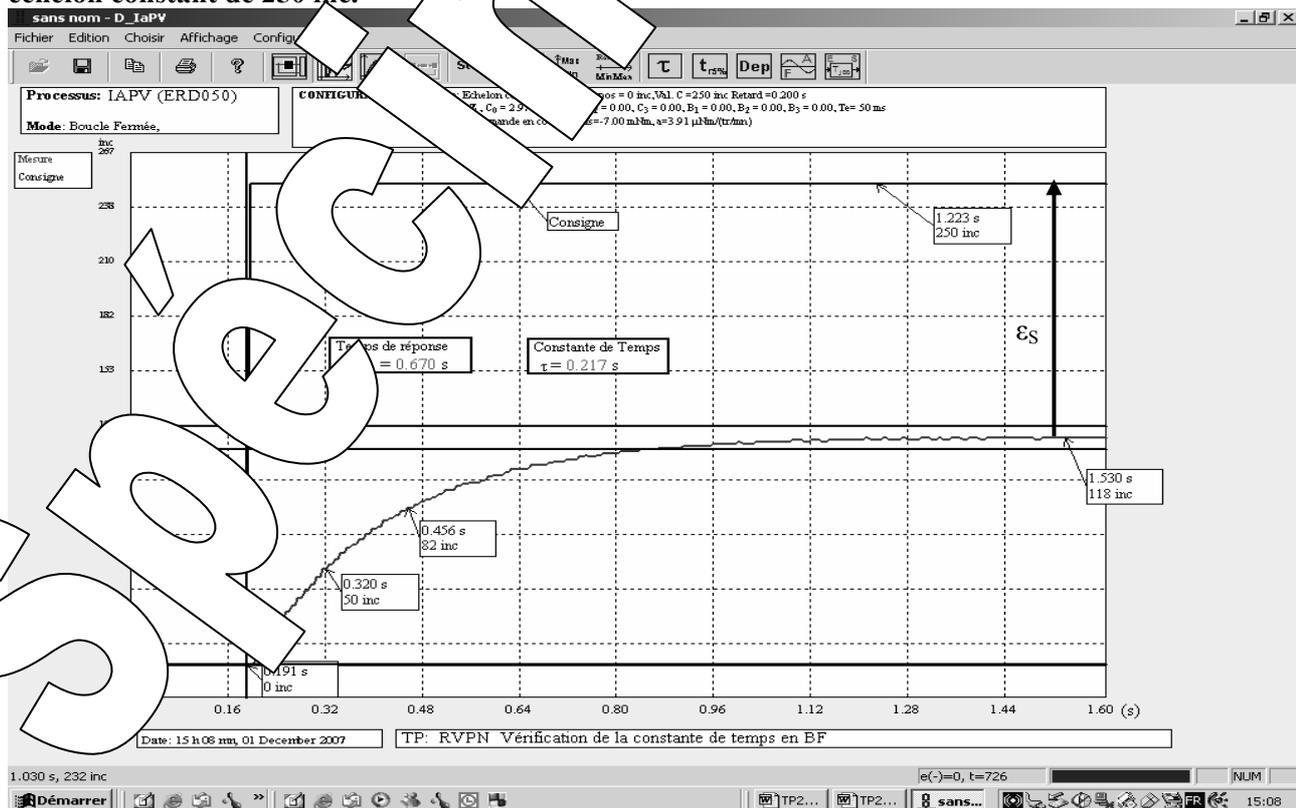
Lorsque le coefficient d'action proportionnelle (C₀) augmente, la mesure de vitesse tend asymptotiquement vers 200, le gain statique K_F tend donc vers 1, et l'écart tend vers 0, ce qui corrobore les prédéterminations car:

$$F = \frac{C_0 \cdot \alpha \cdot \mu_v}{1 + C_0 \cdot \alpha \cdot \mu_v} \xrightarrow{C_0 \rightarrow \infty} 1$$

2.2 Etude en régime dynamique

2.2.1 Réponse à un échelon constant

E5. Relevé de l'évolution au cours du temps de la vitesse M= fn(t) suite à une excitation en échelon constant de 250 inc.

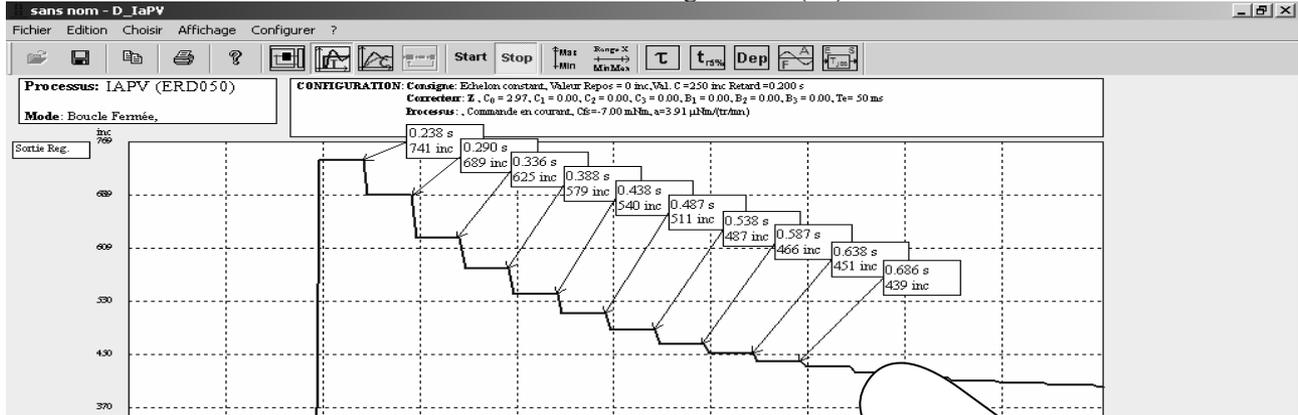


On calcule le gain statique: (M_(∞) / C = 118/250 = 0,472) à comparer avec la prédétermination : 0,473 et l'erreur statique ε_s = 250 - 118 = 132 inc (Valeur théorique: 0,527*250= 131 inc)

On vérifie également que la constante de temps est égale 0,217S à comparer avec la valeur souhaitée: τ₀/2 = 0,468/2 = 0,234 S

On vérifie que le temps de réponse à 5% qui est égal à 0,4s; à comparer à 3x0,217=0,650, ce qui tant à prouver que le système se comporte comme un premier ordre continu.

E6. Vérification des valeurs résultats de calculs du régulateur (Sr)

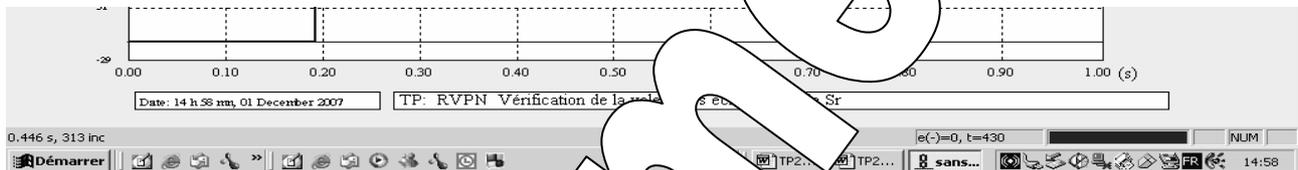


On rappelle les valeurs prédéterminées

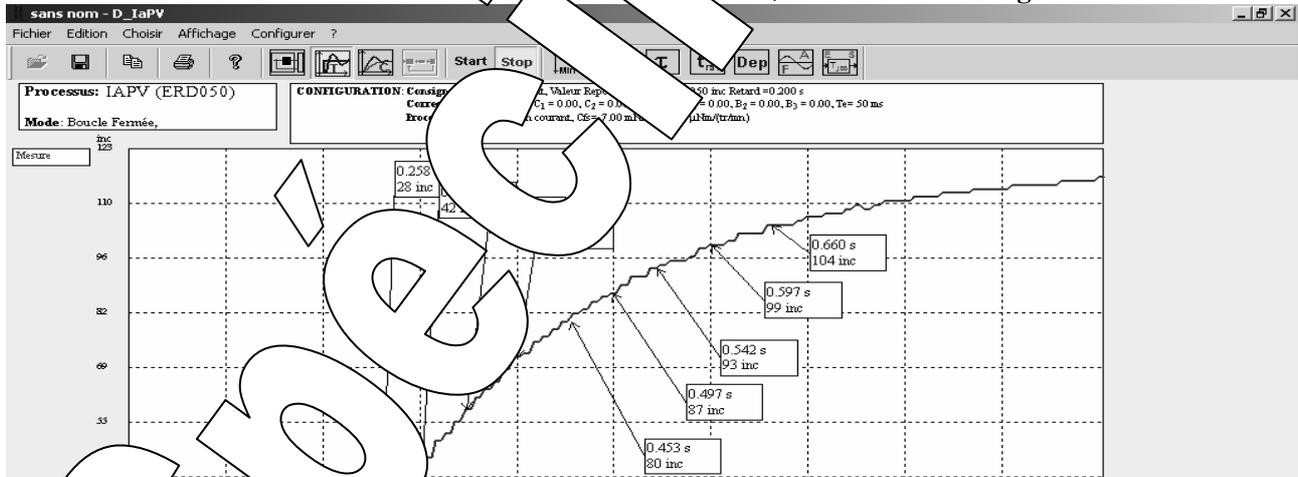
Sr _n	741	653	619	575	540	511	466	454	442
-----------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

On constate que les valeurs relevées expérimentalement corroborent sensiblement les valeurs prédéterminées.

On vérifie également le respect de la période d'échantillonnage (valeurs Ts = 50 ms)



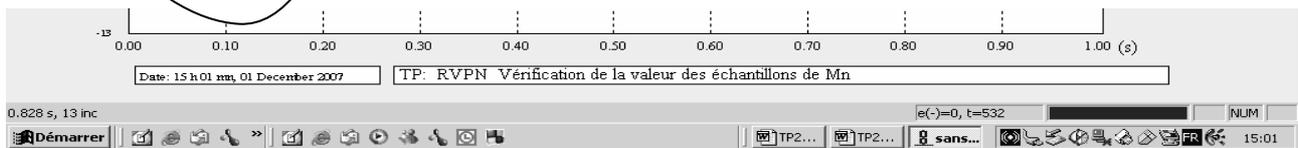
E7. Vérification des valeurs de la mesure de vitesse aux instants d'échantillonnage



On rappelle les valeurs prédéterminées

M _n	68	77	85	92	97	101
----------------	----	----	----	----	----	-----

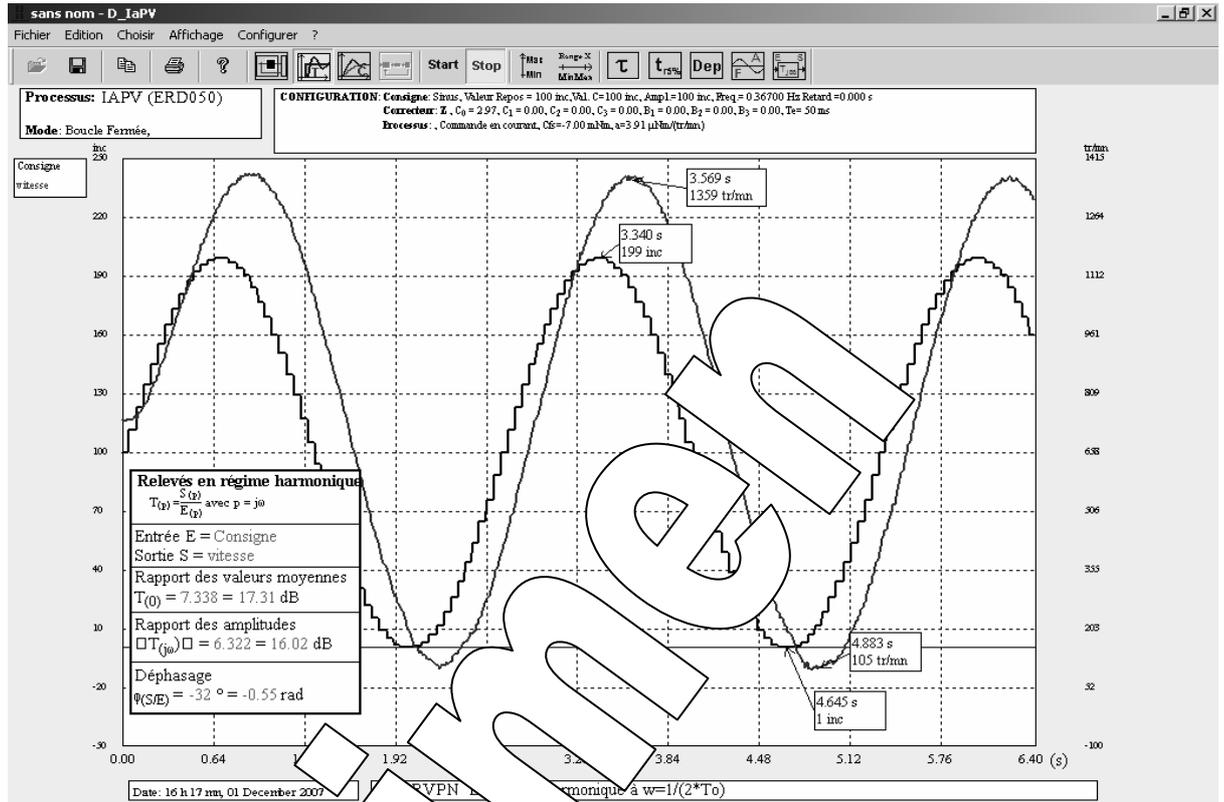
On constate que les valeurs relevées expérimentalement, aux instants d'échantillonnage corroborent sensiblement les valeurs prédéterminées.



2.2.2 Comportement en régime harmonique

E11. Etude partielle en régime harmonique

Pour $\omega = 1/(2 \cdot \tau_F) = 1/(2 \cdot 0,217) = 2,304 \text{ rad/s}$ soit: $F = 0,367 \text{ Hz}$

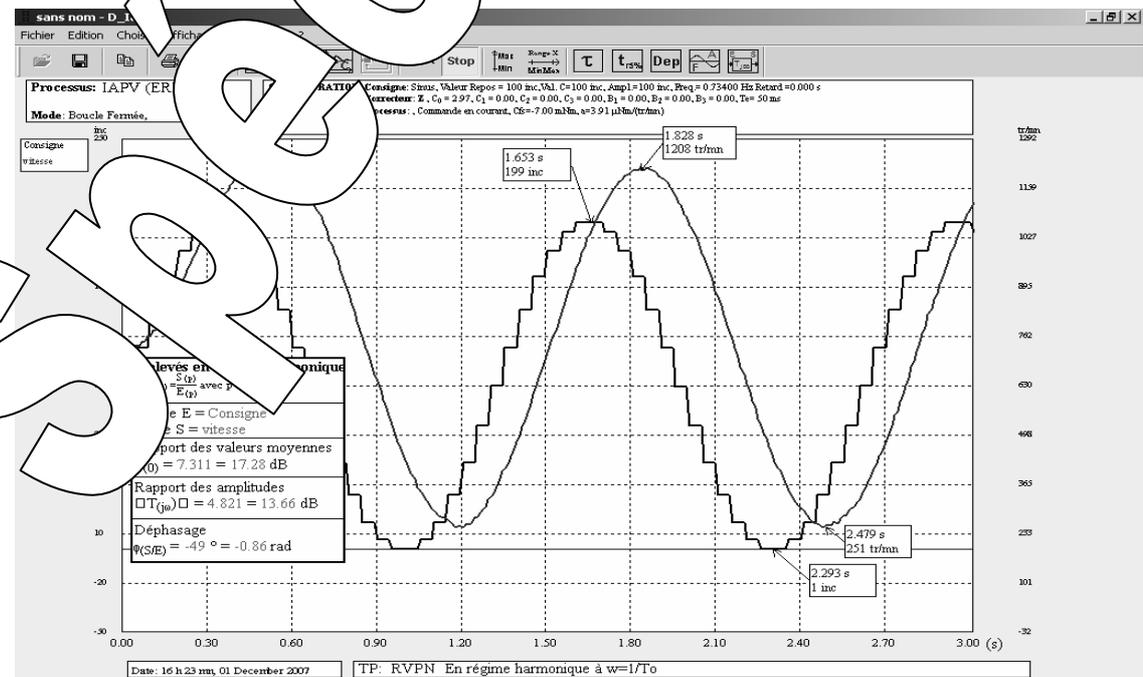


Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques prédéterminées:

Rapport des valeurs moyennes (Gain statique): $N_0 / C_0 = F_{N(1)} = 7,26 \text{ tr/min/inc}$

Rapport d'amplitude: $F_{N(1)} / \sqrt{2} = 5,13 \text{ tr/min/inc}$ Déphasage: $\varphi = -26,5^\circ$

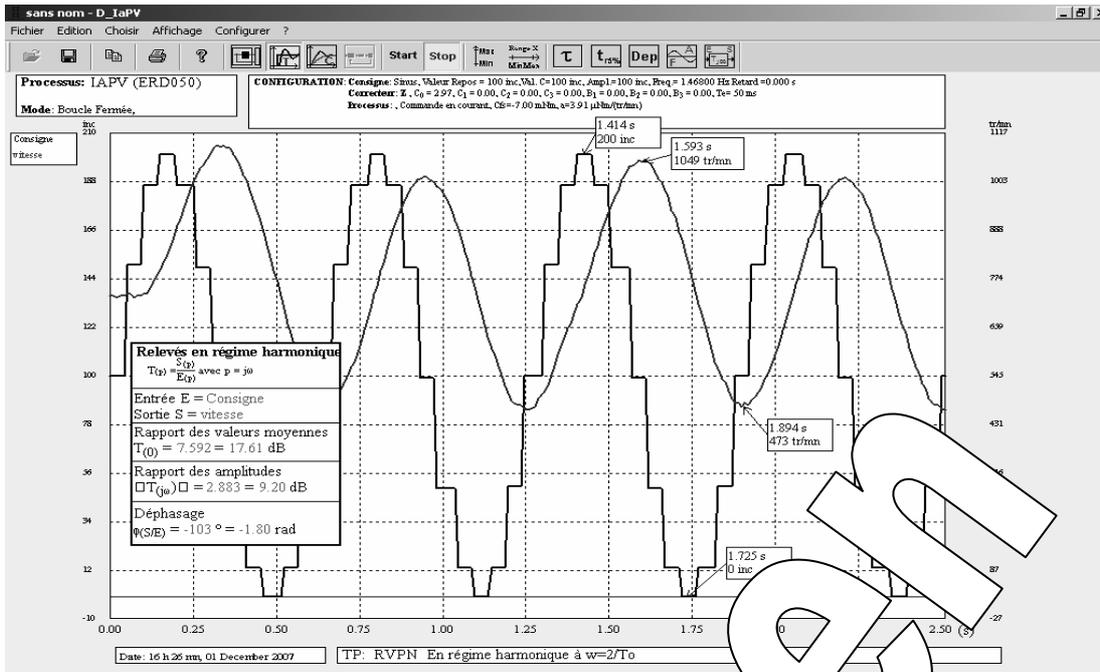
Pour $\omega = 1/\tau_F = 1/0,17 = 5,87 \text{ rad/s}$ soit: $F = 0,93 \text{ Hz}$



Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques prédéterminées:

Rapport des valeurs moyennes (Gain statique): $N_0 / C_0 = F_{N(1)} = 7,26 \text{ tr/min/inc}$

Rapport d'amplitude: $F_{N(1)} / \sqrt{2} = 5,13 \text{ tr/min/inc}$ Déphasage: $\varphi = -45^\circ$



Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques obtenues :

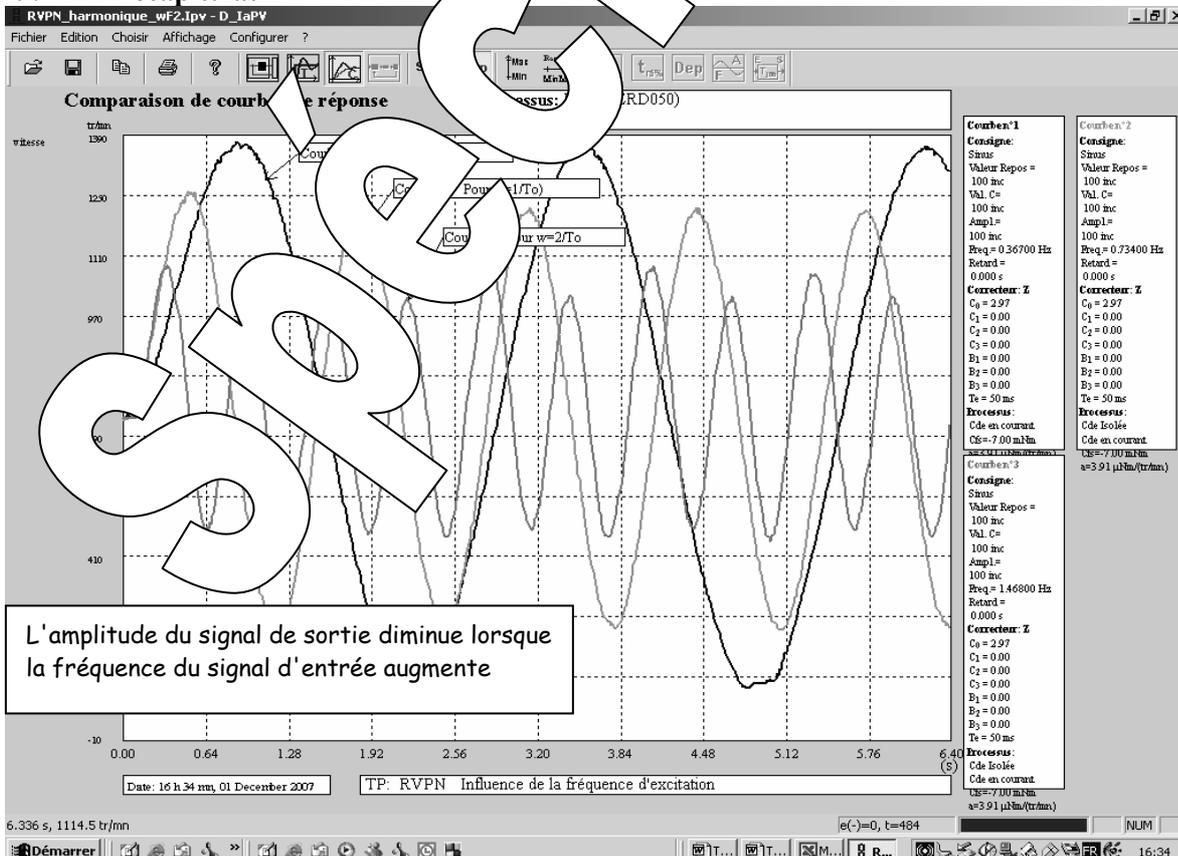
- Rapport des valeurs moyennes (Gain statique): $M = 7.592 \text{ tr/min/inc}$
- Rapport d'amplitudes: $F_{N(1)}/\sqrt{5} = 3,22 \text{ tr/min}$
- Phase: $\varphi = -63,5^\circ$

Remarque:

On constate l'influence de la constante de temps T_e qui fait que le déphasage est plus grand que prévu et le rapport des amplitudes plus faible. Le système est en effet du deuxième ordre.

On aborde également un domaine de fréquence incompatible avec la période d'échantillonnage du régulateur: ($F_e = 1/T_e = 20 \text{ hz}$ la synthèse de la sinusoïde est faite à partir de points!)

E9. Récapitulatif



L'amplitude du signal de sortie diminue lorsque la fréquence du signal d'entrée augmente

Type document:	Compte rendu de travaux pratiques
Thème :	Régulation de Vitesse avec correction Intégrale dans le domaine Numérique (échantillonné)
Configuration système :	Maquette "IAPV-ERD050" + Logiciel D_IAPV
Référence :	TP3N-RVIN
Nom de fichier:	TP3N_IAPV_RVIN_Compte-Rendu

Sommaire:

1	Prédéterminations	2
2	Expérimentations et Modélisation	6
2.1	Etude en régime statique	6
2.2	Etude en régime dynamique	7
2.2.1	Réponse à un échelon constant	7
2.2.2	Réponse à une rampe	11
2.2.3	Comportement harmonique	11

1 PREDETERMINATIONS

P1. Prédétermination de la réponse du correcteur à action intégrale numérique

D'après la fonction de transfert du correcteur:

$$Sr_{(z)}(1 - z^{-1}) = C_0 \cdot \varepsilon_{(z)} \rightarrow Sr_{(z)} - Sr_{(z)} \cdot z^{-1} = C_0 \cdot \varepsilon_{(z)} \rightarrow Sr_{(z)} = Sr_{(z)} \cdot z^{-1} + C_0 \cdot \varepsilon_{(z)}$$

On en déduit la relation de récurrence (relation entre les différents échantillons en se rappelant que: multiplier par z^{-1} c'est retarder d'une période d'échantillonnage.

$$Sr_n = Sr_{n-1} + C_0 \cdot \varepsilon_n$$

où Sr_n est le résultat de calcul du correcteur à $t = n \cdot T_e$; ε_n la valeur de l'écart à $t = n \cdot T_e$ et Sr_{n-1} la valeur du résultat de calcul le coup d'avant c'est-à-dire à $t = (n-1) \cdot T_e$

Application à la réponse à un échelon constant de $A = 50$ inc avec

$$A \cdot t = T_e \quad Sr_{n-1} = 0 \text{ et } \varepsilon_n = 50 \rightarrow Sr_1 = A \cdot C_0 = 100$$

Pour tous les échantillons suivants $Sr_n = Sr_{n-1} + A \cdot C_0 = Sr_{n-1} + 100$

n =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sr_n	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

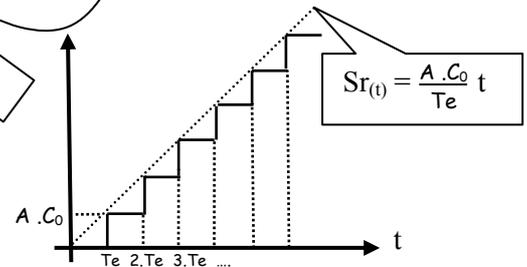
Globalement $Sr_{(t)}$ a l'allure d'une droite $Y = a \cdot X$

de coefficient directeur: $a = A \cdot C_0 / T_e$

Analogie avec un correcteur à action constante d'intégration T_i , dans le domaine continu

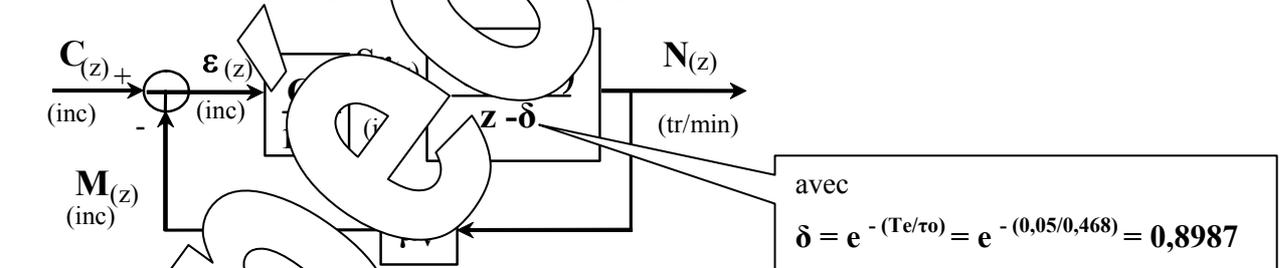
Dans les mêmes conditions de régulation, la réponse également une droite de la forme $Y = a \cdot X$ de pente $a = A / T_i$

Soit par analogie:



P2. Détermination des fonctions de transfert à boucle fermée:

D'après le TP1 (Réf: TP1N_BO) peut mettre le système sous la forme du schéma bloc:



$$F_N(z) = \frac{N(z)}{C(z)} = \frac{(1-\delta)z}{(z-\delta)} \cdot \frac{C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta)z}{(z-1)(z-\delta) + C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta) \cdot \mu_v \cdot z} = \frac{C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta)z}{z^2 + (-1-\delta + C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta) \cdot \mu_v)z + \delta}$$

D'autre part:

Soit les expressions:

$k_{FN} = C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta)$	$k_F = C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta) \cdot \mu_v$	$a_1 = -1 - \delta + C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta) \cdot \mu_v$	$a_0 = \delta$
--	---	---	----------------

Choix de C_0 pour obtenir un pôle double:

Il faut que le déterminant soit nul: $(1+\delta - C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta) \cdot \mu_v)^2 - 4\delta = 0 \rightarrow$

$$C_0 = 0,088$$

Ce qui correspond à un pôle égal à $P_N = \sqrt{\delta} = 0,948$

Or un pôle réel en "z" correspond à une constante de temps telle que $P_N = e^{-T_e/\tau_F} \rightarrow$

$$\tau_F = 0,936 \text{ S}$$

Coefficient de transfert statique:

Rappel:

Pour connaître le coefficient de transfert statique d'un bloc de transfert, il suffit de faire $z = 1$. En effet, dans le domaine continu, il suffit de faire $p = 0$, or $z = e^{T_e \cdot p} = 1$ si $p = 0$.

$$\frac{N}{C} = F_{N(1)} = \frac{C_0 \cdot \alpha(1-\delta)}{1-1-\delta+C_0 \cdot \alpha(1-\delta) \cdot \mu_v + \delta} = \frac{1}{\mu_v} = 15,34 \text{ tr/min/inc}$$

$$\frac{M}{C} = F_{(1)} = \frac{C_0 \cdot \alpha(1-\delta) \cdot \mu_v}{1-1-\delta+C_0 \cdot \alpha(1-\delta) \cdot \mu_v + \delta} = \frac{C_0 \cdot \alpha \cdot \mu_v}{C_0 \cdot \alpha \cdot \mu_v} = 1$$

P3. Détermination du coefficient de transfert statique de précision:

$\varepsilon = (C-M)$ or: $M = F_{F(1)} \cdot C$ donc: $\varepsilon = (C - F_{F(1)} \cdot C) = C(1 - F_{F(1)})$ $K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{C} = 0$

Cette relation reste valable tant qu'aucune saturation n'intervient (tant que l'on reste dans le domaine proportionnel). Lorsque le régulateur entre en saturation (il ne peut plus augmenter car elle a atteint sa valeur maximale), la vitesse n'augmente plus et l'écart augmente plus, donc l'écart augmente autant que la consigne.

P4. Prédétermination du comportement du système
P4a. Réponse à un échelon constant:

Si le système est excité par une entrée en échelon constant (une consigne constante) contre (échelon constant):

$$C_{(p)} = A/p$$

La transformée de la mesure a pour expression:

$$M_{(p)} = \frac{A}{p(1 + \tau_F p)}$$

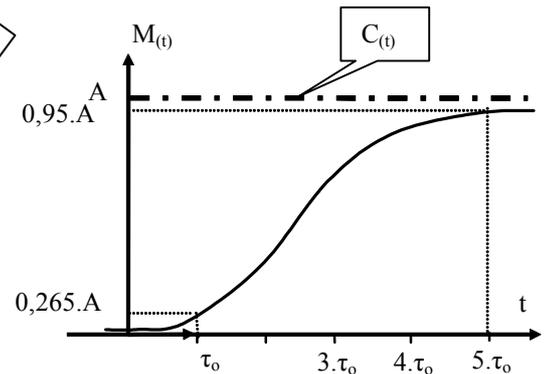
et sa transformée inverse:

$$M_{(t)} = A(1 - e^{-t/\tau_F})$$

Pour A = 100 tr/min

t =	τ_F	$2 \cdot \tau_F$	$3 \cdot \tau_F$	$4 \cdot \tau_F$	$5 \cdot \tau_F$	$6 \cdot \tau_F$
	0,94s	1,87s	2,81s	3,74s	4,68s	5,61s
$M_{(t)}$	20	50	70	90	96	98

lorsqu'on augmente la valeur du coefficient C_0 , le système devient pseudo oscillatoire. Il devient même oscillatoire au-delà d'une valeur limite.



D'après les valeurs calculées précédemment on peut admettre que

$$tr_{5\%} \approx 5 \cdot \tau_F \rightarrow tr_{5\%} = 5 * 0,936 = 4,68s$$

L'évolution de la vitesse $N_{(t)}$ a même allure, avec la relation $N_{(t)} = M_{(t)}/\mu$

P4b. Réponse à une rampe, détermination de l'erreur de traînage:

Dans ce cas, le système est excité par un échelon de vitesse tel que

$$C_{(t)} = V.t.u_{(t)} \quad \text{soit par transformation en 'z'} \quad \boxed{C_{(z)} = \frac{V.Te.z}{(z-1)^2}}$$

Si on exprime la transformée de l'écart: $\epsilon_{(z)} = C_{(z)} - M_{(z)} = C_{(z)} - F_{(z)} \cdot C_{(z)} = (1 - F_{(z)})C_{(z)}$

Par définition, l'erreur de traînage c'est: $\epsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_{(t)}$

D'après le théorème sur la valeur finale: $\epsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_{(t)} = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \epsilon_{(z)} \right) = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \epsilon_{(z)} \right)$

$$\epsilon_T = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} (1 - F_{(z)}) \frac{V.Te.z}{(z-1)^2} \right) = \lim_{z \rightarrow 1} \left((1 - F_{(z)}) \frac{V.Te}{(z-1)} \right) = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{1 - \frac{z}{z+a_0}}{z} \frac{V.Te}{(z-1)} \right)$$

Si on fait $z=1$ dans l'équation précédente, on obtient une forme indéterminée. Pour lever l'indétermination, il suffit de réduire au même dénominateur

$$\epsilon_T = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z^2 + a_1z + a_0 - k_F \cdot z}{z^2 + a_1z + a_0} \cdot \frac{V.Te}{(z-1)} \right) = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{(z-1)(z + a_0 + k_F)}{z^2 + a_1z + a_0} \cdot \frac{V.Te}{(z-1)} \right) = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{V.Te(z + a_0 + k_F)}{z^2 + a_1z + a_0} \right)$$

D'après les expressions déterminées précédemment, on obtient

$$\epsilon_T = \frac{V.Te.(1-\delta)}{C_0(1-\delta)\alpha.\mu_v}$$

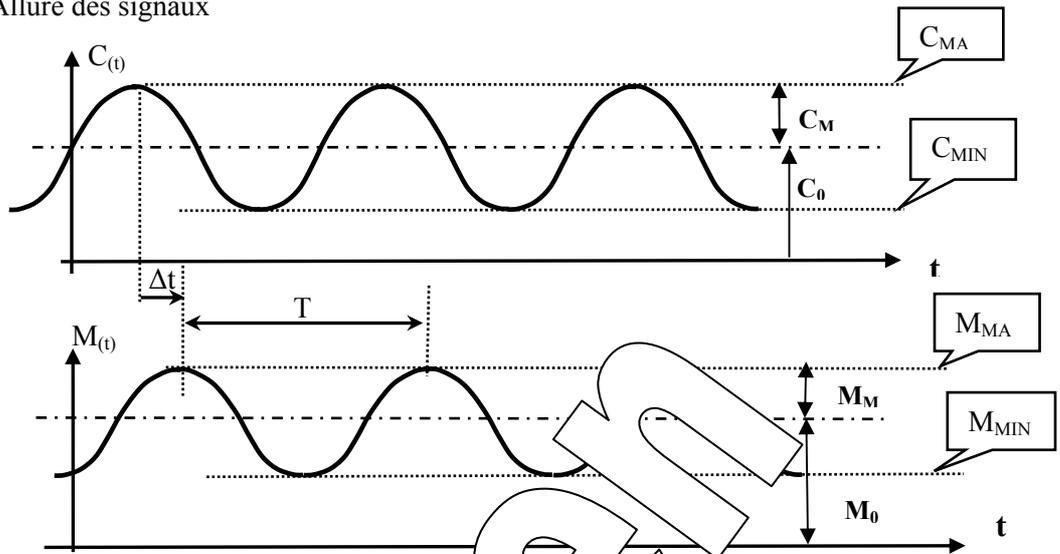
Application numérique:

Pour obtenir une accélération de 50 m/s^2 , soit 50 tr/min/s , la consigne vitesse en 'inc' doit augmenter de $300.\mu_v \# 20 \text{ inc}$ et 1 s soit 50 inc

$$\epsilon_T = \frac{0,05}{0,088.4,65.0,0652} = 94 \text{ inc}$$

P4c. Comportement en régime harmonique

Allure des signaux



Si on assimile le système à un modèle continu du 1er ordre à pôle double

$$\frac{M(p)}{C(p)} = \frac{K_F}{(1 + \tau_F \cdot p)^2} \quad \text{En régime harmonique} \quad \frac{M_M}{C} = \frac{K_F}{(1 + \tau_F \cdot j\omega)^2}$$

$G_s = \frac{M_0}{C_0} = \frac{K_F}{1 + (\tau_F \cdot \omega)^2}$	$\frac{M_M}{C} = \frac{K_F}{1 + (\tau_F \cdot \omega)^2}$	$\varphi = - 2 \cdot \text{ATAN}(\tau_F \cdot \omega)$
---	---	--

Le calcul des valeurs donne les résultats suivants:

$\omega =$	$1/(2 \cdot \tau_F)$	$1/\tau_F$	$2/\tau_F$
$G_s =$	$1/2$	$G_s/2$	$G_s/5$
$\varphi =$	-90°	-90°	-125°

P5. Le système est stable en fonction de la valeur donnée au coefficient C_0

Rappel: un système échantillonné est stable si tous les pôles de sa fonction de transfert en boucle fermée ont un module inférieur à 1. Ce qui se traduit, dans le cas d'un système de fonction de transfert à deuxième ordre, par les 3 critères (critères de "JURY"):

- 1) $D(1) > 0 \rightarrow 1 + a_1 + a_0 > 0 \rightarrow 1 + (-1 - \delta) + \delta + C_0 \cdot \alpha(1 - \delta) \cdot \mu_v > 0 \rightarrow C_0 \cdot \alpha(1 - \delta) \cdot \mu_v > 0 \rightarrow C_0 > 0$
- 2) $D(-1) > 0 \rightarrow 1 + a_1 + a_0 > 0 \rightarrow 1 + 1 + \delta + \delta + C_0 \cdot \alpha(1 - \delta) \cdot \mu_v > 0 \rightarrow C_0 > -(2 + 2\delta) / \alpha(1 - \delta) \cdot \mu_v \rightarrow C_0 > -123$
- 3) $|a_0| < 1 \rightarrow \delta + C_0 \cdot \alpha(1 - \delta) \cdot \mu_v < 1 \rightarrow C_0 < (1 - \delta) / \alpha(1 - \delta) \cdot \mu_v \rightarrow C_0 < 1 / (\alpha \cdot \mu_v) \rightarrow C_0 < 4,51$

Conclusion:

$0 < C_0 < 3,4$

2 EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

2.1 Etude en régime statique

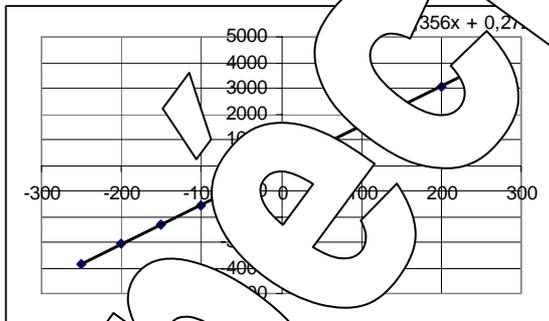
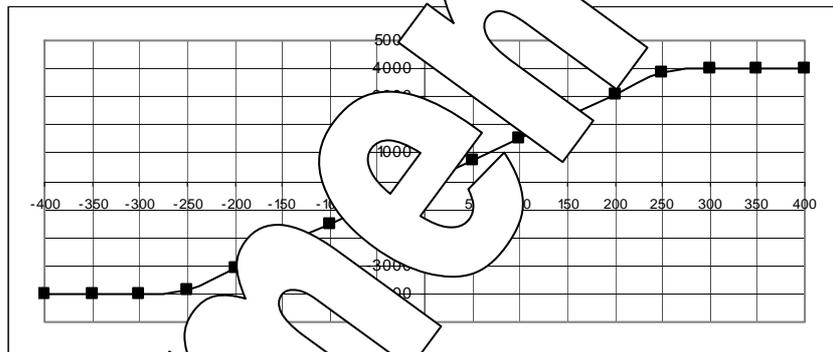
E1. Relevé des caractéristiques transfert statiques: $M = fn(C)$; $N = fn(C)$ et $\epsilon = fn(C)$

Tableau de mesure avec C, M et ϵ (en inc) et N en tr/min:

C	M	N	$\epsilon = C-M$
-400	-260	-4013	-140
-350	-261	-4013	-89
-300	-261	-4013	-39
-250	-250	-3844	0
-200	-200	-3065	0
-150	-150	-2296	0
-100	-100	-1544	0
-50	-50	-768	0
0	0	0	0
50	50	768	0
100	100	1540	0
150	150	2304	0
200	200	3068	0
250	250	3840	0
300	259	3990	41
350	258	3982	92
400	259	3985	141

E2. Tracé des caractéristiques de transfert statiques:

→ Vitesse fonction de la consigne $N = fn(C)$



Coefficients de transfert statiques:

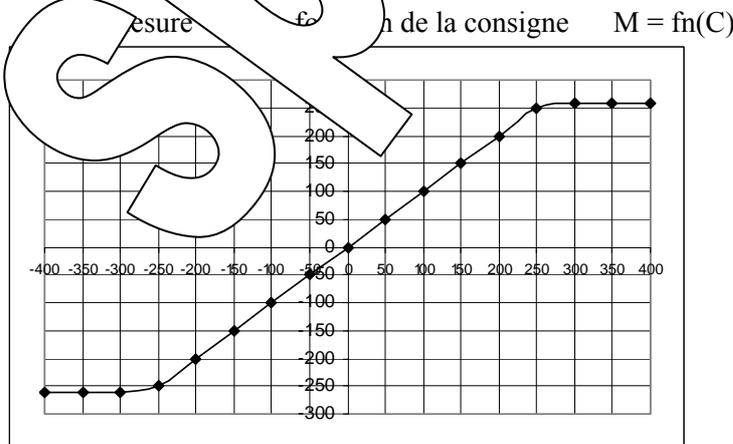
$$F_{N(1)} = \frac{N}{C} \approx 15,36 \text{ tr/mn/inc}$$

D'après courbe tendance tracée sur la partie linéaire de la caractéristique précédente.

Ce résultat est à comparer avec la valeur prédéterminée: $1/\mu_v = 15,34$ tr/min/inc

$$F_{(1)} = \frac{M}{C} = 1$$

La bande proportionnelle est limitée à la plage de consigne allant de -250 inc à +250 inc, ce qui correspond à une plage de vitesse ± 4000 tr/min (valeur de saturation de la vitesse déjà obtenue en boucle ouverte).



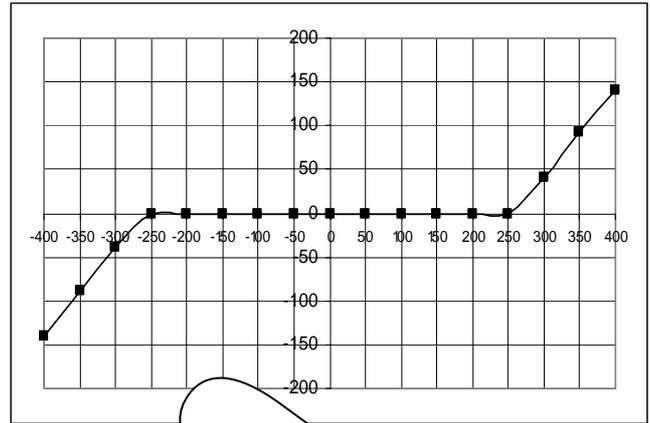
E2. Caractéristique de précision statique:
Coefficients de transfert de précision statique:

$$K_\varepsilon = -\frac{\varepsilon}{C} \approx 0$$

Ce résultat est à comparer avec la valeur prédéterminée: **0**

Lorsque la vitesse a atteint sa valeur de saturation, l'augmentation de l'écart est égale à l'augmentation de la consigne.

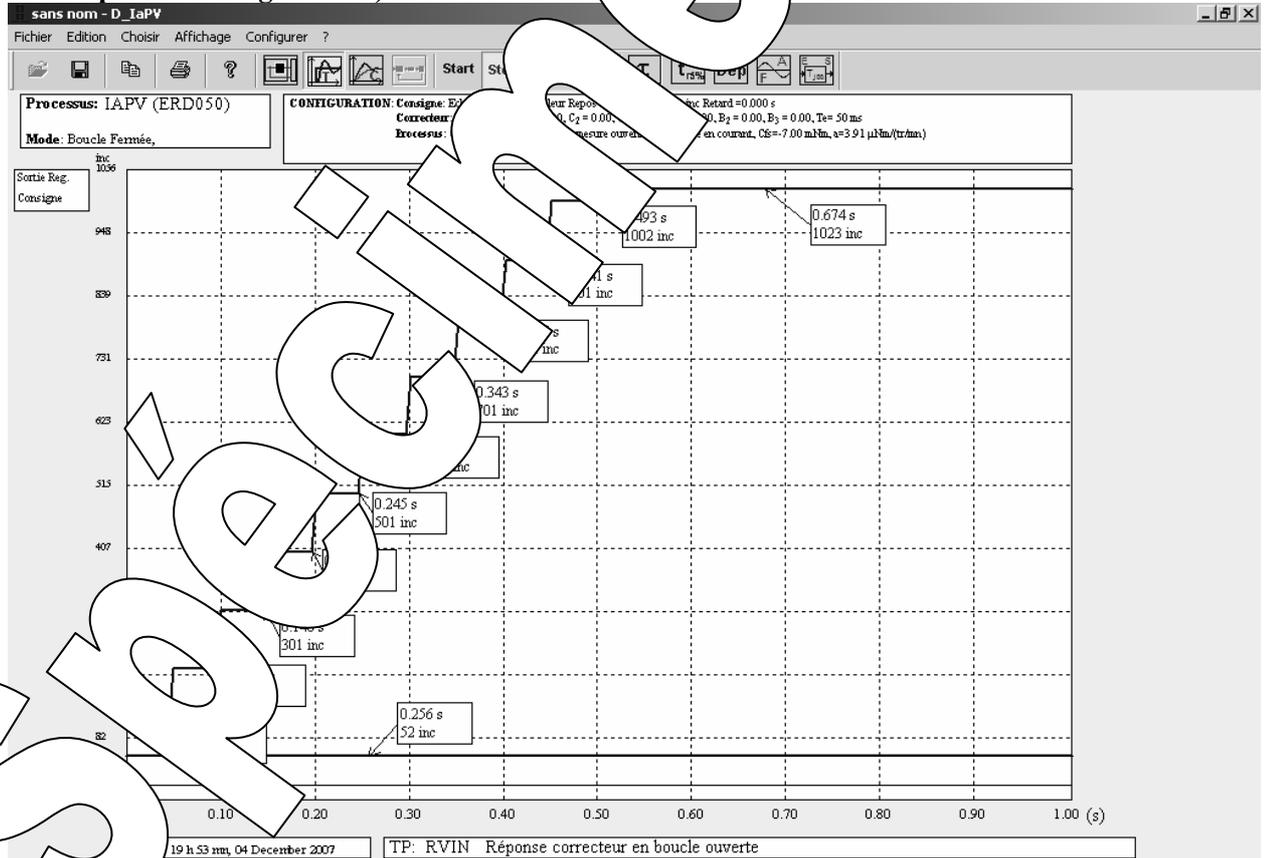
$\varepsilon = \text{fn}(C)$:



2.2 Etude en régime dynamique

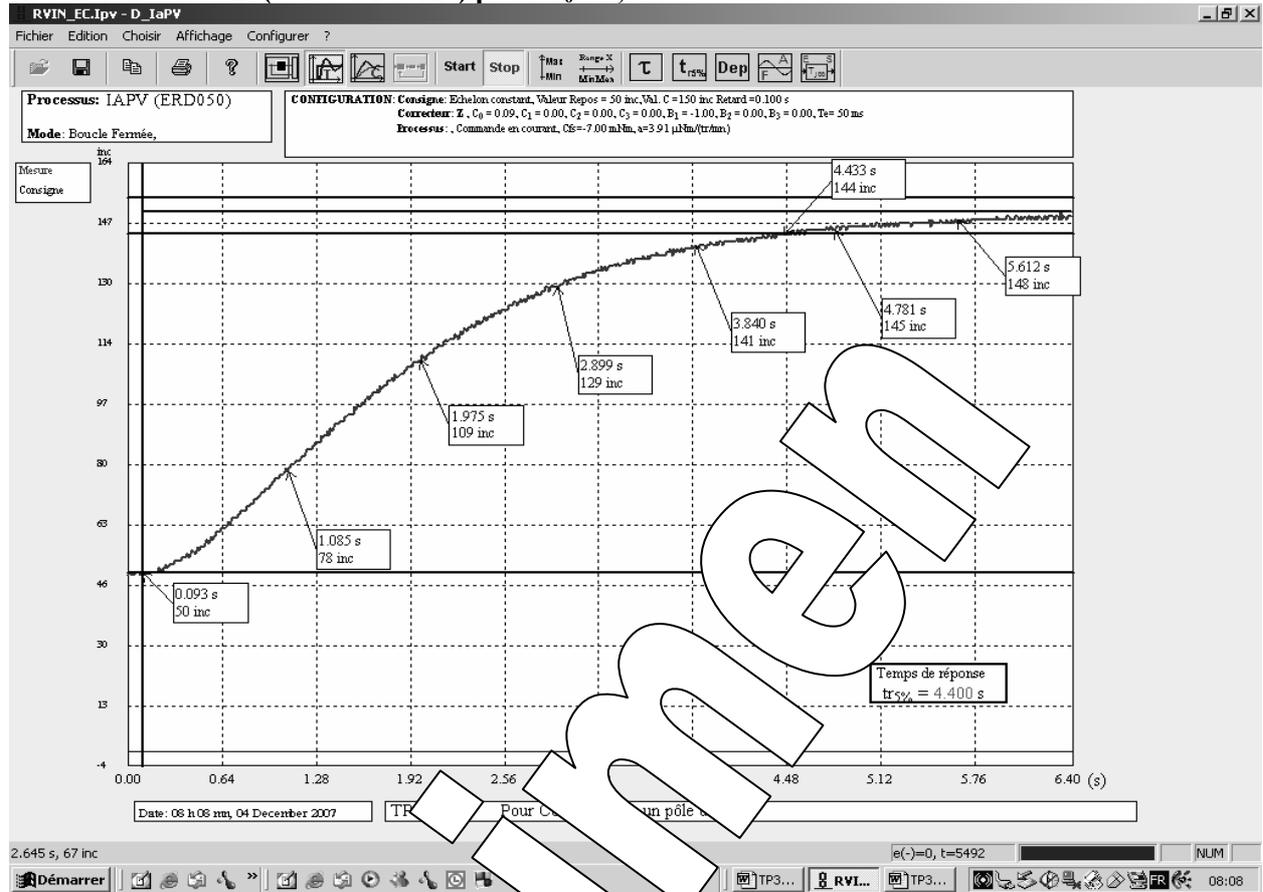
2.2.1 Réponse à un échelon constant

E3. Réponse du correcteur seul (interrupteur de liaison processus ouvert ET/OU interrupteur bouclage ouvert)



Consignes prédéterminées, soit l'augmentation de 100 inc à chaque période d'échantillonnage ($T_e = 50 \text{ ms}$)

E4. Relevé de l'évolution au cours du temps de la vitesse $M= f_n(t)$ suite à une excitation en échelon constant (de 50 à 150 inc) pour $C_0 = 0,088$



On vérifie que le gain statique est égal à $M_{(\infty)}$ (régime final)

On vérifie que le temps de réponse à 5% qui est égal à 4,4s; à comparer à $5 \times \tau_F = 5 \times 0,936 = 4,68S$

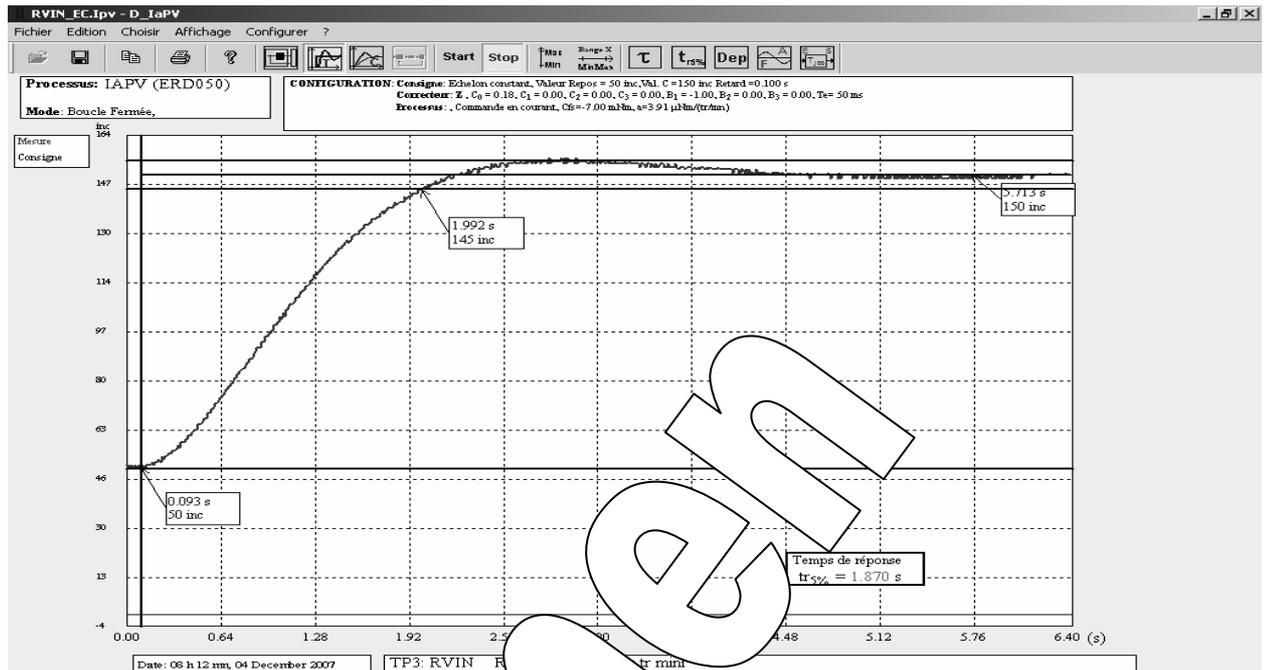
Vérification de différences de temps de réponse

Le temps affiché dans les annotations est mesuré à partir du début d'enregistrement et non à partir de l'instant d'application de la consigne (décalage de 0,1S).

On retrouve, aux multiples de $\tau_F = 0,94S$, sensiblement les valeurs prédéterminées, en tenant compte que le point de départ n'est pas de 0 mais de 50 inc rappelées ci-après:

τ_F	$2 \cdot \tau_F$	$4 \cdot \tau_F$	$5 \cdot \tau_F$	$6 \cdot \tau_F$
0,94	1,875	3,74s	4,68s	5,61s
150 inc	144 inc	140	146	148

E5. Recherche de l'optimum du point de vue de la rapidité

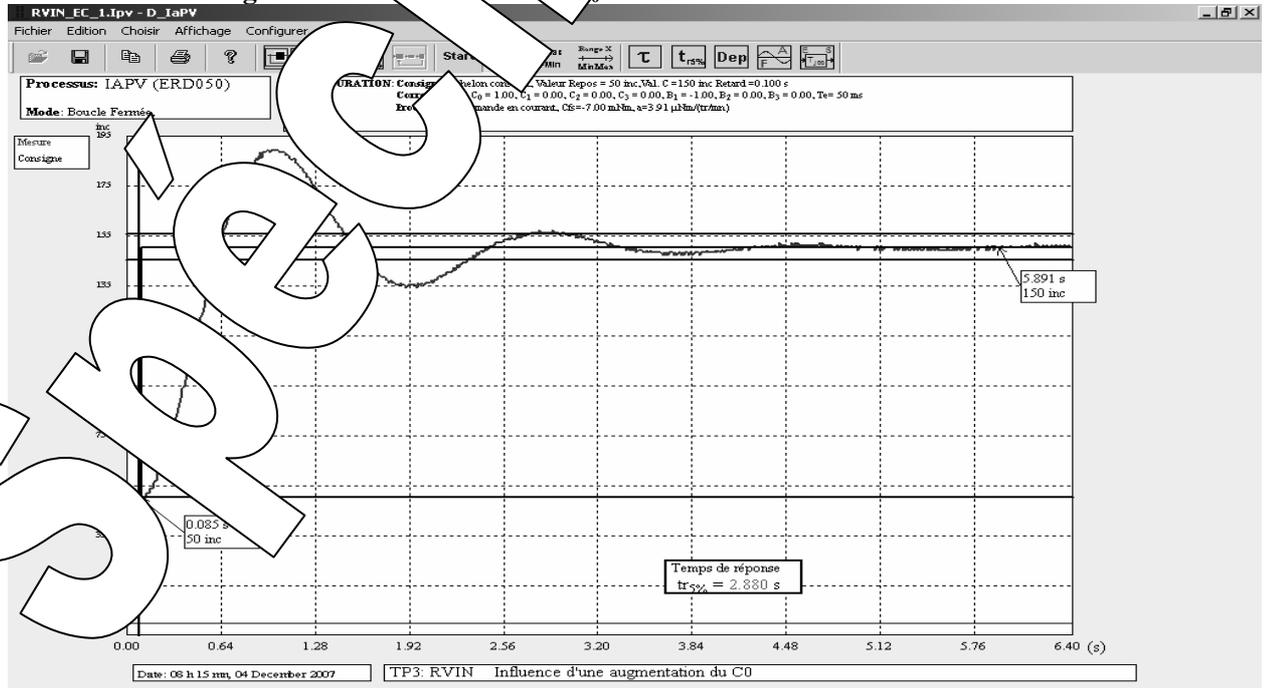


Le temps de réponse optimum est obtenu lorsque le dépassement est limité à juste 5%.

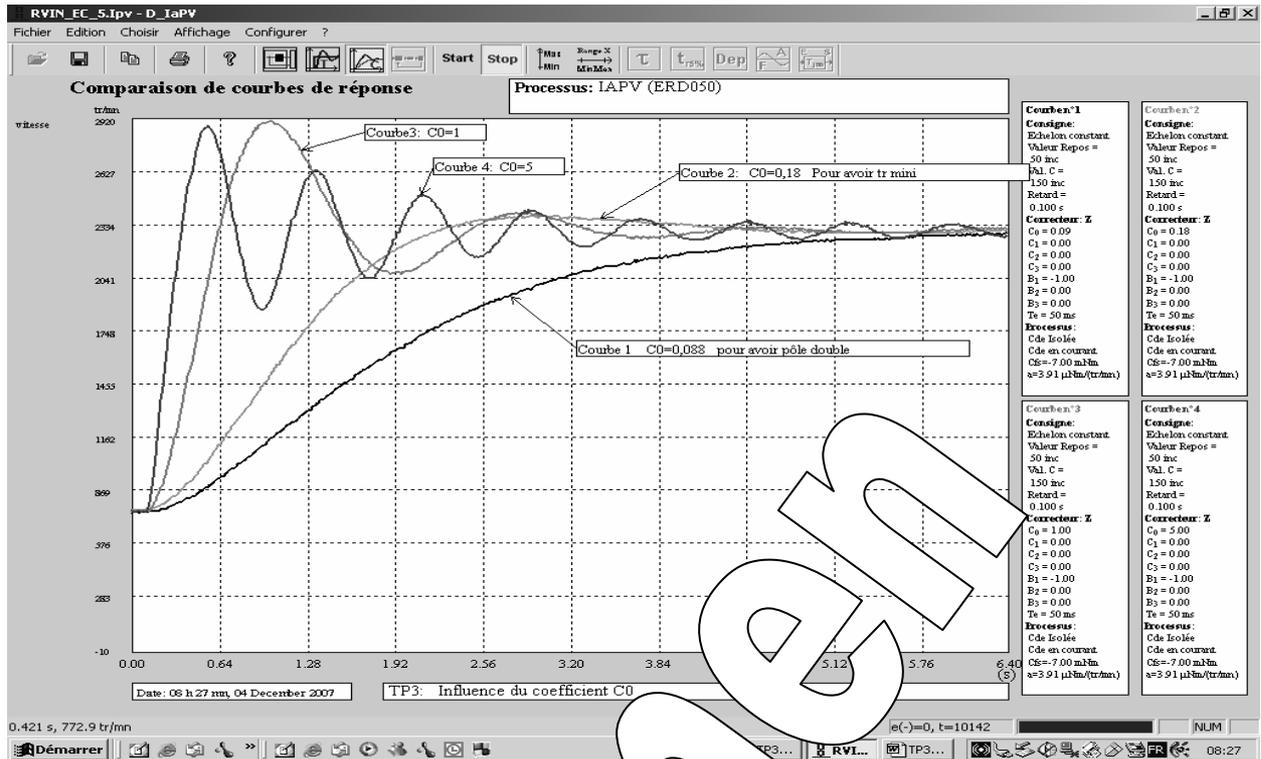
Il a été obtenu pour $C_0 = 0,18$

Ce temps de réponse est nettement inférieur (pour le gain # 10) que celui obtenu par correction simplement proportionnelle

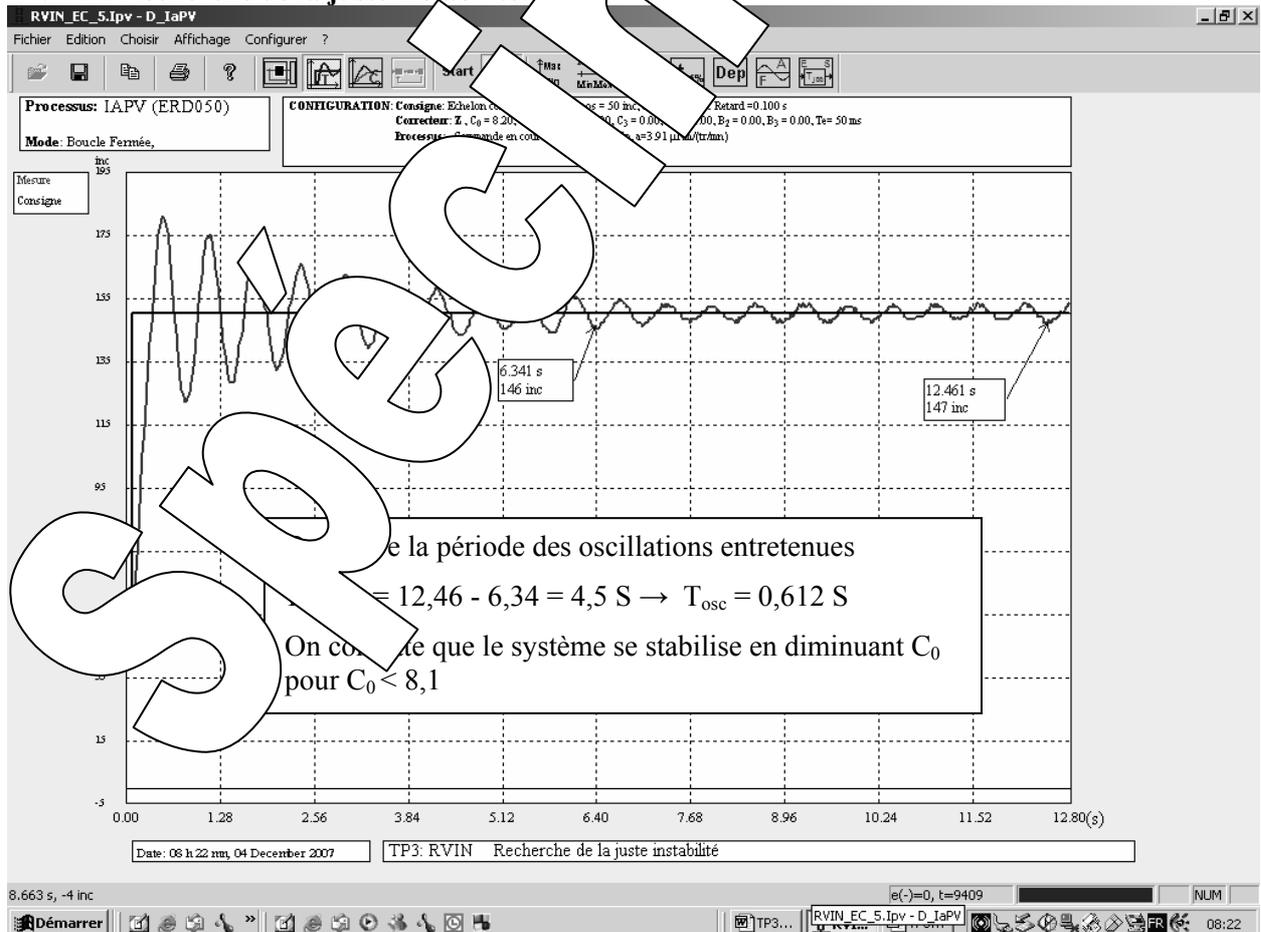
Influence d'une augmentation du coefficient C_0



Si on augmente la valeur du coefficient C_0 , le système devient de plus en plus oscillatoire, le temps de réponse augmente ainsi que les dépassements relatifs (de la même façon qu'un correcteur à action proportionnelle dans le domaine continu).

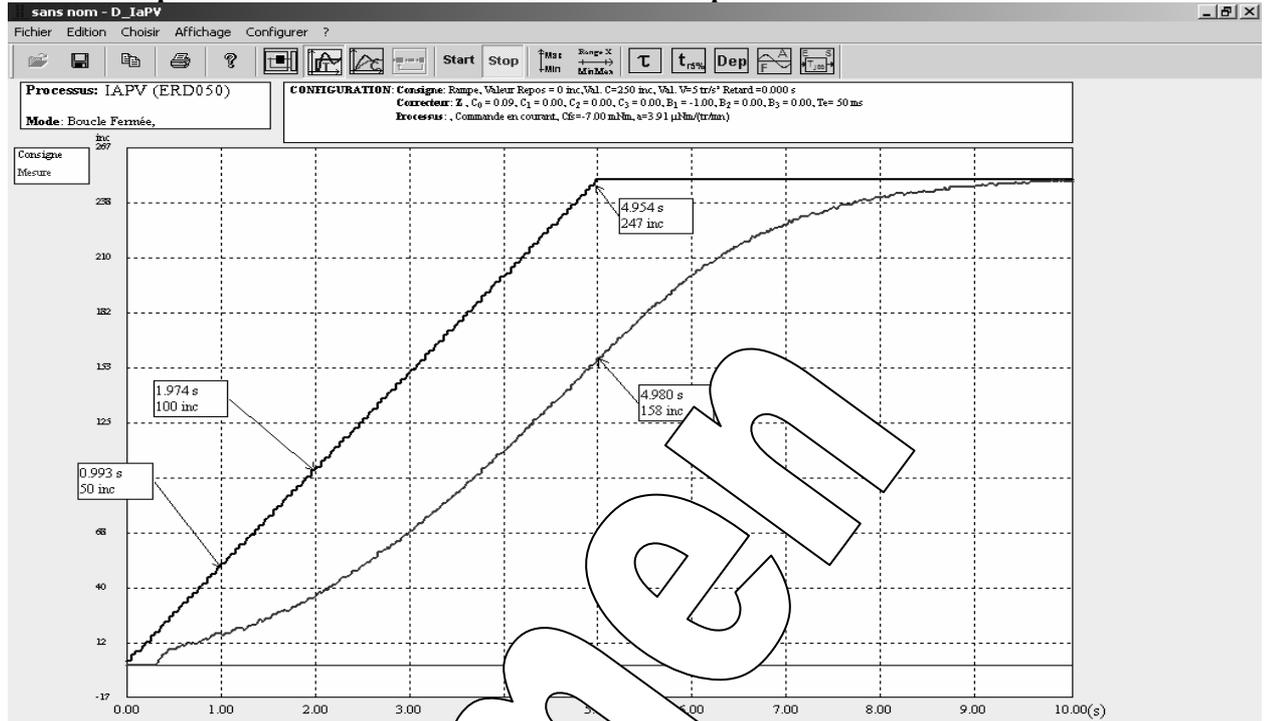


E7. Recherche de la juste instabilité



2.2.2 Réponse à une rampe

E8. Réponse obtenue dans les conditions d'essai imposées.



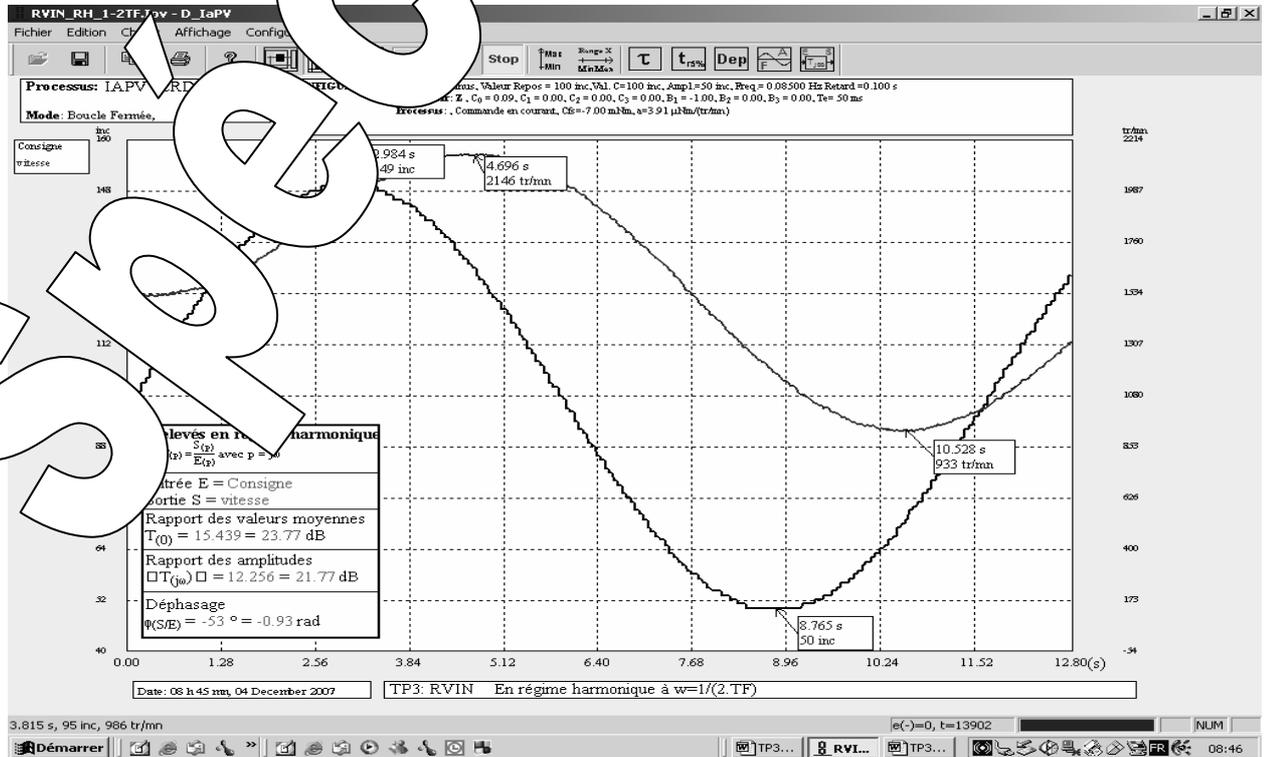
On vérifie la pente: augmentation de 50 inc soit $v = 50 \text{ inc/s}$

On vérifie l'erreur de traînage: $247 - 100 = 147 \text{ inc}$ (à comparer à la valeur prédéterminée = 94)

2.2.3 Comportement en régime harmonique

E9. Etude partielle en régime harmonique

Pour $\omega = 1/(2 \cdot \tau_F) = 1/0,534 \text{ s}$ soit: $F = 0,085 \text{ Hz}$

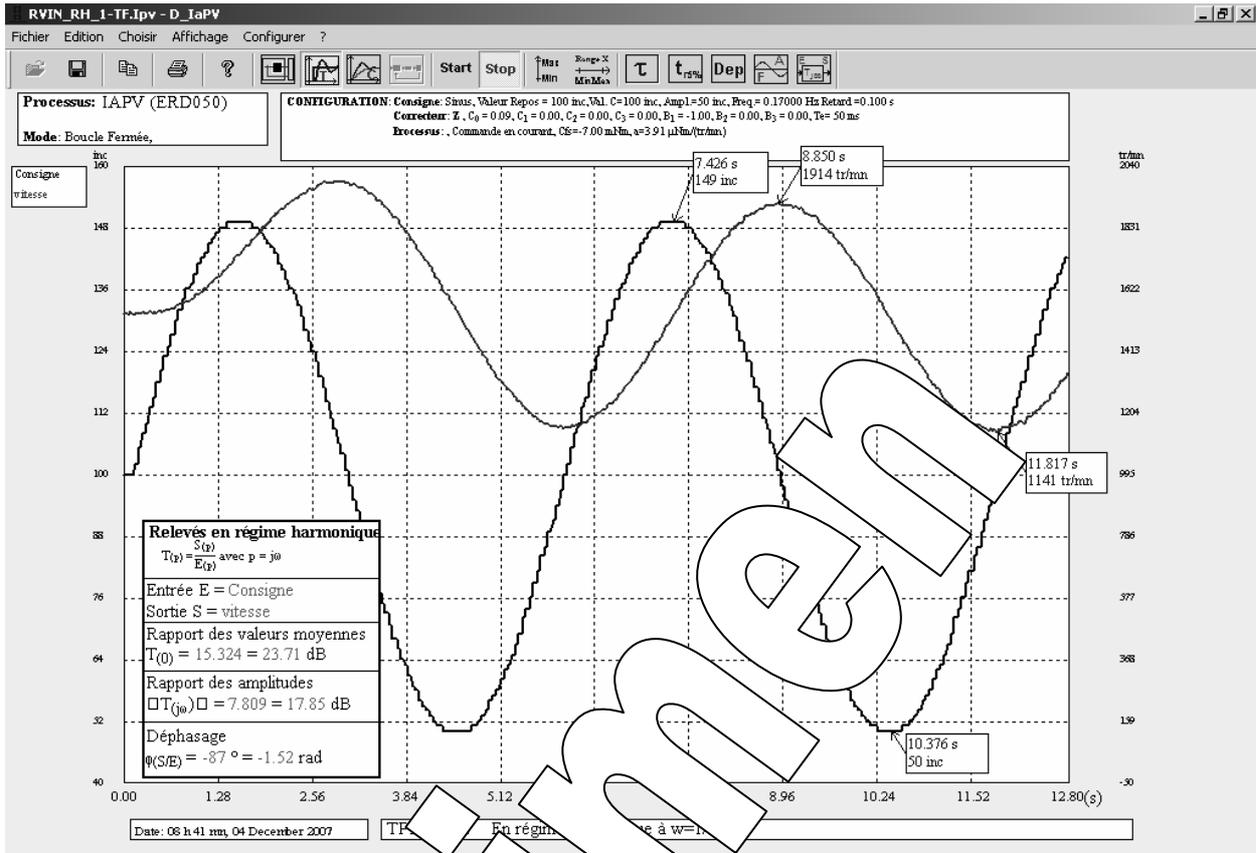


Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques prédéterminées:

Rapport des valeurs moyennes (Gain statique): $N_0 / C_0 = F_{N(1)} = 1/\mu = 1/0,0652 = 15,34 \text{ tr/min/inc}$

Rapport d'amplitudes: $F_{N(1)}/1,25 = 12,3 \text{ tr/min/inc}$ Déphasage: $\phi = -53^\circ$

Pour $\omega = 1/\tau_F = 1/0,936 = 1,068 \text{ rad/s}$ soit: $F = 0,17 \text{ Hz}$

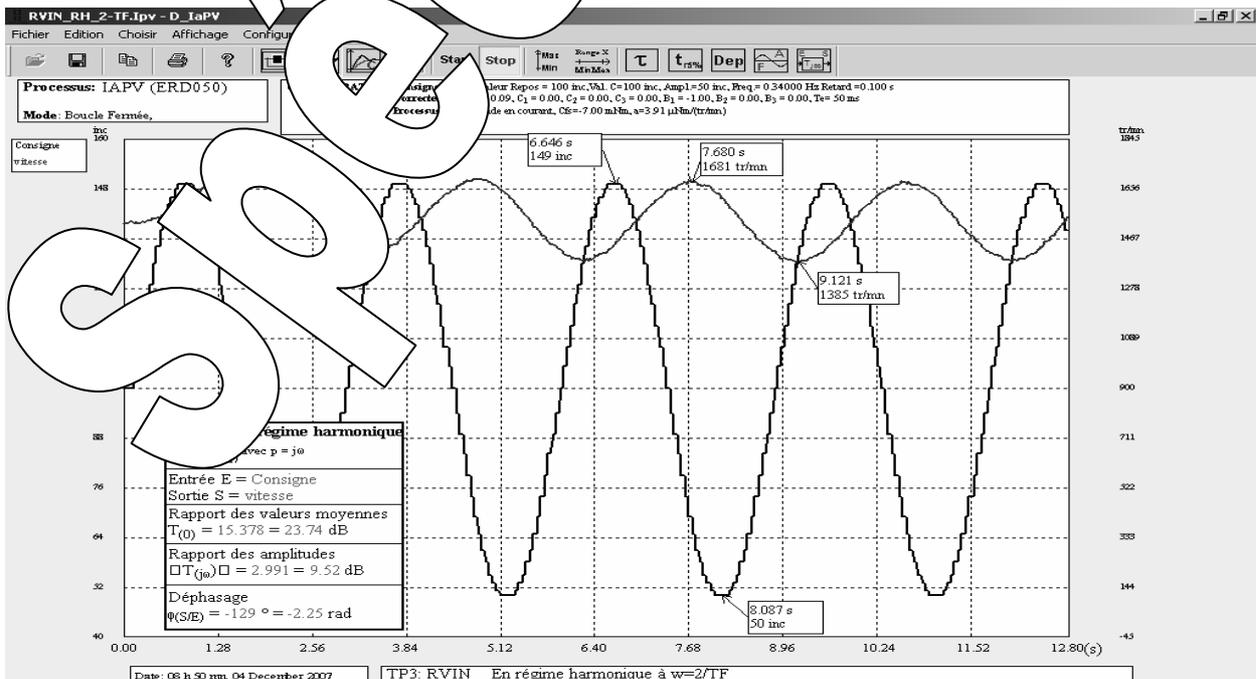


Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques prédéterminées:

Rapport des valeurs moyennes (Gain statique): $N_0 / C_0 = F_{N(1)} = 1/\mu = 15,34 \text{ tr/min/inc}$

Rapport d'amplitudes: $F_{N(1)}/5 = 3,07 \text{ tr/min/inc}$ Déphasage: $\varphi = -90^\circ$

Pour $\omega = 2/\tau_F = 2/0,936 = 2,137 \text{ rad/s}$ soit: $F = 0,34 \text{ Hz}$



Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques prédéterminées:

Rapport des valeurs moyennes (Gain statique): $N_0 / C_0 = F_{N(1)} = 1/\mu = 15,34 \text{ tr/min/inc}$

Rapport d'amplitudes: $F_{N(1)}/5 = 3,07 \text{ tr/min/inc}$ Déphasage: $\varphi = -125^\circ$

Type document:	Compte rendu de travaux pratiques
Thème :	Régulation de Vitesse avec correction Intégrale et Zéro numérique (échantillonné)
Configuration système :	Maquette "IAPV-ERD050" + Logiciel D_IAPV
Référence :	TP4N-RVIZN
Nom de fichier:	TP4N_IAPV_RVIZN_Compte-Rendu

Sommaire:

1	Prédéterminations	2
2	Expérimentations et caractérisation	6
2.1	Etude en régime stationnaire	6
2.2	Etude en régime dynamique	7
2.2.1	Réponse en échelon constant	7
2.2.2	Réponse en rampe	12
2.2.3	Comportement en régime harmonique	13

1 PREDETERMINATIONS

P1. Prédétermination de la réponse du correcteur à action intégrale plus zéro numérique

D'après la fonction de transfert du correcteur:

$$S_{r(z)} (1 - z^{-1}) = (C_0 + C_1 z^{-1}) \varepsilon_{(z)} \rightarrow S_{r(z)} - S_{r(z)} z^{-1} = C_0 \varepsilon_{(z)} + C_1 z^{-1} \varepsilon_{(z)} \rightarrow S_{r(z)} = S_{r(z)} z^{-1} + C_0 \varepsilon_{(z)} + C_1 \varepsilon_{(z)} z^{-1}$$

On en déduit la relation de récurrence (relation entre les différents échantillons en se rappelant que: multiplier par z^{-1} c'est retarder d'une période d'échantillonnage.

$$S_{r_n} = S_{r_{n-1}} + C_0 \varepsilon_n + C_1 \varepsilon_{n-1}$$

où S_{r_n} est le résultat de calcul du correcteur à $t = n.T_e$; ε_n la valeur de l'écart à $t = n.T_e$; ε_{n-1} la valeur de l'écart à $t = (n-1).T_e$ et $S_{r_{n-1}}$ le résultat de calcul le coup d'avant c'est-à-dire à $t = (n-1).T_e$

Application à la réponse à un échelon constant de $A = 50$ inc avec $C_0 = 2$ et $C_1 = -1,5$

$$A \text{ à } t = T_e \quad S_{r_{n-1}} = 0 \text{ et } \varepsilon_n = 50 \rightarrow S_{r_1} = A \cdot C_0 = 100$$

$$\text{Pour tous les échantillons suivants } S_{r_n} = S_{r_{n-1}} + A \cdot (C_0 + C_1) = S_{r_{n-1}} + 25$$

n =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S_{r_n}	100	125	150	175	200	225	250	275	300	350

Globalement $S_{r(t)}$ a l'allure d'une droite $Y = a.X + b$

de coefficient directeur: $a = A \cdot (C_0 + C_1) / T_e$

$$\text{et } b = A \cdot C_0 - A \cdot (C_0 + C_1) = -A \cdot C_1$$

Analogie avec un correcteur à action proportionnelle et intégrale de constante d'intégration T_i , dans le continu:

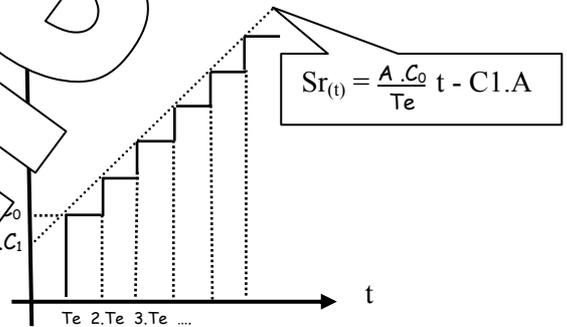
Dans les mêmes conditions d'excitation, la réponse est également une droite de la forme $Y = a.X + b$ de coefficient directeur $a = k.A / T_i$ et de valeur initiale $k.A$

Soit par analogie:

$$C_1 = -k \quad C_0 = k \cdot T_e / T_i$$

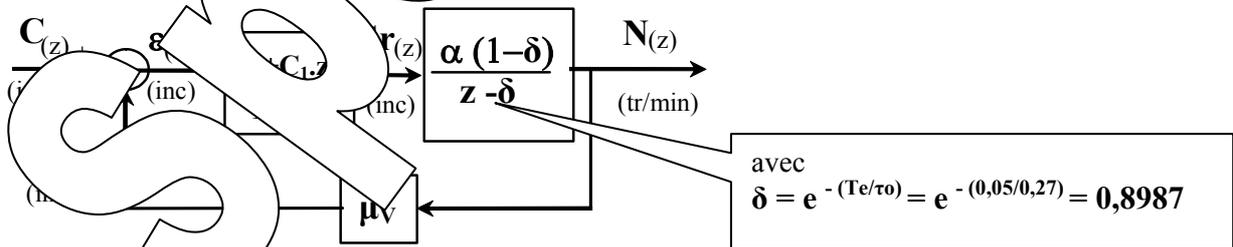
$$\text{Soit: } C_0 - k = k \cdot T_e / T_i \rightarrow C_0 = k \left(\frac{T_e}{T_i} + 1 \right)$$

Il faudra donc choisir:



P2. Détermination des paramètres dans le transfert en boucle fermée:

D'après le TP1 (Réf. 30) mettre le système sous la forme du schéma bloc:



$$F_{N(z)} = \frac{N(z)}{c(z)} = \frac{(C_0 + C_1 z^{-1}) \alpha (1-\delta) z}{(z-1)(z-\delta)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(C_0 + C_1 z^{-1}) \alpha (1-\delta) \mu_v z}{(z-1)(z-\delta)}} = \frac{C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta) (z + C_1/C_0)}{z^2 + (-1-\delta + C_0 \cdot \alpha (1-\delta) \cdot \mu_v) z + \delta + C_1 \cdot \alpha (1-\delta) \mu_v}$$

D'autre part $M(z) = N(z) \mu_v$
Soit les expressions:

$k_{FN} = C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta)$	$k_F = C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta) \cdot \mu_v$	$Z_0 = -C_1/C_0$	$a_1 = -1-\delta + C_0 \cdot \alpha \cdot (1-\delta) \cdot \mu_v$	$a_0 = \delta + C_1 \cdot \alpha \cdot (1-\delta) \mu_v$
--	---	------------------	---	--

P3. Méthode n°1 "Compensation du régime dominant"

- Si on choisit $Z_0 = \delta$, la fonction de transfert en boucle ouverte devient:

$$O_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{\varepsilon_{(z)}} = \frac{C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v (z - Z_0)}{(z-1)(1-\delta)} = \frac{C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v}{(z-1)}$$

et celle en boucle fermée:
$$F_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{C_{(z)}} = \frac{\frac{C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v}{(z-1)}}{1 + \frac{C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v}{(z-1)}} = \frac{C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v}{z - 1 + C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v}$$

- Si on choisit en plus le pôle de $F_{(z)}$ égal à δ (Réglage n°1-1):

$$1 - C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v = \delta \rightarrow C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v = 1 - \delta \rightarrow C_0 \cdot \alpha \cdot \mu_v = \frac{1 - \delta}{\alpha \cdot \mu_v} = \frac{1}{4,65 \cdot 0,0652} = 3,3$$

$$Z_0 = -\frac{C_1}{C_0} = \delta \rightarrow C_1 = -\delta \cdot C_0 \rightarrow C_1 = \frac{-\delta}{\alpha \cdot \mu_v} = \frac{-0,087}{0,0652} = -1,33$$

- Si on choisit en plus le pôle de $F_{(z)}$ égal à $\delta/1,25$ (Réglage n°1-2):

$$1 - C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v = \delta/1,25 \rightarrow C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v = 1 - \delta/1,25 \rightarrow C_0 \cdot \alpha \cdot \mu_v = \frac{1 - \delta/1,25}{\alpha(1-\delta)\mu_v} \rightarrow C_0 = 9,15$$

$$Z_0 = -\frac{C_1}{C_0} = \delta \rightarrow C_1 = -\delta \cdot C_0 = -0,22$$

- Comportement statique:

La présence de l'intégration (pôle à l'origine dans la FTBO) entraîne une erreur statique nulle. Pour une consigne constante la mesure rejoint la consigne et la sortie vitesse rejoint C/μ_v .

- Comportement en régime dynamique:

Pour le premier choix (Réglage n°1.1): Le pôle en boucle fermée est le même que celui qui a été obtenu en boucle ouverte. Il correspond donc à la même constante de temps. La réponse à un échelon constant sera celle d'un système du premier ordre de constante de temps $\tau_F = \tau_0 = 0,468s$, donc un temps de réponse à 5% de l'ordre de 1,4s.

Pour le deuxième choix (Réglage n°1.2): Le pôle en boucle fermée correspond à une constante de temps

$$\tau_F = \frac{Te}{-\ln(\sigma)} = \frac{0,05}{-\ln(0,719)} = 0,15s$$

Le réponse à un échelon constant sera celle d'un système du premier ordre de constante de temps $\tau_F = 0,15s$, donc un temps de réponse à 5% de l'ordre $3 \cdot \tau_F = 3 \cdot 0,15 = 0,45s$.

- Vérification de la stabilité

Il faut que le pôle en boucle fermée ait un module inférieur à 1 soit $-1 < 1 - C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v < 1$

$$1 - C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v < 1 \rightarrow C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v > 0 \rightarrow C_0 > 0$$

$$1 < 1 - C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v \rightarrow C_0 \cdot \alpha(1-\delta)\mu_v < 2 \rightarrow C_0 < 2/\alpha(1-\delta)\mu_v$$

Soit en définitive: $0 < C < 65$

P4. Méthode n°2 Pour satisfaire une marge de stabilité imposée

- Le zéro numérique peut se mettre sous la forme: $C_0 + C_1.z^{-1} = C_0(1 + (C_1/C_0).z^{-1})$ soit $A = -\frac{C_1}{C_0}$

- En régime harmonique, dans le domaine continu, on fait $p = j\omega$ dans les fonctions de transfert.

Or $z = e^{T_e.p}$ ce qui donne en régime harmonique: $e^{T_e.j\omega} = e^{j\omega.T_e}$ si $\omega.T_e = \theta_n$

$$z \rightarrow e^{j\theta_n} = \cos(\theta_n) + j.\sin(\theta_n) \quad \text{et} \quad z^{-1} \rightarrow e^{-j\theta_n} = \cos(\theta_n) - j.\sin(\theta_n)$$

Soit pour le zéro numérique: $1 - A.z^{-1} \rightarrow 1 - A(\cos\theta_n - j.\sin\theta_n) = (1 - A.\cos\theta_n) - j.\sin\theta_n$

Soit la contribution au module: $\|zéro\| = \sqrt{(1 - A.\cos\theta_n)^2 + (\sin\theta_n)^2}$

et la contribution en argument: $Arg(zéro) = ATAN\left[\frac{\sin\theta_n}{1 - A.\cos\theta_n}\right]$

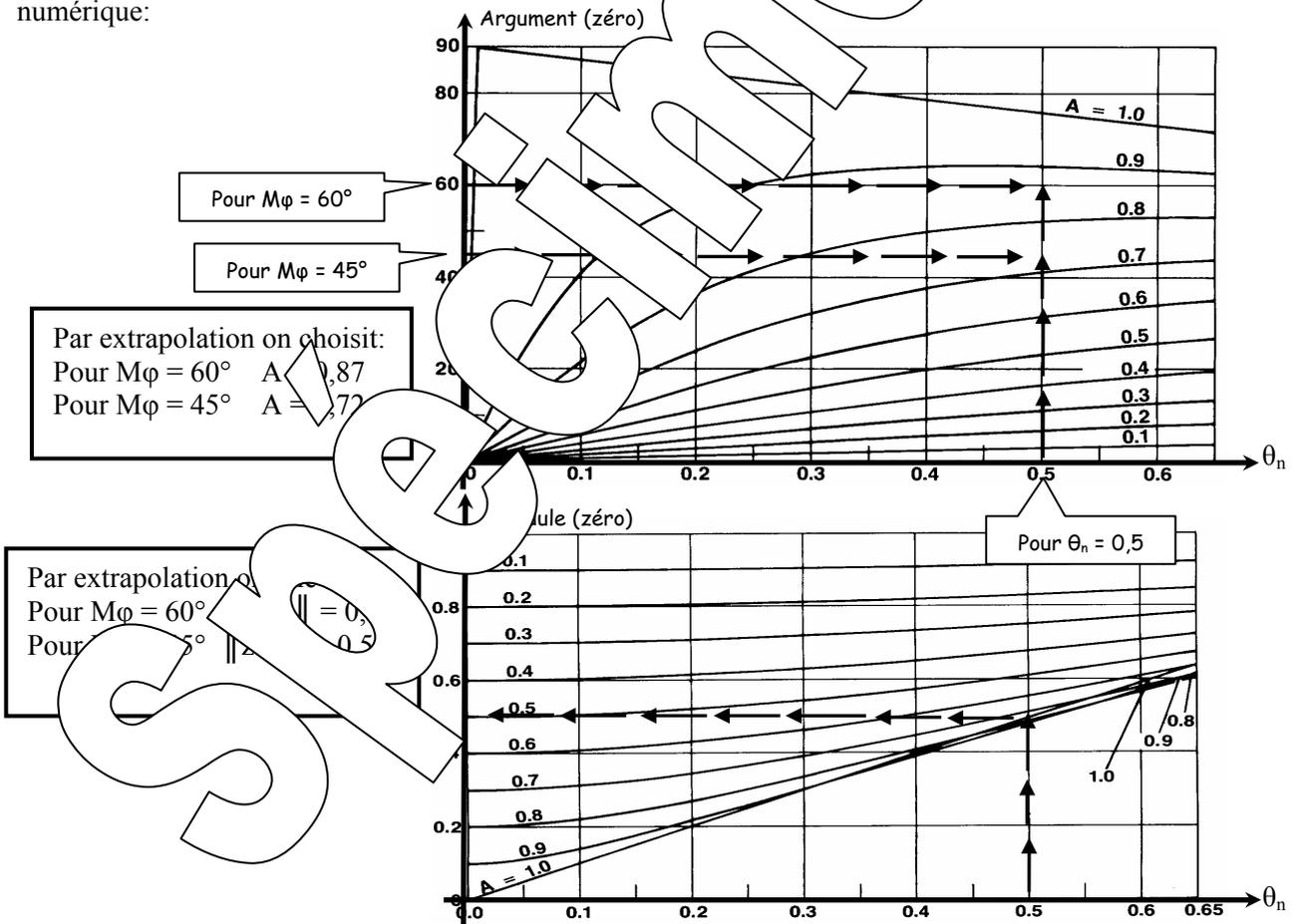
- Pour des valeurs de A comprise entre 0 et 1, et des valeurs de θ_n comprises entre 0 et 0,7 l'argument est positif. C'est en fait une correction à avance de phase (équivalente à une dérivateur).

- Choix des coefficients C_0 et C_1

Ce choix se fait à partir de la recherche de la juste instabilité au TP "RVIN". On a obtenu $C_{0\text{critique}} = 8,1$ et $T_{osc} = 0,612$ s soit $\omega_{osc} = 10,26$ rad/s

La contribution en module et argument du zéro numérique se fait pour $\theta_n = \omega_{osc}.T_e = 0,5$ rad

Le choix du coefficient A se fait en fonction de la marge de phase à créer le "zéro" numérique:



Le lieu de transfert du système corrigé et réglé devant passer au niveau 0 dB à la pulsation $\omega_1 = \omega_{1osc}$, on a la relation:

$$C_0 \cdot \|zéro(\omega_{osc})\| \cdot \|Processus RVIN(\omega_{osc})\| = 1$$

Or, pour la juste instabilité obtenue dans le TP "RVIN", on a la relation:

$$C_{0\text{critique}} \cdot \|Processus RVIN(\omega_{osc})\| = 1 \rightarrow \|Processus RVIN(\omega_{osc})\| = 1/C_{0\text{critique}}$$

D'où l'expression de C_0 $C_0 = \frac{C_{0critique}}{\|zéro\|}$

Pour $M\phi = 45^\circ$ Réglage n°2.1 $C_0 = \frac{8,1}{0,5} = 16,2 \rightarrow C_1 = -A.C_0 = -0,72 \times 16,2 = -11,7$

Pour $M\phi = 60^\circ$ Réglage n°2.2 $C_0 = \frac{8,1}{0,5} = 16,2 \rightarrow C_1 = -A.C_0 = -0,87 \times 16,2 = -14,1$

P5. Bande proportionnelle du régulateur

Il faut la sortie du régulateur ne dépasse les limites $-1024inc \leq Sr \leq +1023inc$

En régime statique, cela impose une plage de vitesse $-1024.\alpha \leq N \leq +1023.\alpha$

soit $-4760 tr/min \leq N \leq +4760 tr/min$

et une plage de mesure $-1024.\alpha.\mu \leq M \leq +1023.\alpha.\mu$ $-310inc \leq M \leq +310inc$

La présence de l'action intégrale imposant une erreur statique nulle, $\epsilon_{stat} = 0$ on en déduit les limites de la consigne numérique de vitesse: $-310inc \leq C \leq +310inc$

En régime transitoire, pour une réponse à un échelon constant partant de 0, la valeur de l'échelon de consigne ne devra pas dépasser $A = 1023/C_0$ car le résultat du calcul vaut $A.C_0$

Pour réglage n°1.1: $A_{MAX} = 1023/3,3 = 310$

Pour réglage n°1.2: $A_{MAX} = 1023/9,15 = 112$

Pour les réglages n°2: $A_{MAX} = 1023/16,2 = 63$

P6. Réponse à une rampe, détermination de l'erreur de réglage:

Dans ce cas, le système est excité par une rampe de vitesse V tel que

$\epsilon(z) = V \cdot z$ soit par la transformation en 'z' $C_{(z)} = \frac{V \cdot Te \cdot z}{(z-1)^2}$

Si on exprime la transformée de l'erreur de réglage $\epsilon(z) = M(z) - O(z) = C(z) \cdot O(z) \rightarrow \epsilon(z) = \frac{C(z)}{1+O(z)}$

Avec $O(z) = \frac{M(z)}{\epsilon(z)} = \frac{C_0 \mu_v (z - Z_0)}{(z-1)(z-\delta)}$

Par définition, l'erreur de réglage $\epsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t)$

D'après le théorème de la valeur finale: $\epsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \epsilon(z) \right) = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \epsilon(z) \right)$

$\epsilon_T = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \frac{V \cdot Te \cdot z}{(z-1)^2} \frac{1}{\frac{C_0 (z - Z_0) \alpha (1 - \delta) \mu_v}{(z-1)(z-\delta)}} \right)$

Si on fait le calcul on obtient:

$\epsilon_T = \frac{V \cdot Te}{C_0 (1 + \frac{C_1}{C_0}) \alpha \cdot \mu_v}$

Application numérique:

Pour le réglage n°1.1 $C_0 = 3,3$; $C_1 = -2,96$; $Te = 0,05s$; $TeV = 0,01s$ soit $\mu_v = 0,0652 inc/tr/min$;

Pour obtenir une accélération de $5 tr/s^2$, soit $300 tr/min/s$, la consigne vitesse en 'inc' doit augmenter de $300.\mu_v = 20 inc$ en 1 s soit: $V = 20 inc/S$

$\epsilon_T = \frac{V \cdot Te}{C_0 (1 + \frac{C_1}{C_0}) \alpha \cdot \mu_v} = \frac{20 \cdot 0,05}{3,3 (1 - \frac{2,96}{3,3}) 4,65 \cdot 0,0652} = 10inc$

2 EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

2.1 Etude en régime statique

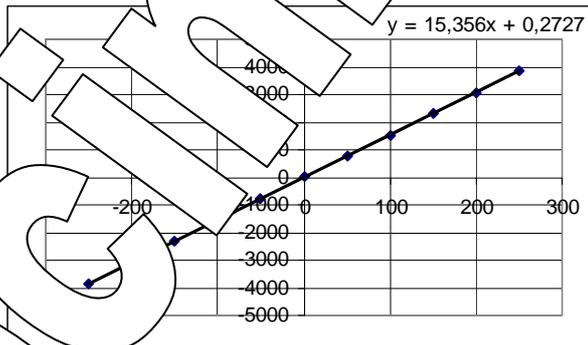
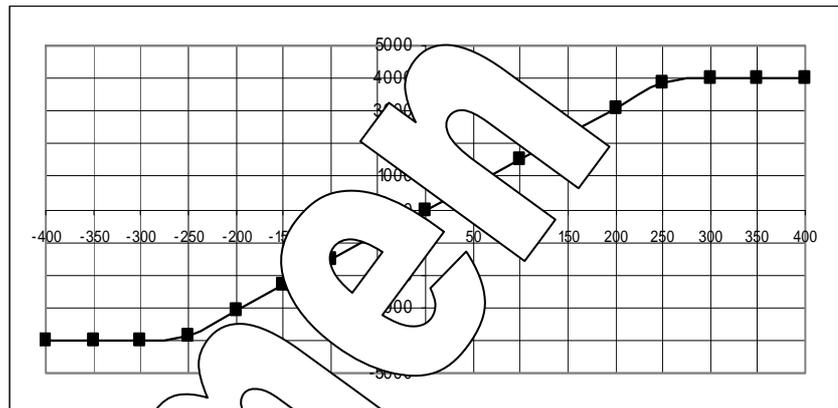
E1. Relevé des caractéristiques transfert statiques: $M = fn(C)$; $N = fn(C)$ et $\varepsilon = fn(C)$

Tableau de mesure avec C, M et ε (en inc) et N en tr/min:

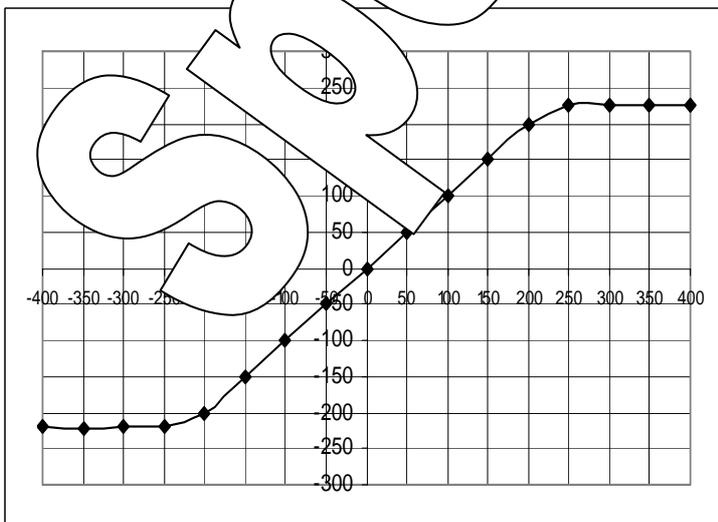
C	M	N	$\varepsilon = C-M$
-400	-220	-1360	-180
-350	-221	-1361	-129
-300	-220	-1359	-80
-250	-220	-1360	-30
-200	-200	-1227	0
-150	-150	-922	0
-100	-100	-614	0
-50	-50	-307	0
0	0	0	0
50	50	307	0
100	100	599,9	0
150	150	899,8	0
200	200	1200	0
250	225	1380	25
300	226	1382	74
350	225	1380	125
400	226	1380	174

E2. Tracé des caractéristiques de transfert statiques:

→ Vitesse fonction de la consigne $N = fn(C)$



→ Mesure Vitesse fonction de la consigne $M = fn(C)$



Coefficients de transfert statiques:

$$F_{N(1)} = \frac{N}{C} \approx 15,35$$

Ce résultat est à comparer avec la valeur prédéterminée: $1/\mu_v = 15$, tr/min/inc

$$F_{(1)} = \frac{M}{C} = 15,34$$

La bande proportionnelle est limitée à la plage de consigne allant de -220 inc à +220 inc, ce qui correspond à une plage de vitesse +/- 1300 tr/min environ (valeur de saturation de la vitesse déjà obtenue en boucle ouverte).

E2. (suite) Caractéristique de précision statique:

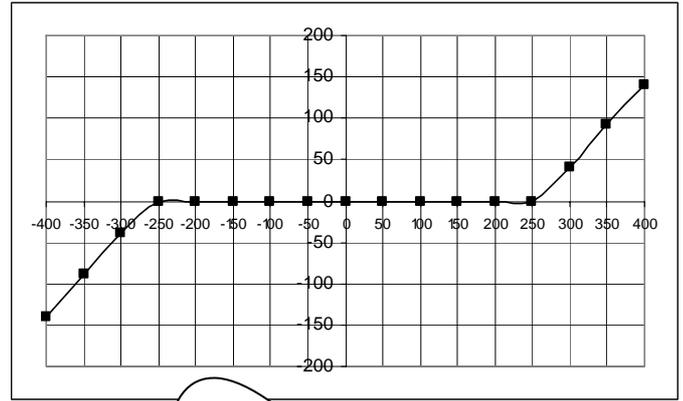
$\epsilon = f_n(C):$

Coefficients de transfert de précision statique:

$$K_\epsilon = -\frac{\epsilon}{C} \approx 0$$

Ce résultat est à comparer avec la valeur prédéterminée: **0**

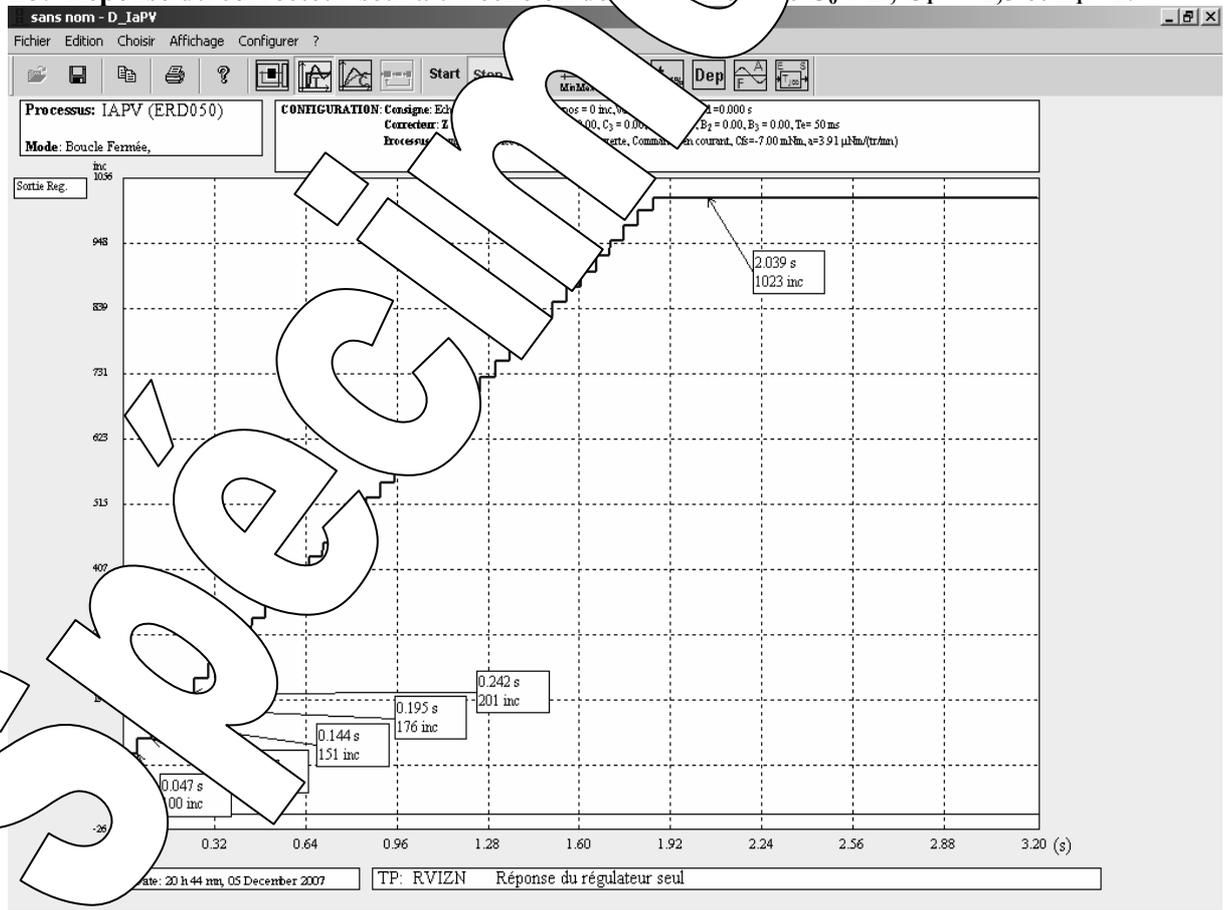
Lorsque la vitesse a atteint sa valeur de saturation, l'augmentation de l'écart est égale à l'augmentation de la consigne.



2.2 Etude en régime dynamique

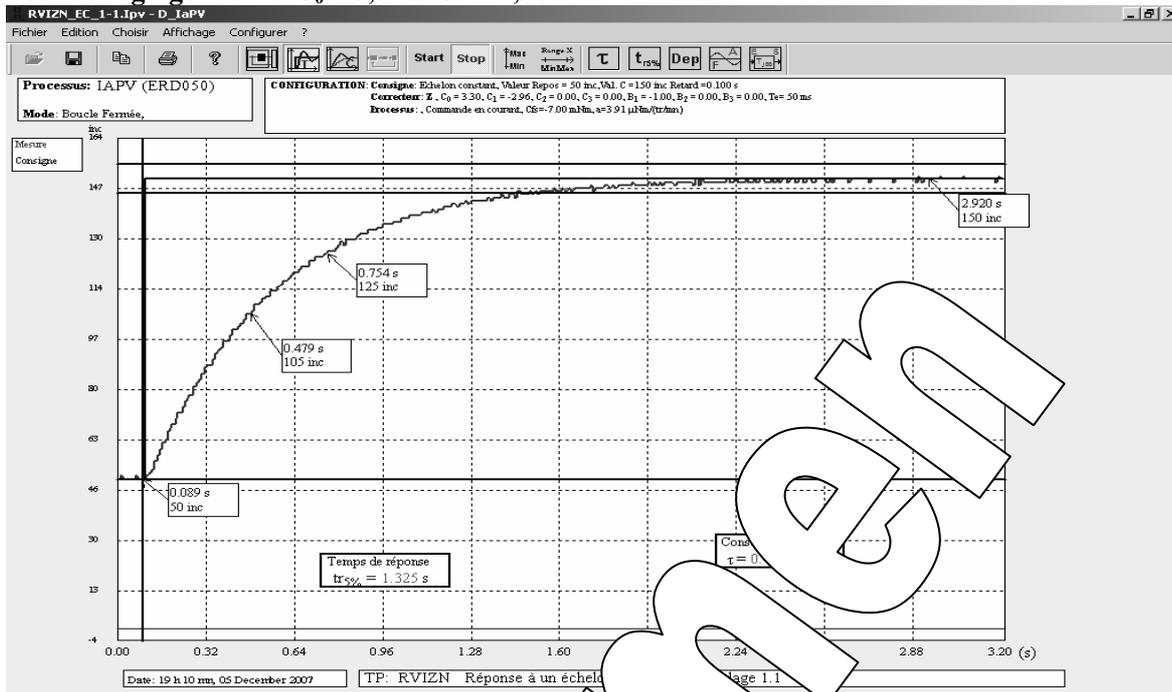
2.2.1 Réponse à un échelon constant

E3. Réponse du correcteur seul à un échelon de consigne de C₀ = 2, C₁ = -1,5 et B₁ = -1:



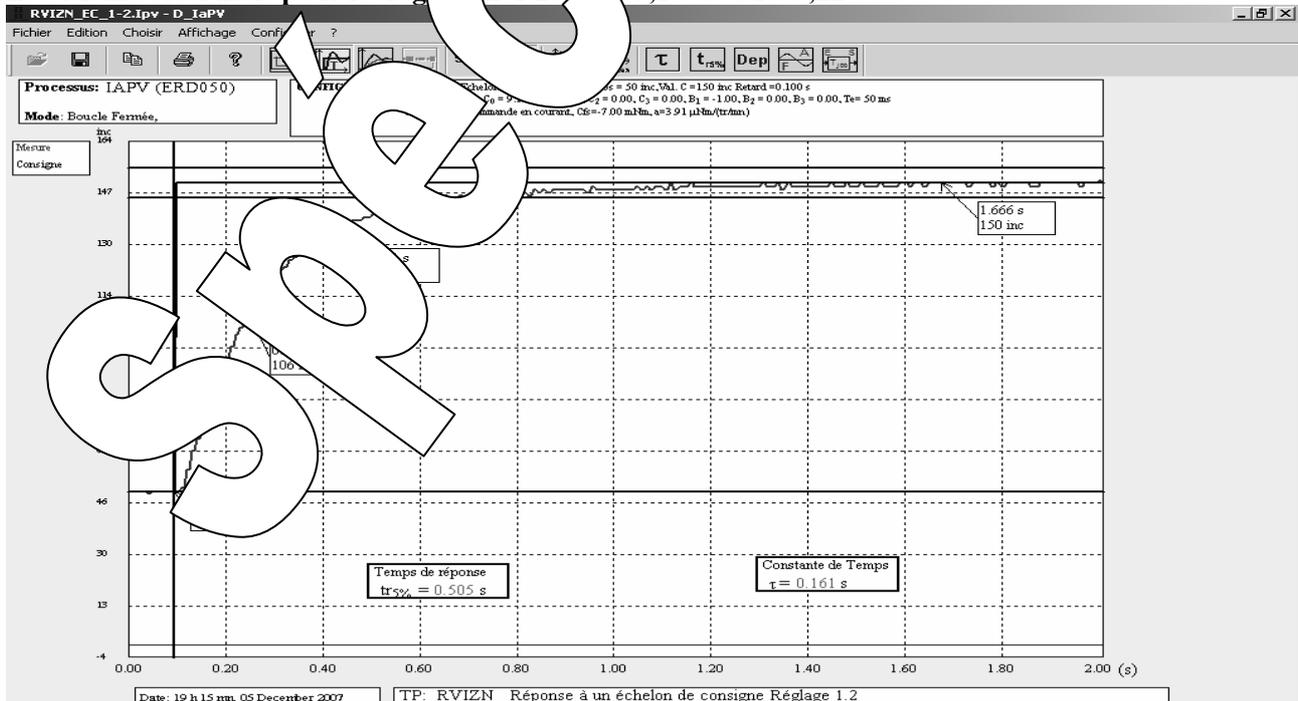
On vérifie les valeurs prédéterminées, soit un échelon initial de 100 inc puis une augmentation de 50 inc à chaque période d'échantillonnage (Te = 50 mS)

E4. Relevé de l'évolution au cours du temps de la vitesse $M = f_n(t)$ suite à une excitation en échelon constant de 50inc (valeur de repos) à 150 inc, soit une variation de 100inc
Pour le réglage n°1.1: $C_0 = 3,3$ et $C1 = -2,96$



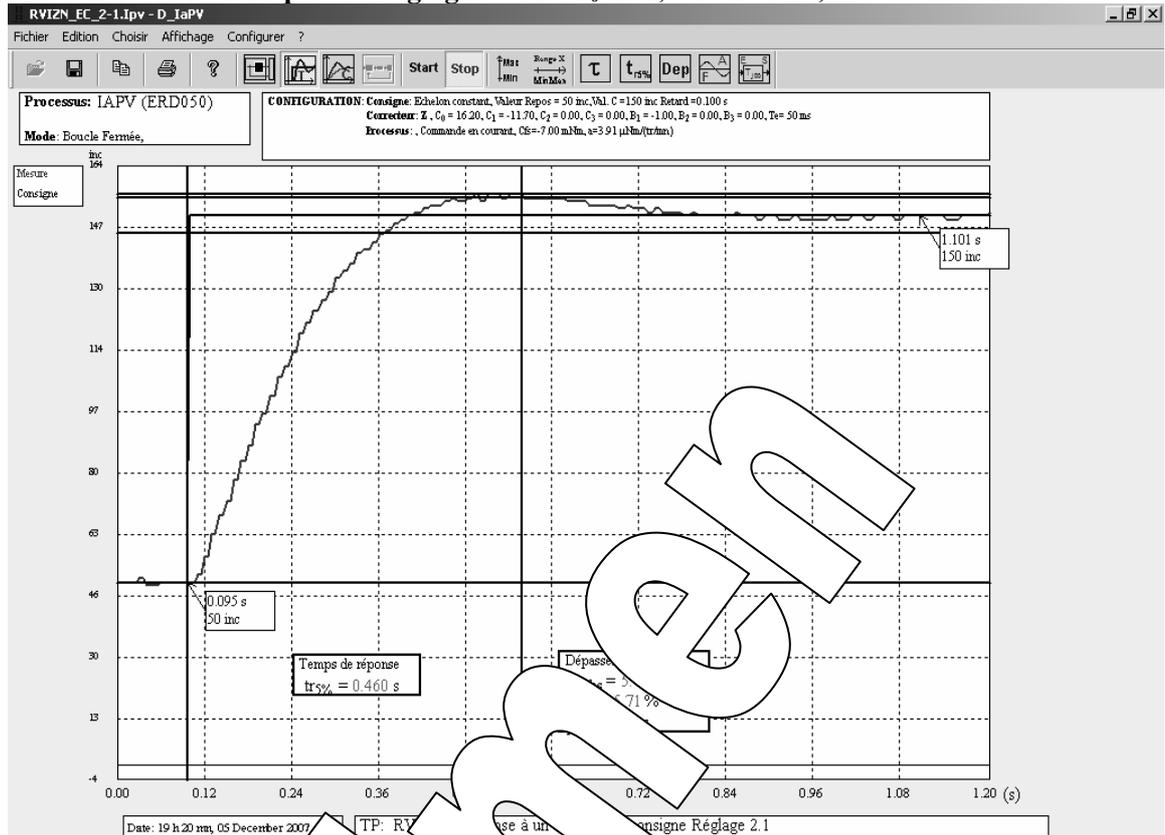
On vérifie que le gain statique est égal à $M_{(\infty)} \rightarrow C$ en régime final)
 On vérifie que pour ce réglage on obtient un système du premier ordre avec une constante de temps $\tau_F = \tau_0 = 0,161$ s (valeur prédéterminée)
 On vérifie que le temps de réponse à 5% ($tr_{5\%} = 0,505$ s) est proche de $3 \cdot \tau_F = 3 \cdot 0,161 = 0,483$ s

E5. Même essai mais pour le réglage n°1.2: $C_0 = 9,15$ et $C1 = -8,22$

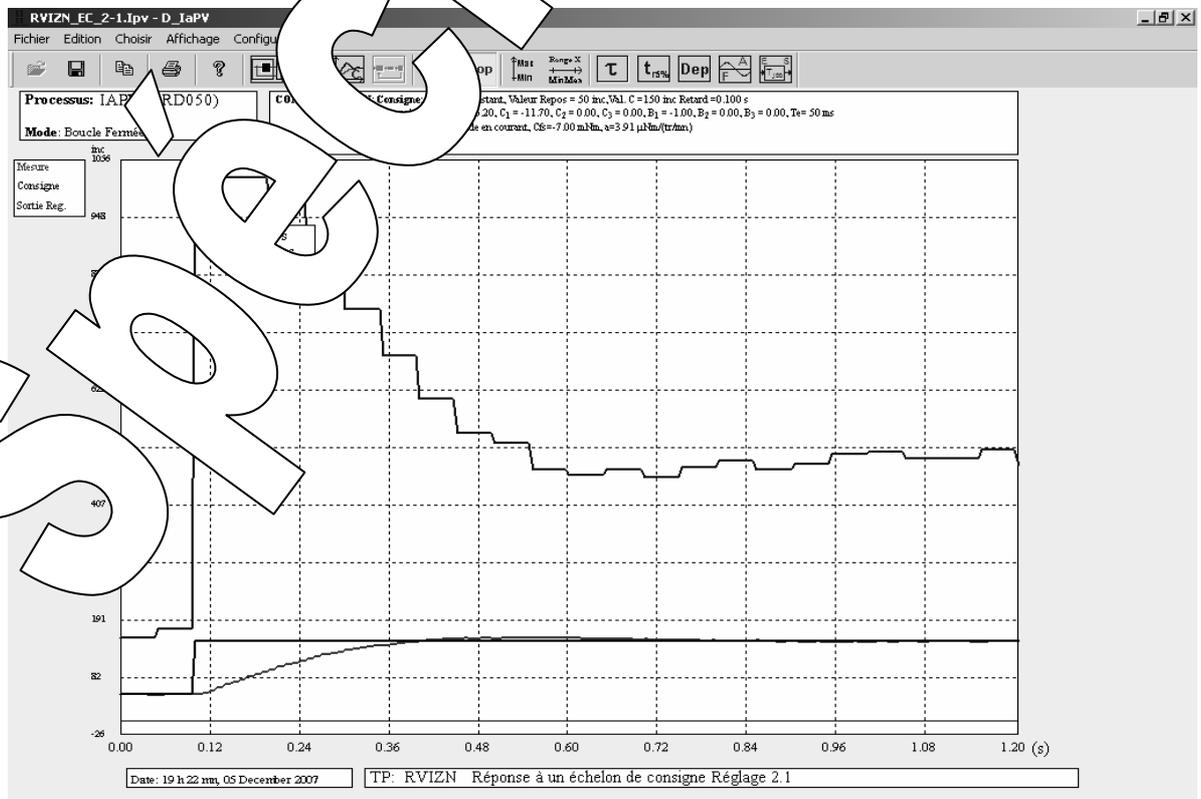


On vérifie que le gain statique est égal à 1: ($M_{(\infty)} \rightarrow C$ en régime final)
 On vérifie que pour ce réglage on obtient un système du premier ordre avec une constante de temps $\tau_F = 0,16$ s qui est à comparer avec la valeur prédéterminée 0,15s.
 On vérifie que le temps de réponse à 5% ($tr_{5\%} = 0,5$ s) est proche de $3 \cdot \tau_F = 3 \cdot 0,16 = 0,48$ s

E6. Même essai mais pour le réglage n°2.1: $C_0 = 16,2$ et $C1 = -11,7$

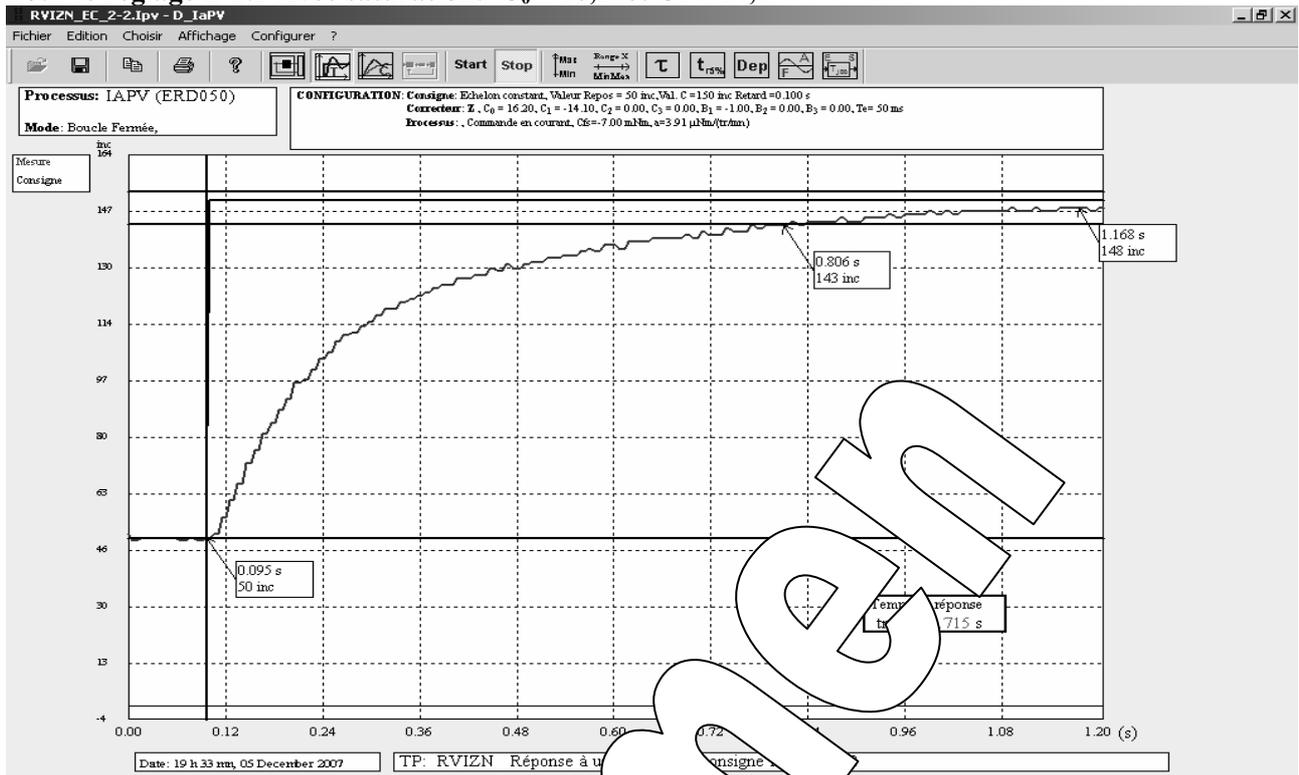


On vérifie que le gain statique est égal (à $\frac{150}{147}$) en régime final)
 On obtient un temps de réponse ($t_{r5\%}$) inférieur à ceux obtenus avec les réglages 1
 Mais les conditions d'essai entraînent une saturation de la sortie du régulateur



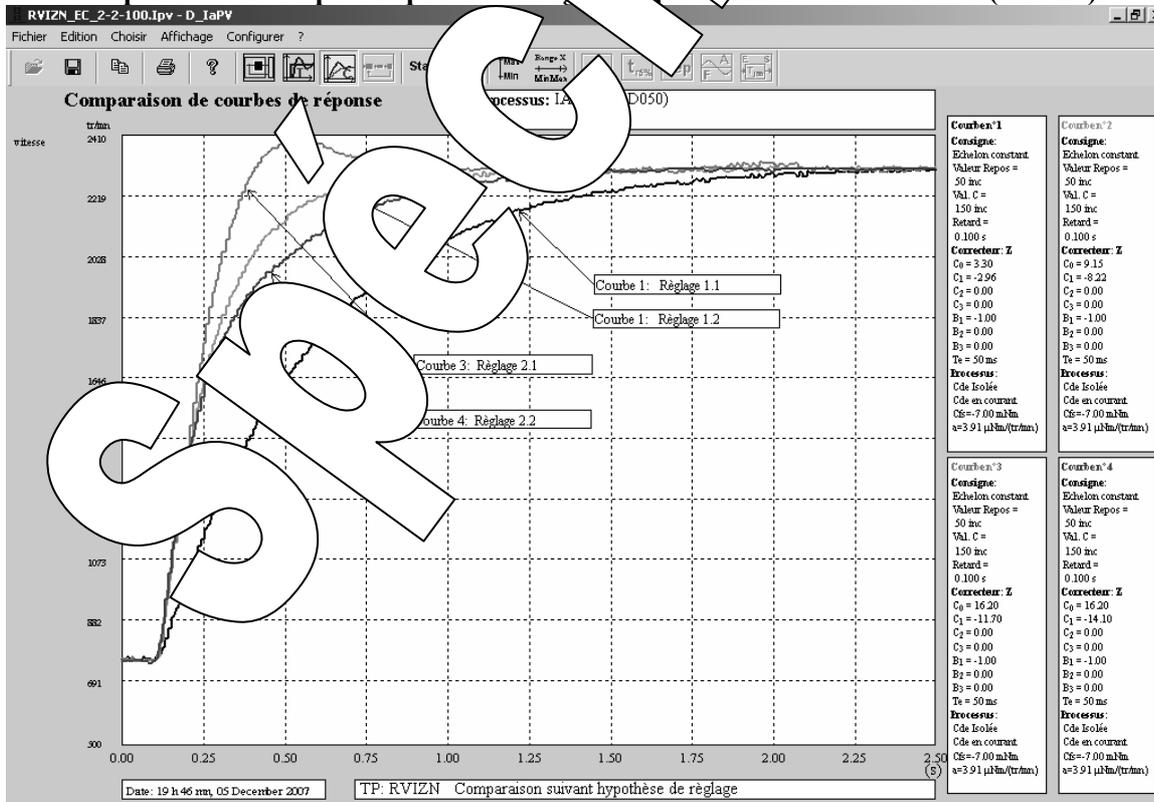
On constate que la sortie du régulateur est saturée pendant plusieurs périodes d'échantillonnages.

Pour le réglage n°2.2 Avec saturation: $C_0 = 16,2$ et $C1 = -14,1$



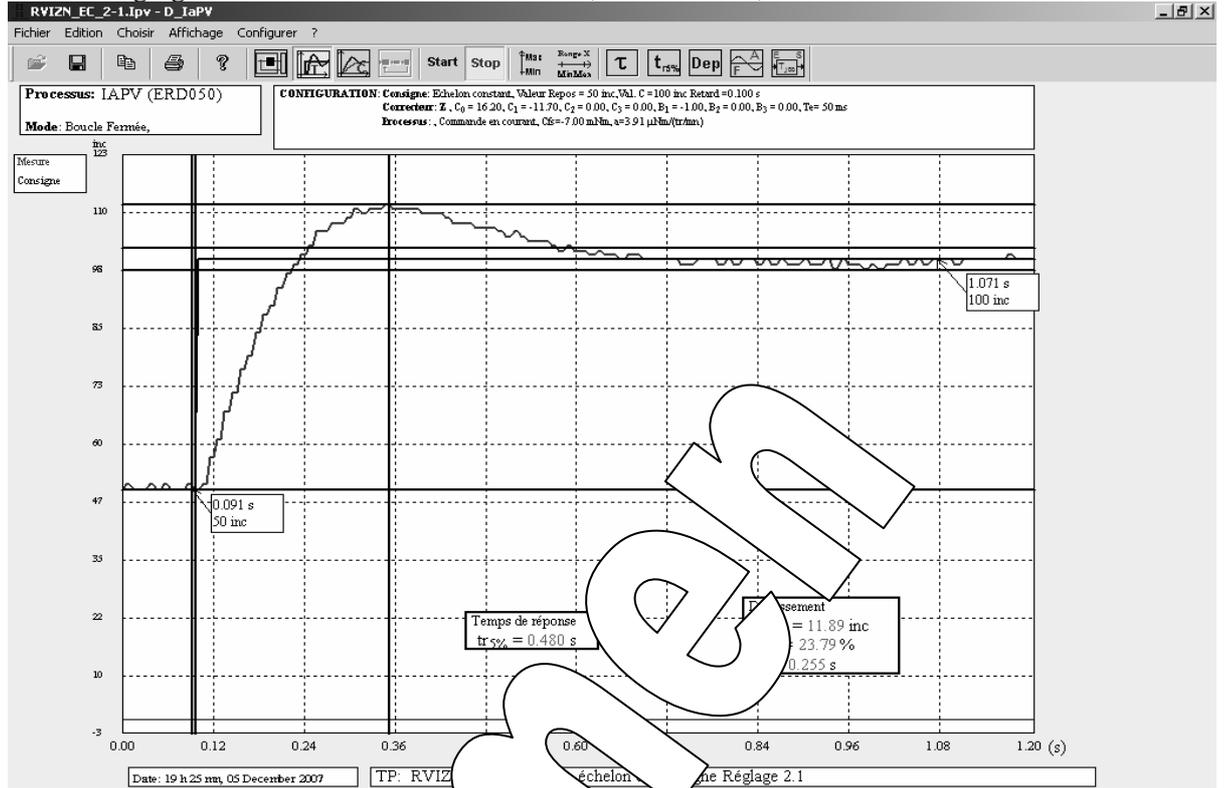
On constate une forte déformation du signal due à la saturation du régulateur. Ce réglage conduit à une augmentation du temps de réponse par rapport au réglage 2.1

E7. Comparaison des réponses pour les 4 réglages pour une même excitation (100 inc)



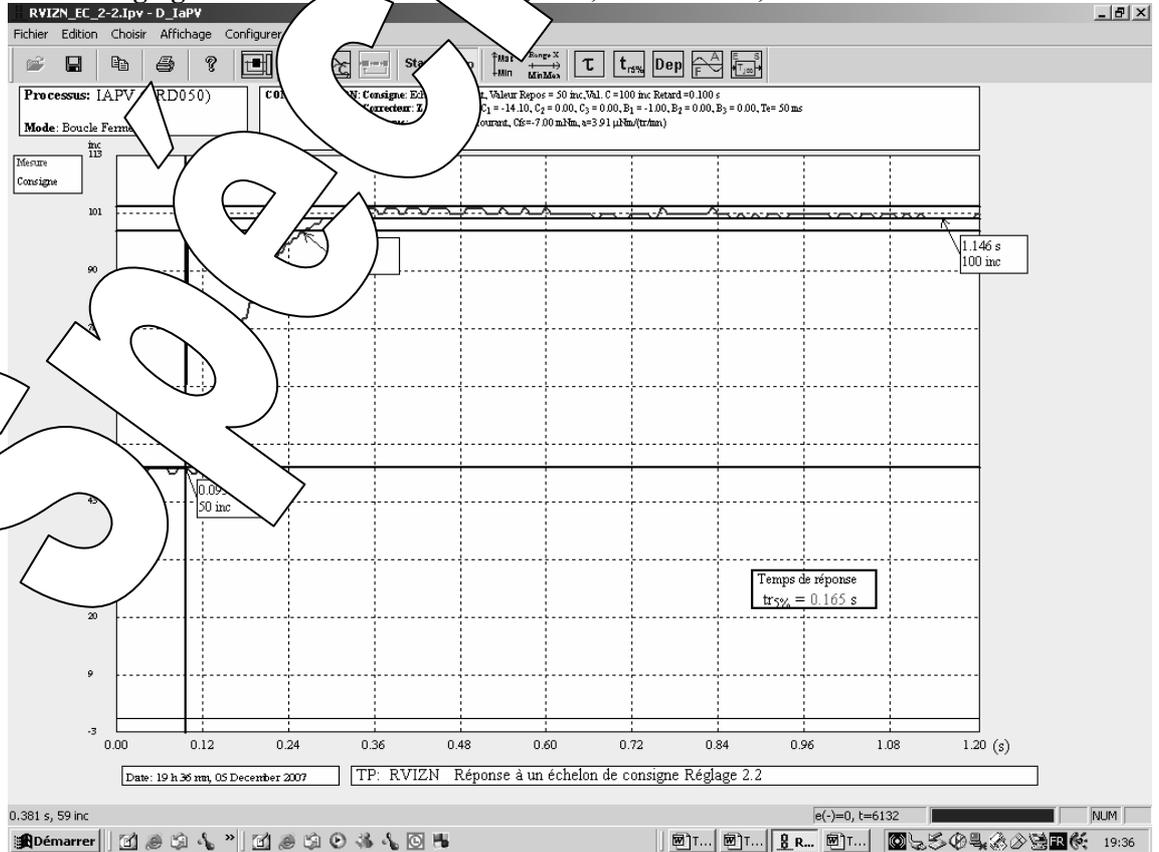
On constate que le réglage 1.2 donne le meilleur temps de réponse mais cela est dû aux saturations du régulateur qui interviennent dans les essais 2.

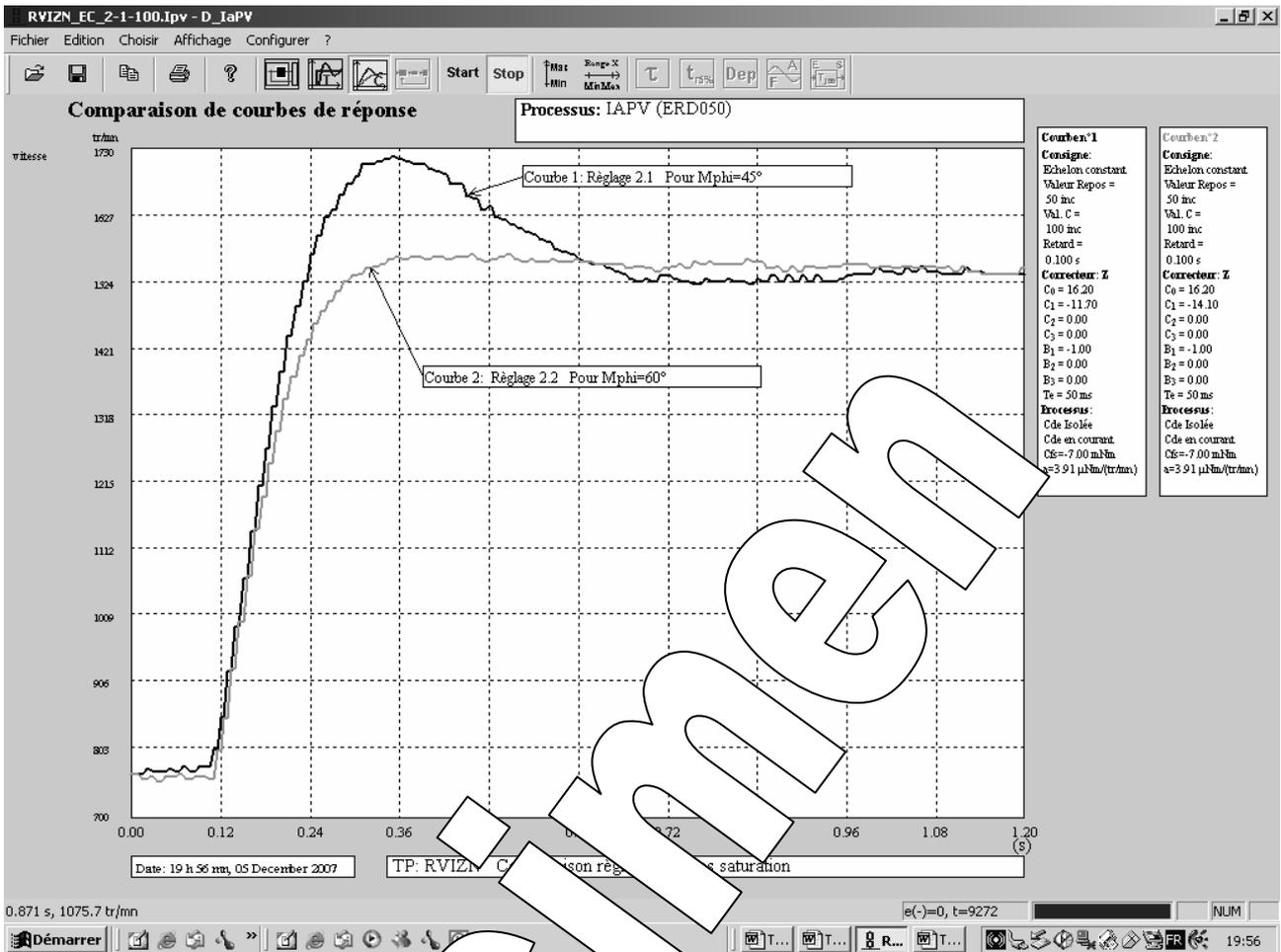
Pour le réglage n°2.1 sans saturation: $C_0 = 16,2$ et $C1 = -11,7$



Si on diminue l'amplitude de l'échelon de consigne dans le domaine non saturé (sortie régulateur ne sature plus), le dépassement relatif diminue. Il est conforme à la valeur usuelle obtenue pour un système dont la marge de phase est de 55° , c'est-à-dire de l'ordre de 15 à 20%.

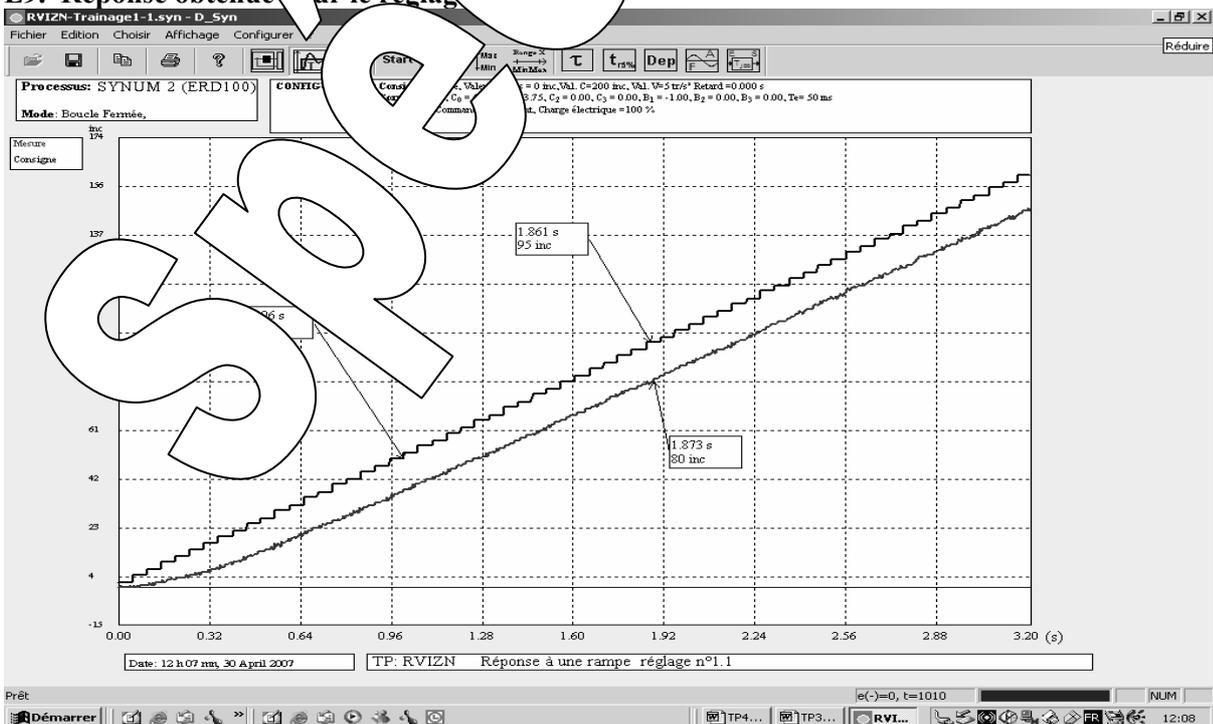
Pour le réglage n°2.2 sans saturation: $C_0 = 16,2$ et $C1 = -14,1$





2.2.2 Réponse à une rampe

E9. Réponse obtenue sur le réglage

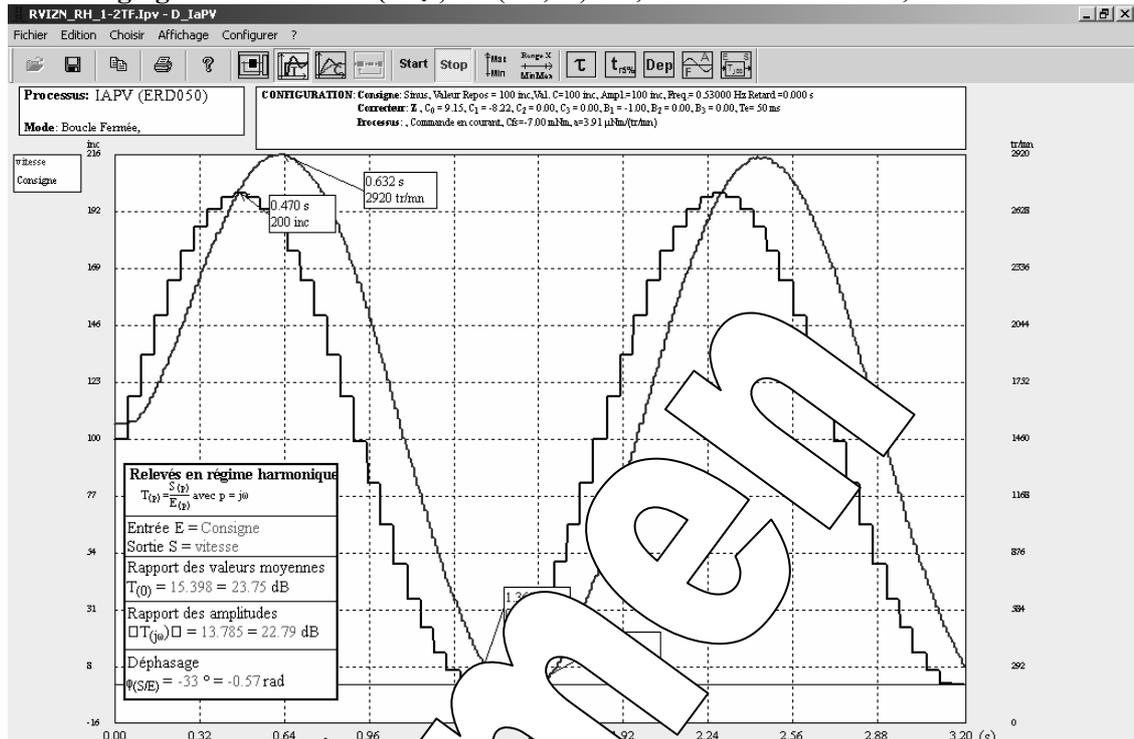


On vérifie la pente: augmentation de 50 inc en 1s soit $V = 50$ inc
 On vérifie l'erreur de traînage $95-80 = 15$ inc (qui correspond à la valeur prédéterminée)

2.2.3 Comportement en régime harmonique

E10. Etude partielle en régime harmonique

Pour réglage 1.1 et $\omega = 1/(2 \cdot \tau_F) = 1/(2 \cdot 0,15) = 3,33 \text{ rad/s}$ soit $F = 0,53 \text{ Hz}$

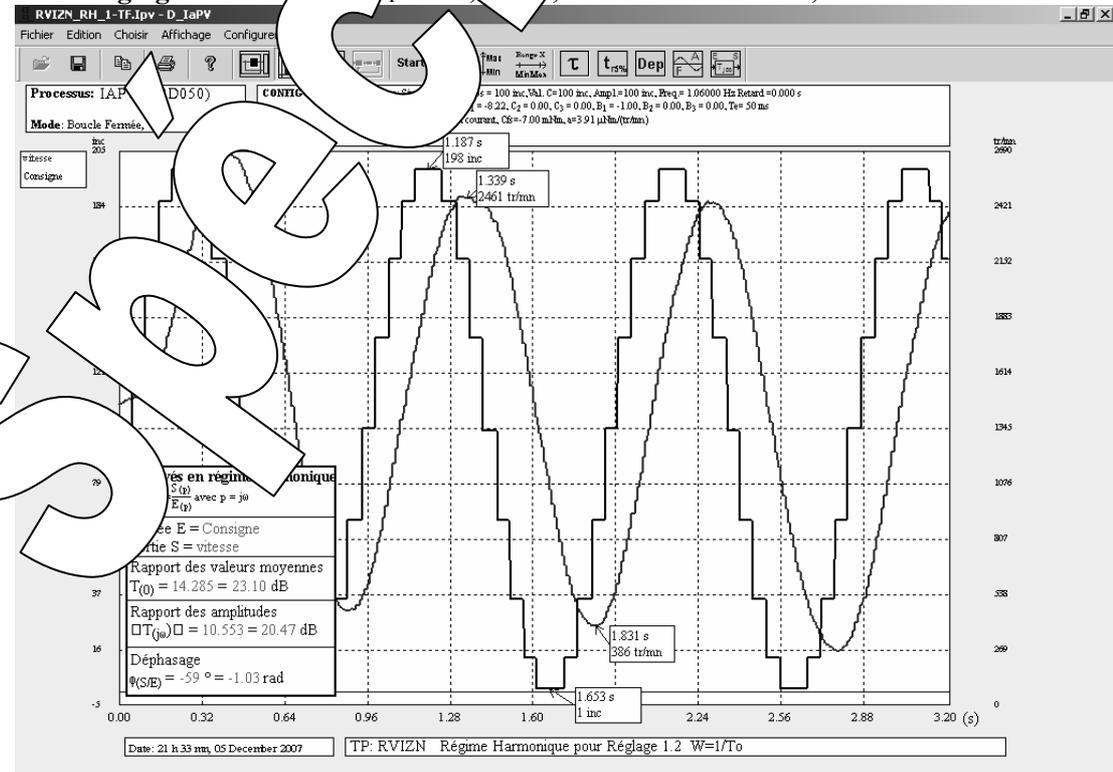


Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques prédéterminées:

Rapport des valeurs moyennes (Gain statique): $N_0 / C_0 = F_{N(1)} = 1/\mu = 15,34 \text{ tr/min/inc}$

Rapport d'amplitudes: $F_{N(1)}/\sqrt{2} = 10,8 \text{ tr/min/inc}$ Déphasage: $\varphi = -26,5^\circ$

Pour réglage 1.1 et $\omega = 1/0,15 = 6,66 \text{ rad/s}$ soit $F = 1,06 \text{ Hz}$

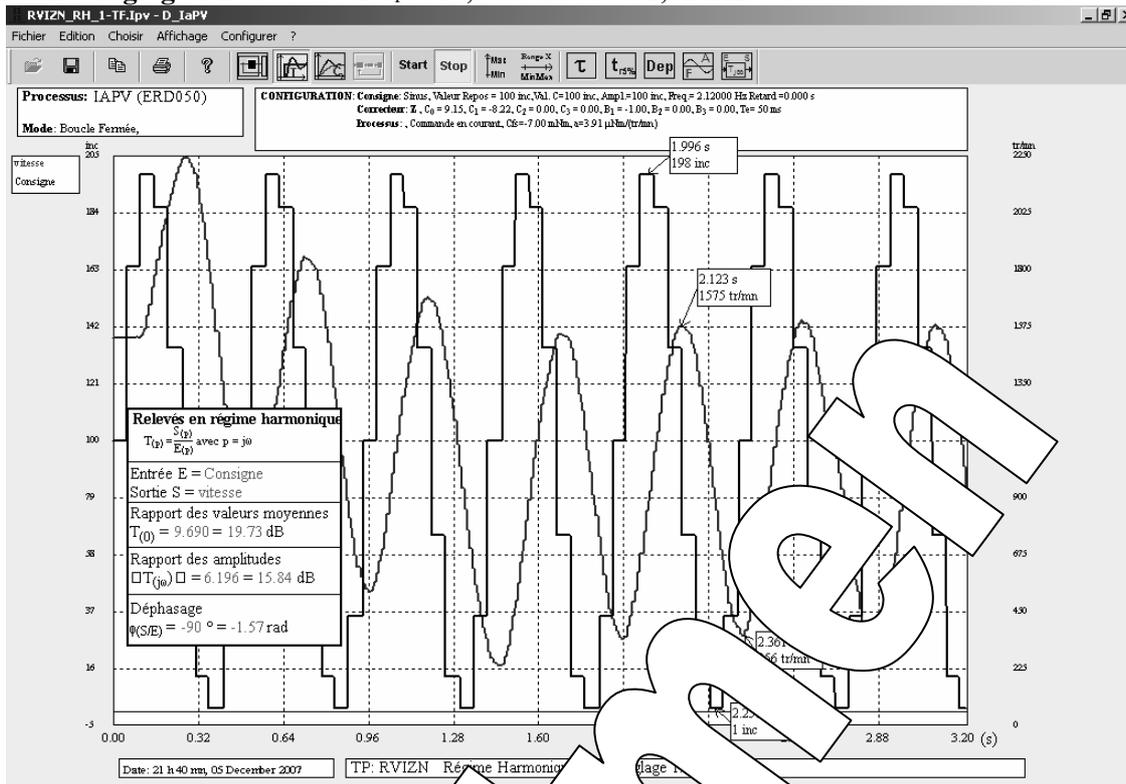


Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques prédéterminées:

Rapport des valeurs moyennes (Gain statique): $N_0 / C_0 = F_{N(1)} = 1/\mu = 15,34 \text{ tr/min/inc}$

Rapport d'amplitudes: $F_{N(1)}/\sqrt{2} = 10,8 \text{ tr/min/inc}$ Déphasage: $\varphi = -45^\circ$

Pour réglage 1.1 et $\omega = 2/\tau_F = 13,3 \text{ rad/s}$ $F = 2,12 \text{ Hz}$

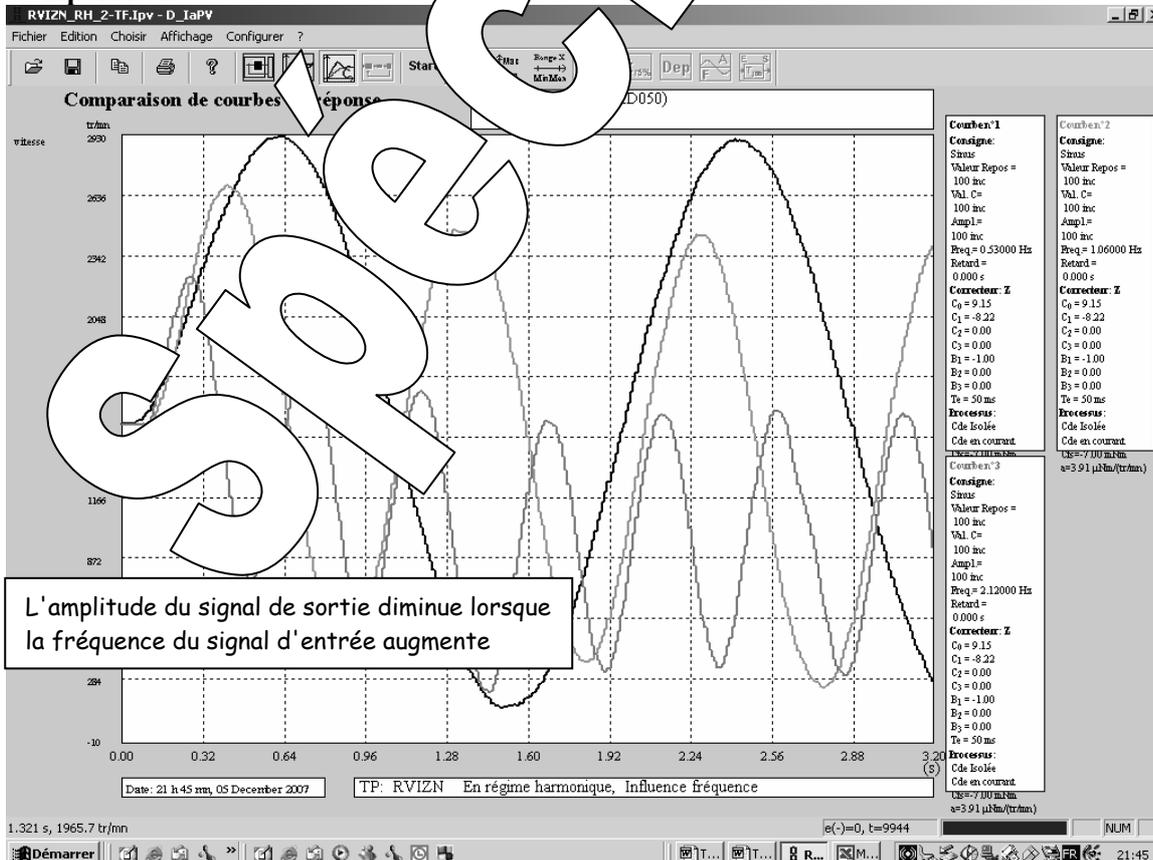


Résultats de mesure à comparer avec les valeurs théoriques précédemment déterminées:

Rapport des valeurs moyennes (Gain statique) : $N_0/\mu = 1/\mu = 15,34 \text{ tr/min/inc}$

Rapport d'amplitudes : $F_{N(1)}/\sqrt{5} = 6,86 \text{ tr/min}$ Déphasage : $\varphi = -63,5^\circ$

Comparaison:



Type document :	Compte rendu de travaux pratiques
Thème :	Régulation de Position avec correction Proportionnelle dans le domaine Numérique (échantillonné)
Configuration système :	Maquette "IAPV-ERD050" + Logiciel D_IAPV
Référence :	TP5N-RPPN
Nom de fichier :	TP5N_IAPV_RPPN_Compte-Rendu

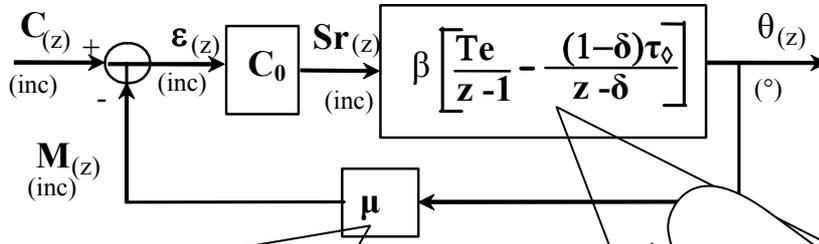
Sommaire:

1	Prédéterminations	2
2	Expérimentations et exploitation	8
2.1	Etude en régime statique	8
2.2	Etude en régime dynamique	10
2.2.1	Réponse à une excitation en échelon constant	10
2.2.2	Réponse à une excitation ramp	12

1 PREDETERMINATIONS

P1. Détermination la fonction de transfert en boucle fermée:

D'après les prédéterminations et expérimentations du TP1 (Réf: TP1N_BON) on peut mettre le système sous la forme du schéma bloc:



d'après: TP1-CP: $\mu = 500/360 = 0,278 \text{ inc}/^\circ$

d'après TP1N-BON: $\alpha = 4,65 \text{ tr/min/inc} \rightarrow \beta = 6, \alpha = 27,9; \tau_0 = 0,05 \text{ s} \rightarrow (Te/\tau_0) = e - (0,05/0,468) = 0,8987$

On peut exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte $O(z)$ au même dénominateur:

$$O(z) = \frac{M(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{C_0 \cdot \beta \cdot [Te(z-\delta) - \tau_0(1-\delta)(z-1)] \mu}{(z-1)(z-\delta)}$$

$$O(z) = \frac{M(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{k_o(z-Z_0)}{(z-1)(z-\delta)}$$

Soit: $k_o = C_0 \cdot \beta \cdot \mu [Te - \tau_0(1-\delta)]$ $Z_0 = \frac{\tau_0 \delta - \tau_0(1-\delta)}{Te - \tau_0(1-\delta)} \rightarrow Z_0 = -0,948$

On exprime alors la fonction de transfert en boucle fermée:

$$F(z) = \frac{M(z)}{C(z)} = \frac{k_o(z-Z_0)}{k_o(z-Z_0) + (z-1)(z-\delta)}$$

que l'on demande de mettre la forme:

$$F(z) = \frac{M(z)}{C(z)} = \frac{k_o(z-Z_0)}{z^2 + a_1z + a_0}$$

Soit: $a_1 = k_o - 1 - \delta$

$a_0 = \delta - k_o \cdot Z_0$

Or $M_{(0)} = \dots$ donc $k_o = \frac{k_o}{\mu} = C_0 \cdot \beta \cdot [Te - \tau_0(1-\delta)]$

P2. Valeurs de la fonction de transfert statiques et précision statique:

On fait $z=1$ dans les fonctions de transfert, soit:

$$F_{(1)} = \frac{M}{C} = \frac{k_o(1-Z_0)}{1+k_o-1-\delta+\delta-k_o \cdot Z_0} = \frac{k_o(1-Z_0)}{k_o-k_o \cdot Z_0} = 1 \quad F_{\theta(1)} = \frac{\theta}{C} = \frac{1}{\mu} = 3,6^\circ/\text{inc}$$

L'écart statique a pour expression $\varepsilon_s = C-M$ or $M/C = 1$ donc $M=C \rightarrow \varepsilon_s = 0$

Le système est donc précis statiquement

P3. Etude de la stabilité:

D'après le critère de "JURY" le système aura un comportement stable si trois conditions sont réunies sur le dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée noté $Den_{(z)}$:

$$1/ \quad Den_{(1)} > 0 \rightarrow 1 + (k_o - 1 - \delta) + \delta - k_o \cdot Z_0 = k_o - k_o \cdot Z_0 = k_o(1 - Z_0) > 0 \rightarrow k_o > 0 \rightarrow \boxed{C_o > 0}$$

$$2/ \quad Den_{(-1)} > 0 \rightarrow 1 - (k_o - 1 - \delta) + \delta - k_o \cdot Z_0 = 2(1 + \delta) - k_o - k_o \cdot Z_0 = k_o(-1 - Z_0) + 2(1 + \delta) > 0$$

$$\rightarrow k_o < \frac{2(1 + \delta)}{1 + Z_0} \rightarrow \boxed{k_o < 73}$$

$$3/ \quad \|a_0\| < 1 \rightarrow \delta - k_o \cdot Z_0 < 1 \rightarrow k_o < \frac{1 - \delta}{-Z_0} \rightarrow \boxed{k_o < 0,107} \rightarrow \boxed{C_o < 5,3}$$

Soit en définitive: $\boxed{0 < C_o < 5,3}$ soit la valeur critique de

P4. Réponse à un échelon constant pour C**P4. a Détermination des pôles de $F_{(z)}$**

Pour cette valeur de C_0 on obtient les valeurs $p_1 = -0,9393$ et $p_2 = -1,8786$ et $a_0 = 0,9177$

Soit la fonction de transfert en boucle fermée $F_{(z)} = C_{(z)} = \frac{0,0201(z + 0,948)}{z^2 - 1,8786z + 0,9177}$

On en déduit les pôles $P_1 = 0,9393 + j0,1882$ et $P_1^* = 0,9393 - j0,1882$

On vérifie que $F_{(1)} = 1$

P4. b Prédétermination des caractéristiques de la réponse par les abaques fournis

On exploite l'abaque des temps de montée à amortissement constant et on relève (voir pages suivantes):

$$\theta_0 = -15^\circ \quad \text{et} \quad \theta_0 = -11^\circ$$

On exploite l'abaque des dépassements relatifs et on relève (voir pages suivantes): $\boxed{D_{1r} \approx 45\%}$

On exploite l'abaque des temps de montée et on relève (voir pages suivantes):

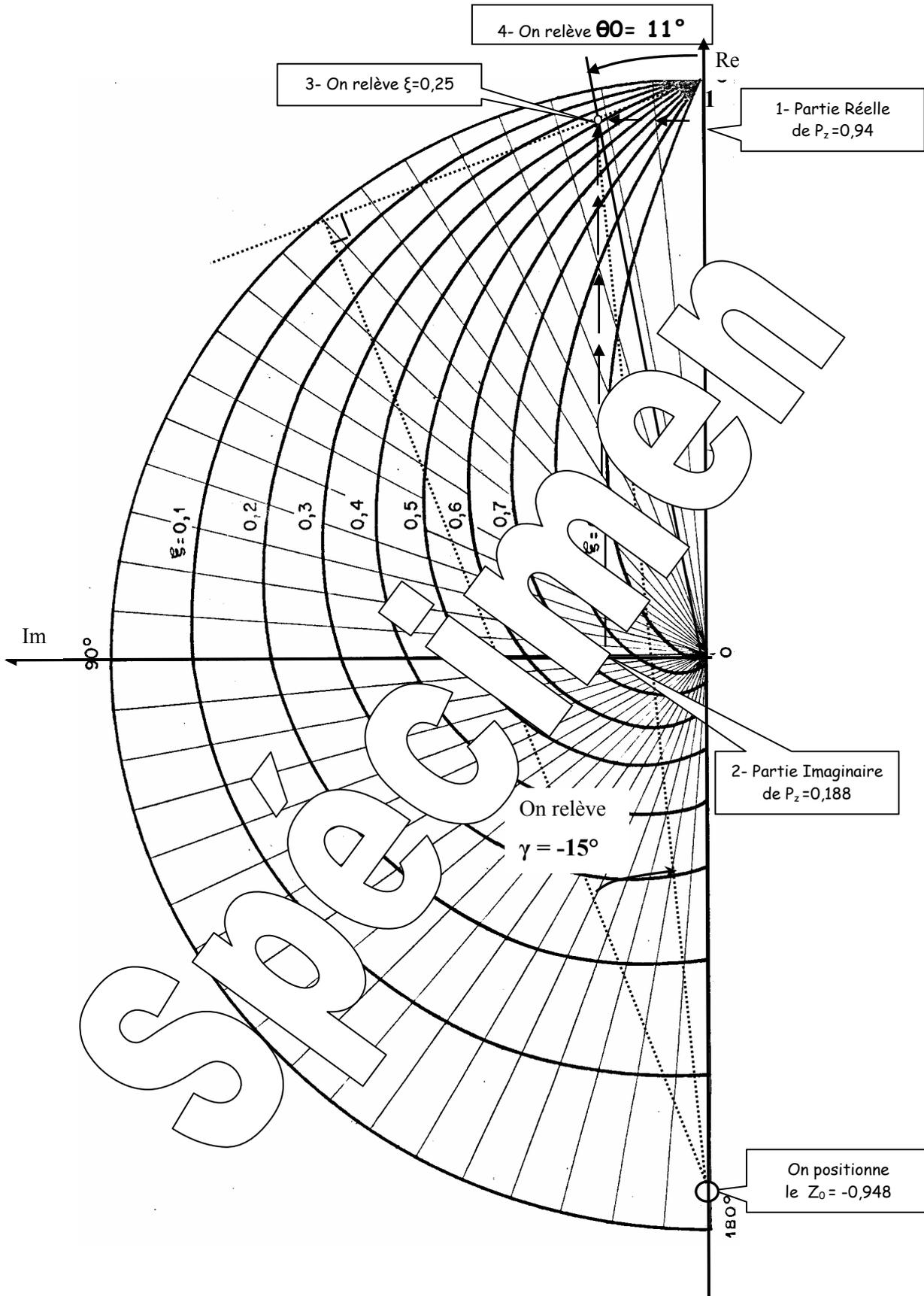
$$T_e = \frac{\theta_0}{\omega_n} \quad \text{soit} \quad \omega_n = \frac{T_e}{\theta_0} 180 = \frac{0,05}{11} 180 = 0,81 \text{ s}$$

Validité:

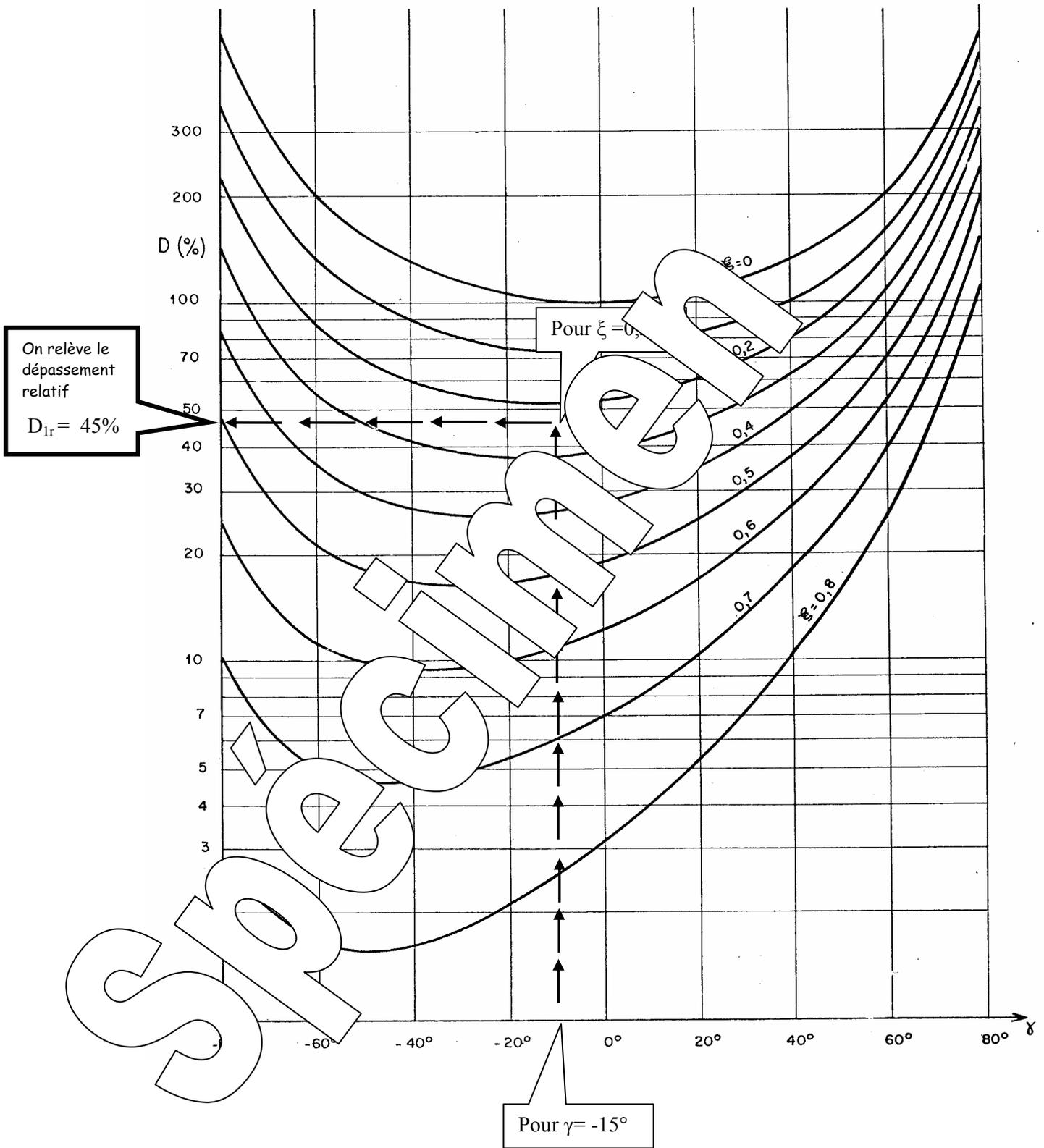
Il faut que le régulateur reste dans sa bande proportionnelle, soit pour le premier calcul $C_0.A < 1023$.

Or si on choisit $C_0 = 1 \rightarrow \boxed{A < \frac{1023}{1} \approx 1000 \text{ inc}}$

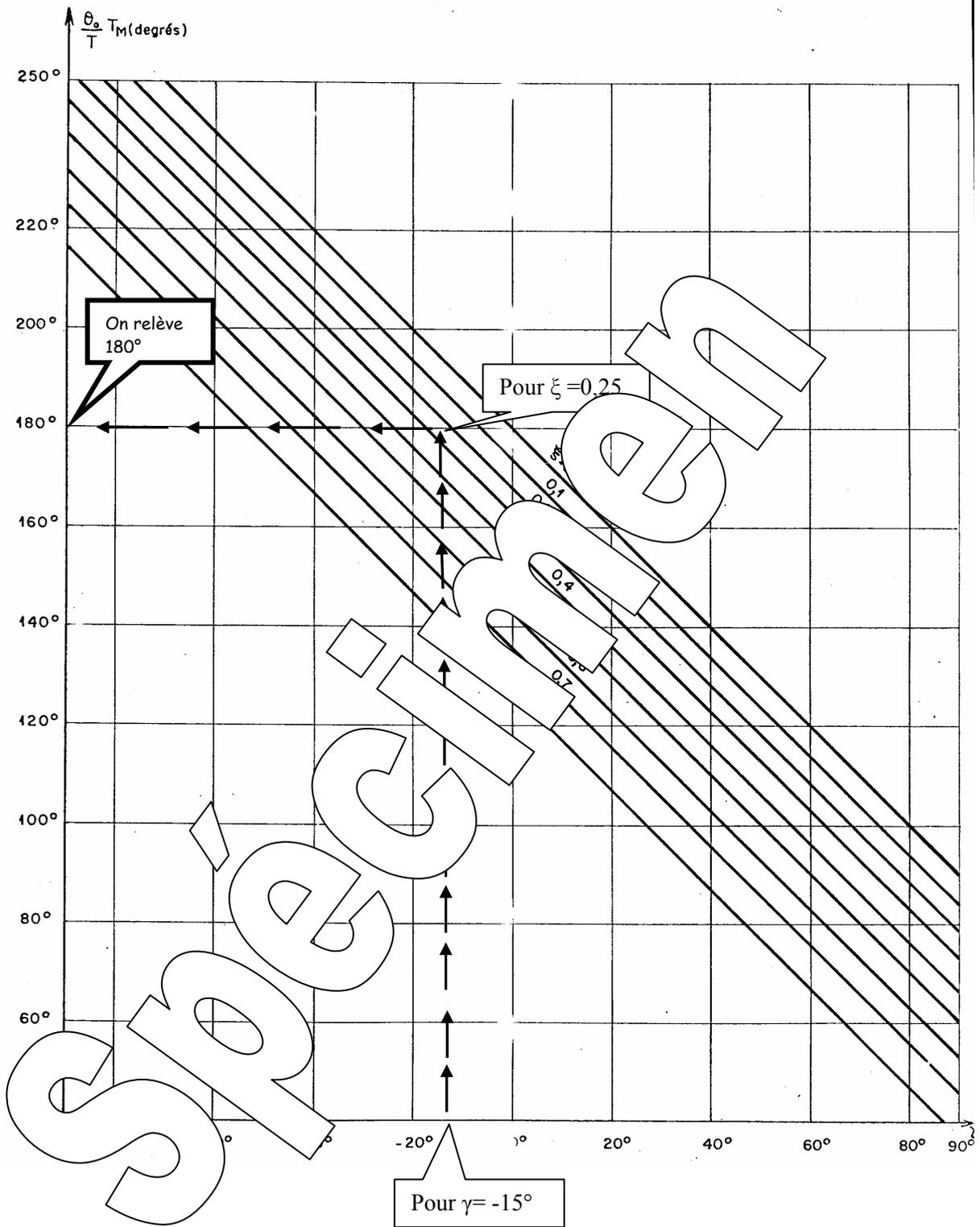
Exploitation de l'abaque donnant les lieux des pôles pour un amortissement constant



Exploitation de l'abaque des dépassements



Sur l'abaque des temps de montée



P4. c Prédétermination des caractéristique de la réponse par le calcul de M aux instants d'échantillonnage

On déduit de la fonction de transfert $F_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{C_{(z)}} = \frac{0,0201(z + 0,948)}{z^2 - 1,8786.z + 0,9177}$ la relation

$$M_{(z)}(z^2 - 1,8786.z + 0,9177) = C_{(z)}0,0201(z + 0,948)$$

soit: $M_{(z)} - 1,8786.z^{-1}.M_{(z)} + 0,9177.z^{-2}M_{(z)} = 0,0201.z^{-1}C_{(z)} + 0,019.z^{-2}.C_{(z)}$

soit la relation de récurrence, sachant que multiplier par z^{-1} correspond à retarder d'une période d'échantillonnage:

$$M_n = 1,8786.M_{n-1} - 0,9177.M_{n-2} + 0,0201.C_{n-1} + 0,019.C_{n-2}$$

Si on applique un échelon constant de 500 inc

à $t=Te$ soit $n=1$ $M_{n-1}=M_{n-2}=C_{n-2}=0$ et $C_{n-1}=500$ $M_1 = 0,0201 \times 500 = 10,05$

à $t=2xTe$; $n=2$ $M_{n-1}=10$; $M_{n-2}=0$ et $C_{n-2}=C_{n-1}=500$ $M_2 = 1,8786 \times 10 + 0,0391 \times 500 = 38,43$

A partir du troisième échantillon, la relation de récurrence devient:

$$M_n = 1,8786.M_{n-1} - 0,9177.M_{n-2} + (0,0201 + 0,019 \times 500)M_{n-2}$$

$$M_n = 1,8786.M_{n-1} - 0,9177.M_{n-2} + 19,55$$

à $t=3xTe$ $M_{n-1}=38,43$ $M_{n-2}=10,05$ $C_{n-1}=500$

$$M_3 = 1,8786 \times 38,43 - 0,9177 \times 10,05 + 19,55 = 82,53$$

n=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14				
Mn	10	38,43	82,53	139,35	205,52	271,74	337,96	404,18	498,7	564,2	621,8	669,9	707,3	733,6				
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
	748,6	752,7	741,3	746,5	731,2	708,1	680,1	608,1	532,5	496,8	464,5	435,5	411,7	393,4	380,8	373,8	372,4	376,1

On constate que le maximum se présente au environ de $n=16$ soit $t_{Max} = 16.Te = 0,8s$

Ce maximum varie de 500 soit un dépassement absolu de $D_1 = 752 - 500 = 252$ soit

$$D_{1\%} = 100 \frac{D}{500} = 50,4\%$$

Ces résultats corroborent exactement les valeurs obtenues précédemment avec les abaqués.

P5. Exercice 5. L'erreur de traînage dans le cas d'une excitation en rampe:

Dans ce cas le système est excité par un échelon de vitesse tel que

$$C_{(t)} = V.t.u_{(t)} \text{ soit par transformation en 'z'} \quad C_{(z)} = \frac{V.Te.z}{(z-1)^2}$$

Si on définit la transformée de l'écart: $\epsilon_{(z)} = C_{(z)} - M_{(z)} = C_{(z)} - O_{(z)}$ $\epsilon_{(z)} \rightarrow \epsilon_{(z)} = \frac{C_{(z)}}{1 + O_{(z)}}$

Avec: $O_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{\epsilon_{(z)}} = \frac{k_0(z - Z_0)}{(z-1)(z-\delta)}$

Par définition, l'erreur de traînage c'est: $\epsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_{(t)}$

D'après le théorème sur la valeur finale: $\epsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_{(t)} = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \epsilon_{(z)} \right) = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \epsilon_{(z)} \right)$

$$\varepsilon_T = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \left[\frac{1}{1 + \frac{k_0(z-Z_0)}{(z-1)(z-\delta)}} \right] \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2} \right) = \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{1}{z-1 + \frac{k_0(z-Z_0)}{z-\delta}} \right] V \cdot T_e$$

Si on fait $z = 1$ on obtient:

$$\varepsilon_T = \frac{V \cdot T_e}{k_0 \frac{1-Z_0}{1-\delta}} \rightarrow \boxed{\varepsilon_T = \frac{V}{C_0 \beta \mu}}$$

Application numérique:

Pour $C_0 = 1$; $\mu = 0,278 \text{ inc}/^\circ$;

$V = 667 \text{ inc/s}$ soit 400 tr/min et $\beta = 27,9^\circ/\text{inc}$ on obtient:

$$\varepsilon_T = \dots$$

2 EXPERIMENTATIONS ET EVALUATIONS

2.1 Etude en régime statique

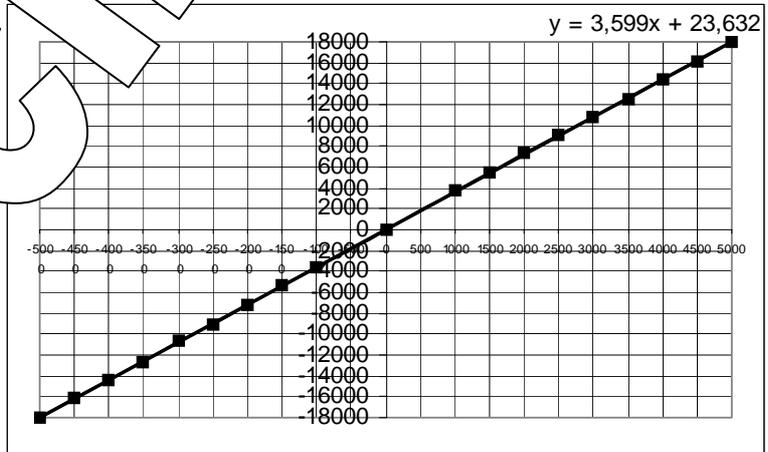
E1. Relevé des caractéristiques de transfert statiques: $M = \text{fn}(C)$; $\theta = \text{fn}(C)$ et $\varepsilon = \text{fn}(C)$

Tableau de mesure avec C , M et ε (en inc) en fonction de la consigne θ (en $^\circ$)

C	M	θ en $^\circ$	$\varepsilon = C-M$
-5000	-4988	-17956	-12
-4500	-4484	-16142	-16
-4000	-4007	-14425	7
-3500	-3504	-12618	4
-3000	-2975	-10710	-25
-2500	-2500	-9000	0
-2000	-2006	-7221	6
-1500	-1498	-5372	-2
-1000	-1004	-3614	4
0	0	0	
1000	1029	3704	
1500	1528	5572	
2000		7290	
2500		9072	
3000	2995		
3500			
4000		14410	
4500	4495		
5000	4997		

Relevé des caractéristiques de transfert statiques:

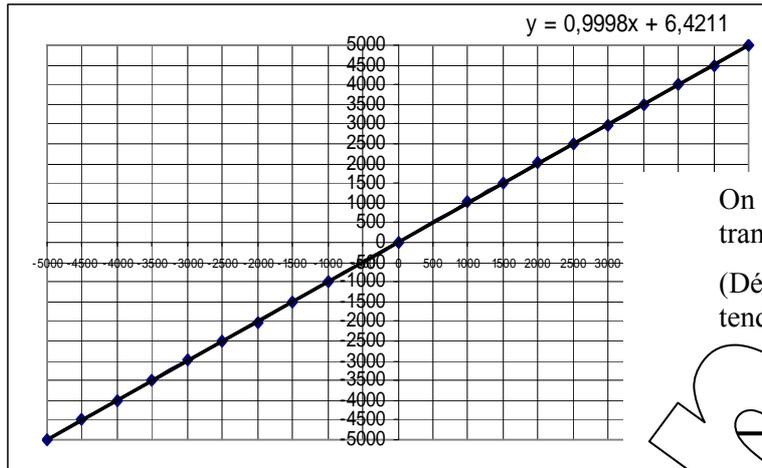
θ (en $^\circ$) en fonction de la consigne $\theta = \text{fn}(C)$



Le coefficient directeur de la droite (donné par l'équation de la courbe de tendance) n'est autre le gain statique en boucle fermée qui doit correspondre (d'après prédétermination) à

$$F_{\theta(1)} = \frac{\theta}{C} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0,278} = 3,597^\circ/\text{inc} \quad \text{C'est O.K.}$$

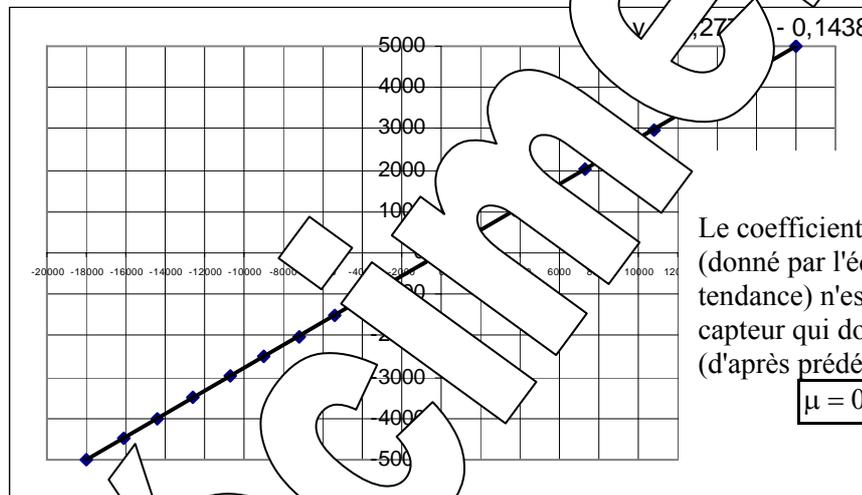
→ **Mesure Position en fonction de la consigne M = fn(C)**



On vérifie bien le coefficient de transfert statique prédéterminé: (Déterminés par courbe de tendance).

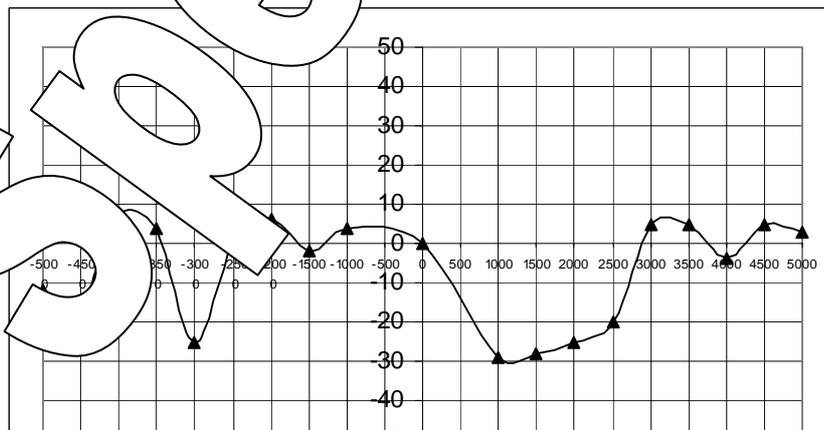
$$\frac{M}{C} \approx 1$$

→ **Mesure Position en fonction de la position M = fn(C)**



Le coefficient directeur de la droite (donné par l'équation de la courbe de tendance) n'est autre le gain du capteur qui doit correspondre (d'après prédétermination) à $\mu = 0,278inc/^\circ$ C'est O.K.

E3. Caractérisation de la position statique: $\epsilon = fn(C)$:



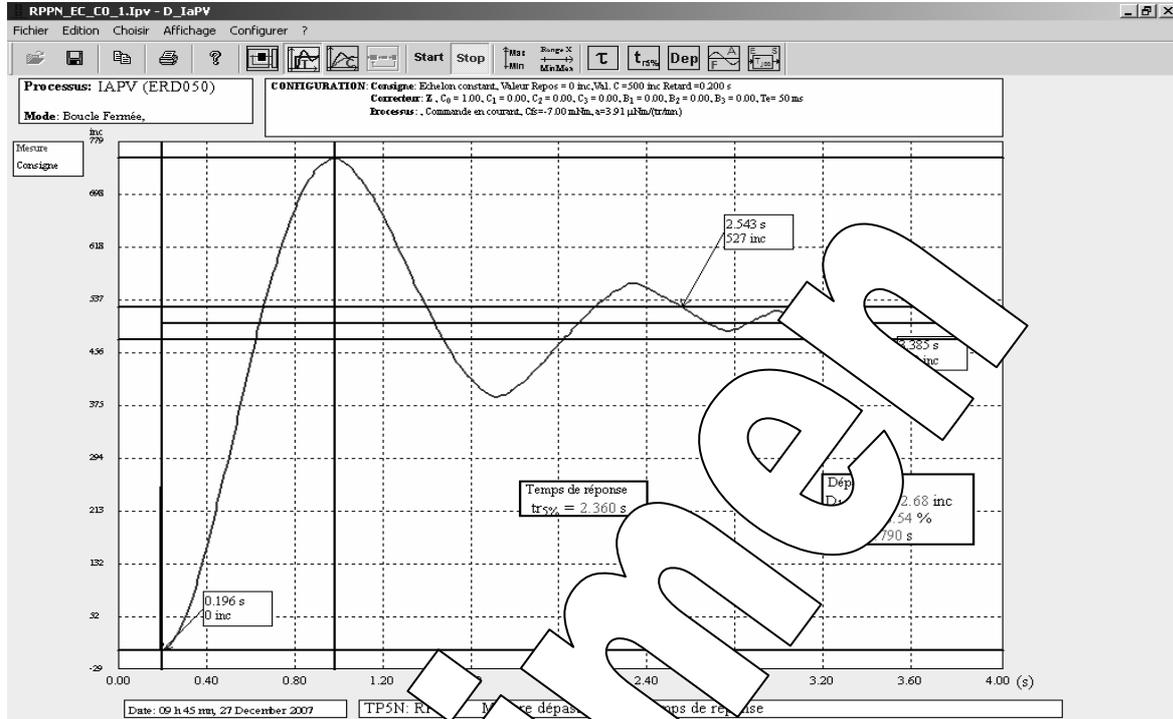
Le système est théoriquement précis statiquement. L'erreur statique est donc théoriquement nulle.

En pratique elle est égale à quelques incréments numériques. Cette erreur résiduelle est due aux frottements secs non parfaitement compensée.

2.2 Etude en régime dynamique

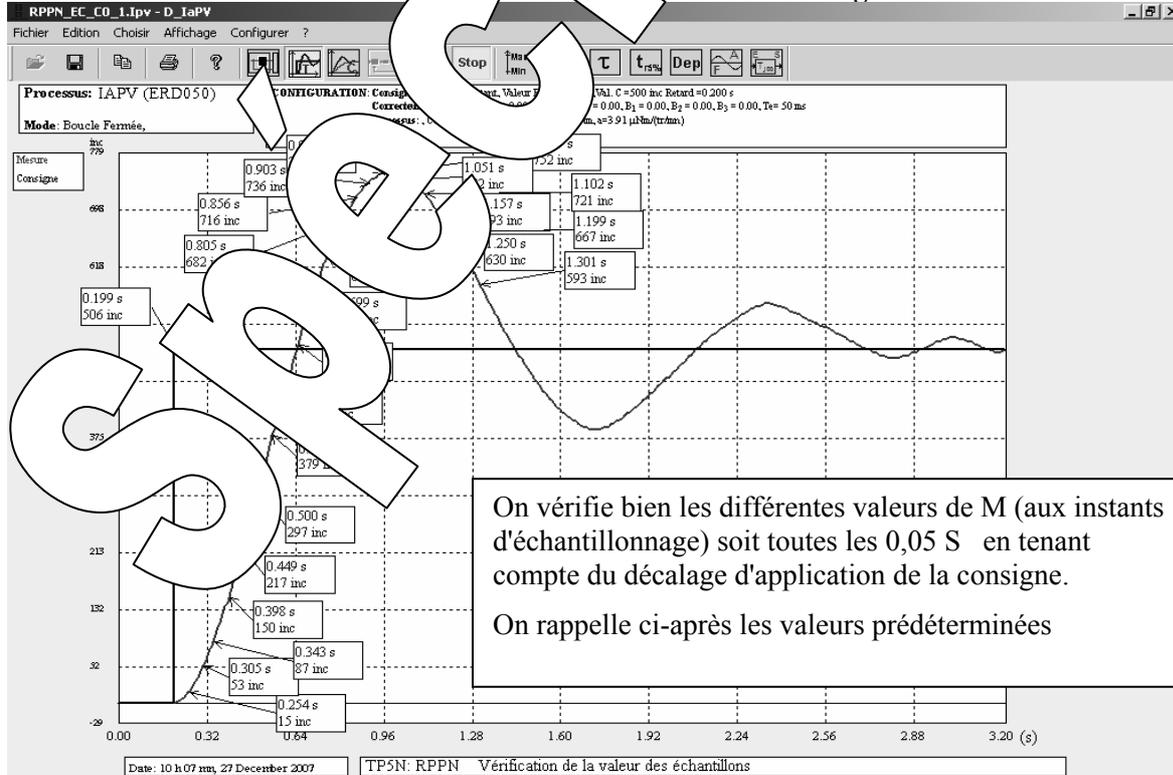
2.2.1 Réponse à une excitation en échelon constant

E4. Relevé de l'évolution au cours du temps de la mesure position $M = f(t)$ suite à une excitation en échelon constant de 500 inc.



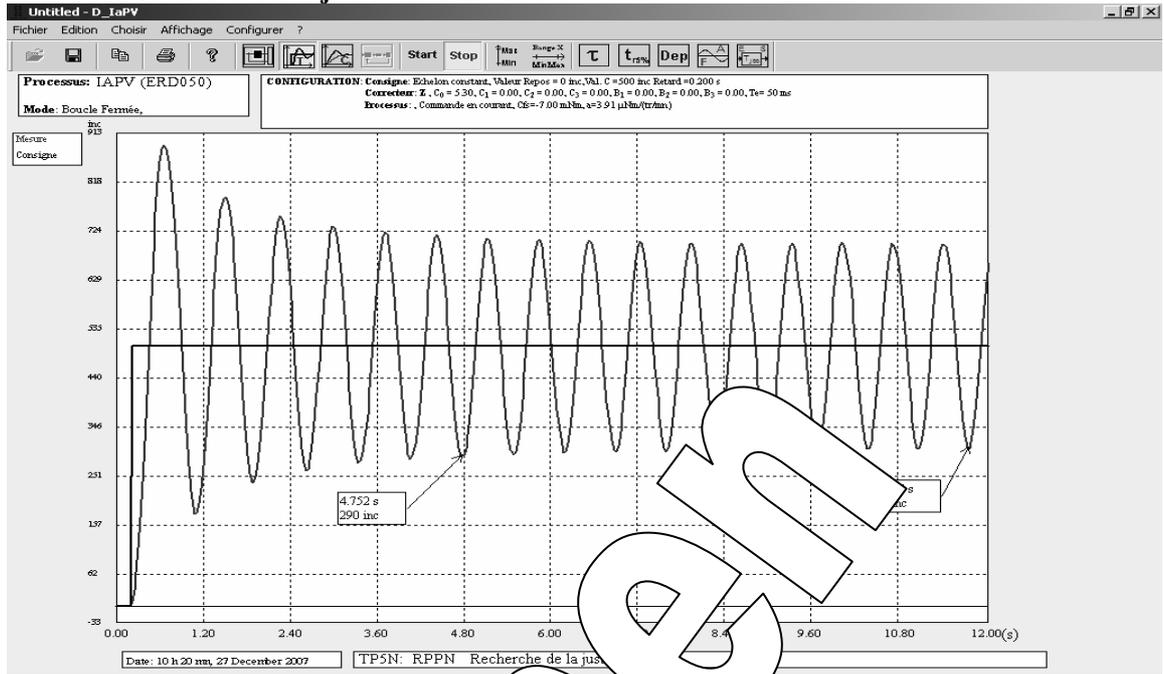
Les résultats corroborent les valeurs précédemment mesurées.

E5. Vérification des valeurs de M aux instants d'échantillonnage



n=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
M _n	10	38,43	82,53	139,35	205,52	277,8	352,8	427,4	498,7	564,2	621,8	669,9	707,3
	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	748,6	752,7	741,3	746,5	731,2	708,1	644,9	608,1	570,13	532,5	496,8	464,5	435,5
	28	29	30	31	32								
	411,7	393,4	380,8	373,8	372,4								

E6. Recherche de la juste instabilité

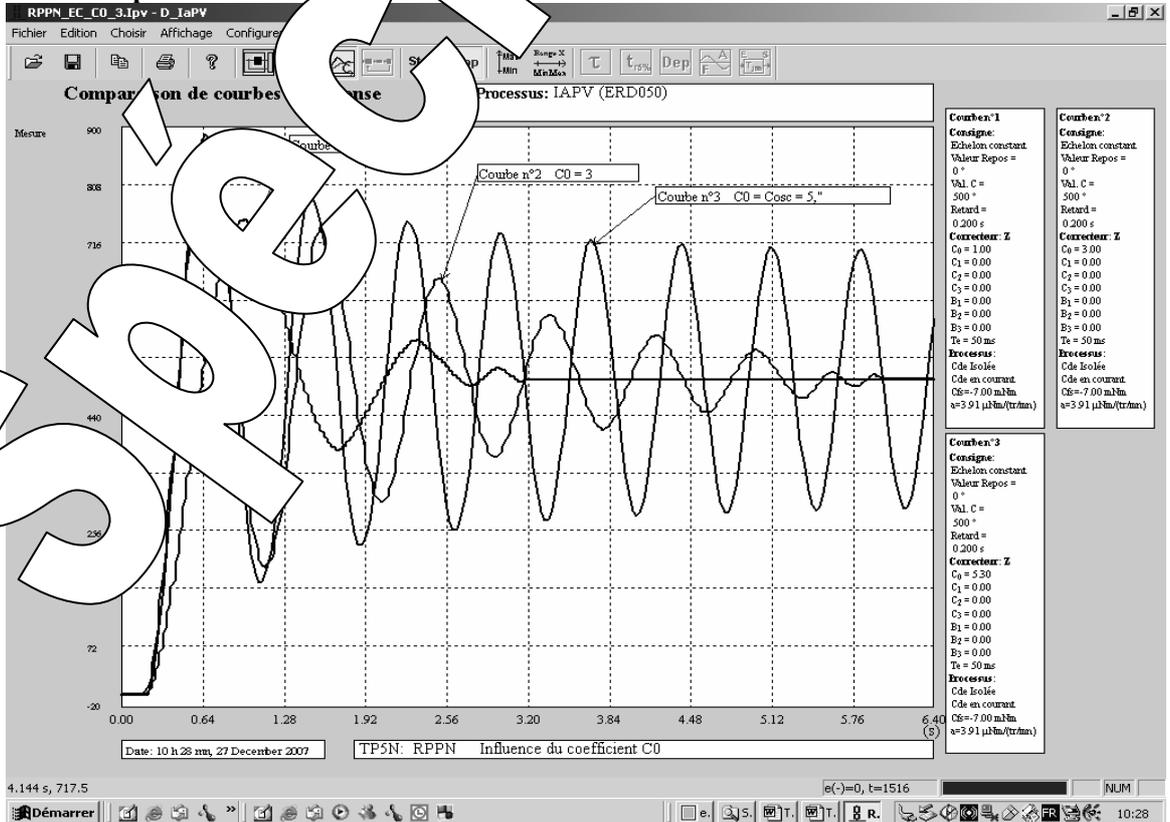


Pour $C_0 = 5,3$ l'amplitude des oscillations est maximale. Pour $C_0 = 3$ il y a atténuation des oscillations jusqu'à arrêt à la position finale.

On relève donc $C_{0C} = 5,3$

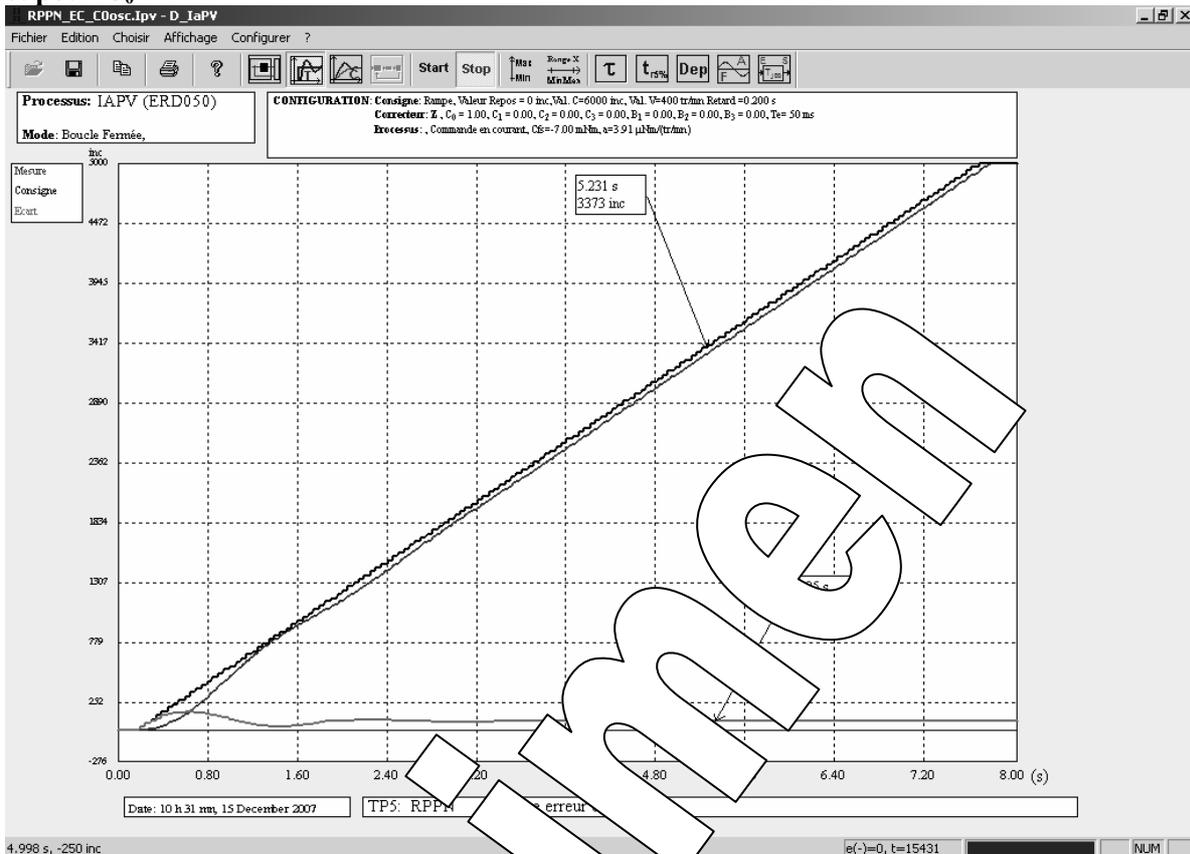
et $8xT_{osc} = 11,7 - 4,7 = 7,0$ s et $\omega_{osc} = 8,97$ rad/s

E7. Récapitulatif sur l'influence du coefficient C0



2.2.2 Réponse à une excitation en rampe

E8. Réponse à une rampe de 400 tr/min, soit une rampe de consigne 667 inc/S, et pour $C_0 = 1$



On vérifie la pente de consigne $C = 2000 \text{ inc} / 3 \text{ s}$ au lieu de 55 soit 674 inc/S (au lieu de 667 inc théorique)

On constate que l'écart entre la consigne et la mesure tend vers 85 inc en régime final; c'est l'erreur de traînage. Cette valeur est inférieure à la valeur prédéterminée 87 inc.

Type document:	Compte rendu de travaux pratiques
Thème :	Régulation de Position avec correction par Zéro Numérique (échantillonné)
Configuration système :	Maquette "IAPV-ERD050" + Logiciel D_IAPV
Référence :	TP6N-RPZN
Nom de fichier:	TP6N_IAPV_RPZN_CR.doc

Sommaire:

1	Prédéterminations	2
2	Expérimentations et caractérisation	6
2.1	Vérification fonctionnement correcteur en boucle ouverte	6
2.2	Etude en régime continu	7
2.3	Etude en régime transitoire	8
2.3.1	Réponse à un échelon	8
2.3.2	Réponse à un échelon	8

1 PREDETERMINATIONS

P1. Prédétermination de la réponse du correcteur de type "zéro numérique"

D'après la fonction de transfert du correcteur:

$$Sr(z) = (C_0 + C_1 \cdot z^{-1}) \varepsilon(z) \rightarrow Sr(z) = C_0 \cdot \varepsilon(z) + C_1 \cdot z^{-1} \cdot \varepsilon(z)$$

On en déduit la relation de récurrence (relation entre les différents échantillons en se rappelant que: multiplier par z^{-1} c'est retarder d'une période d'échantillonnage.

$$Sr_n = C_0 \cdot \varepsilon_n + C_1 \cdot \varepsilon_{n-1}$$

où Sr_n est le résultat de calcul du correcteur à $t = n \cdot Te$; ε_n la valeur de l'écart à $t = n \cdot Te$ et ε_{n-1} la valeur de l'écart à $t = (n-1) \cdot Te$

Application à la réponse à une rampe (échelon de vitesse) de $V=2000$ inc/s avec $C_0=2$ et $C_1=-1,5$

La pente de 2000 inc/s soit 1200tr/min $2000 \cdot Te = 2000 \times 0,05 = 100$ inc/Te

Si un premier calcul est effectué à $t = 0+$

A $t = 0+$, $\varepsilon_{n-1} = 0$ et $\varepsilon_n = 100 \rightarrow Sr_0 = 100 \times 2 = 200$ inc

A $t = 1 \cdot Te$, $\varepsilon_{n-1} = 100$ et $\varepsilon_n = 200 \rightarrow Sr_1 = 200 \times 2 - 1,5 \times 100 = 250$ inc

A $t = 2 \cdot Te$, $\varepsilon_{n-1} = 200$ et $\varepsilon_n = 300 \rightarrow Sr_2 = 300 \times 2 - 1,5 \times 200 = 300$ inc

A $t = 3 \cdot Te$, $\varepsilon_{n-1} = 300$ et $\varepsilon_n = 400 \rightarrow Sr_3 = 400 \times 2 - 1,5 \times 300 = 350$ inc

En fait, à chaque période Te , Sr augmente d'une valeur constante de 50 inc.

n =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sr_n	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650

Globalement $Sr(t)$ a l'allure d'une droite $Y = a \cdot X + b$

de coefficient directeur: $a = V \cdot (C_0 + C_1)$

et une valeur à l'origine: $b = V \cdot C_0$

$$Sr_n = V \cdot (C_0 + C_1) \cdot t + V \cdot C_0 \cdot Te$$

Analogie avec un correcteur à action proportionnelle dérivée de constante de dérivation T_d dans un manœuvreur continu dont la fonction de transfert est:

$$T(p) = k(1 + T_d \cdot p)$$

Dans les mêmes conditions d'excitation, la transformée de l'excitation a pour expression V/p^2 et la réponse du correcteur: $Sr(p) = k \cdot V/p^2 \cdot (1 + T_d \cdot p)$

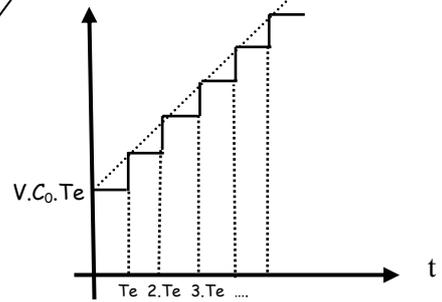
Soit une transformée inverse $Sr(t) = V \cdot (k + k \cdot T_d \cdot V)$

Soit par analogie:

$$(C_0 + C_1) \cdot Te = k \cdot T_d \rightarrow C_0 = k \cdot T_d / Te$$

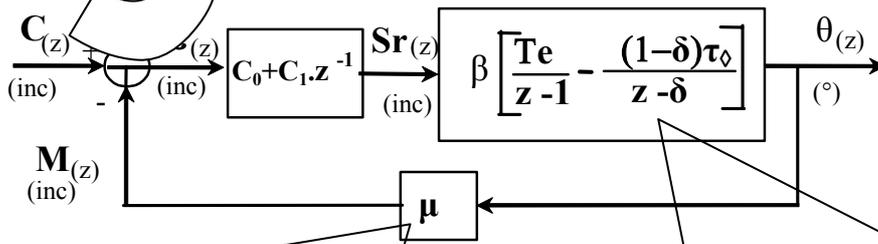
Soit:

Puisque T_e doit être inférieur à T_d , C_1 doit toujours être choisi négatif et C_0 en module



P2. Prédétermination des fonctions de transfert en boucle fermée:

D'après le TP1 (Réf: TP1-BON) on peut mettre le système sous la forme du schéma bloc:



d'après: TP1-CP: $\mu = 500/360 = 0,278$ inc/°

d'après: TP1N-BON: $\alpha = 4,65$ tr/min/inc $\rightarrow \beta = 6 \cdot \alpha = 27,9$; $\tau_0 = 0,468$ s $\rightarrow \delta = e - (Te/\tau_0) = e - (0,05/0,468) = 0,8987$

P3. Réglage 1: Comportement pour C₀ et C₁ imposé

P3a- Fonction de transfert en boucle ouverte

On peut exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte après réduction au même dénominateur:

$$O_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{\varepsilon_{(z)}} = \frac{(C_0 + C_1 \cdot z^{-1}) \cdot \beta \cdot [Te(z-\delta) - \tau_0(1-\delta)(z-1)] \mu}{(z-1)(z-\delta)} = \frac{C_0(z + (C_1/C_0)) \cdot \beta \cdot [Te(z-\delta) - \tau_0(1-\delta)(z-1)] \mu}{z(z-1)(z-\delta)}$$

Si on choisit C₁/C₀ = -δ on obtient $O_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{\varepsilon_{(z)}} = \frac{C_0 \cdot \beta \cdot [Te(z-\delta) - \tau_0(1-\delta)(z-1)] \mu}{z(z-1)}$

que l'on met sous la forme proposée:

$$O_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{\varepsilon_{(z)}} = \frac{k_0(z + \Delta)(z - Z_0)}{z(z-1)}$$

Soit:

$$k_0 = C_0 \cdot \beta \cdot \mu \cdot [Te - \tau_0(1-\delta)] \quad \text{et} \quad Z_0 = \frac{Te \cdot \delta - \tau_0(1-\delta)}{\tau_0(1-\delta)} \rightarrow Z_0 = -0,948$$

P3b- Fonctions de transfert en boucle fermée:

$$F_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{C_{(z)}} = \frac{k_0(z + \Delta)(z - Z_0)}{k_0(z + \Delta)(z - Z_0) + z(z-1)} = \frac{k_0(z^2 + z(\Delta - Z_0) - \Delta \cdot Z_0)}{z^2(k_0 - 1 - \delta) + z(k_0(\Delta - Z_0) + \delta) - k_0 \Delta \cdot Z_0}$$

Application numérique: Pour C₀=10 et Δ=0,6 on obtient:

$$F_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{C_{(z)}} = \frac{0,201 \cdot z^2 + 0,07119 \cdot z - 0,1151}{z^3 - 1,698 \cdot z^2 + 0,9699 \cdot z - 0,1151} = 1,001 \text{ pour } z=1 \text{ Ce qui vérifie le gain statique.}$$

P3c- Relation de récurrence

Pour déterminer la relation de récurrence, on exprime F_(z) en puissances négatives de z soit:

$$F_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{C_{(z)}} = \frac{0,201 \cdot z^2 + 0,07119 \cdot z - 0,1151 \cdot z^{-3}}{z^3 - 1,698 \cdot z^2 + 0,9699 \cdot z - 0,1151 \cdot z^{-3}}$$

Ce qui donne

$$M_{(z)} = 1,698 \cdot z^{-1} C_{(z)} - 0,9699 C_{(z)} + 0,115 \cdot z^{-3} M_{(z)} + 0,201 \cdot z^{-1} C_{(z)} + 0,07119 \cdot z^{-2} C_{(z)} - 0,1151 \cdot z^{-3} C_{(z)}$$

et la relation de récurrence

$$M_n = 0,9699 M_{n-2} + 0,115 \cdot M_{n-3} + 0,201 \cdot C_{n-1} + 0,07119 \cdot C_{n-2} - 0,1151 \cdot C_{n-3}$$

Calcul des valeurs de mesure pour une excitation en échelon constant de consigne de 100 inc

Soit le tableau des valeurs de mesure pour un échelon constant de 100 inc

	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
M _n	20,1	129	144	147	140	128	114	101	91	86	85	86	90	95	99	102	104	105	104

Exploitation:

La réponse passe par un maximum de 147 à n=6, soit: $D_{1\%} = 47\%$ et $t_{pic} = 6 \cdot Te = 0,3s$

On peut admettre que le temps de réponse à 5% est de l'ordre de 20 · Te = 1s

Limites de validité:

Il faut que le régulateur reste dans sa bande proportionnelle, soit pour le premier calcul C₀ · A < 1023.

Or si on choisit → C₀ = 10 → $A < \frac{1023}{10} \approx 100inc$

P3e- Pour ce réglage, détermination de l'erreur de traînage:

Dans ce cas, le système est excité par un échelon de vitesse tel que

$$C_{(t)} = V.t.u_{(t)} \quad \text{soit par transformation en 'z'} \quad C_{(z)} = \frac{V.Te.z}{(z-1)^2}$$

Si on exprime la transformée de l'écart: $\varepsilon_{(z)} = C_{(z)} - M_{(z)} = C_{(z)} - O_{(z)}$, $\varepsilon_{(z)} \rightarrow \varepsilon_{(z)} = \frac{C_{(z)}}{1 + O_{(z)}}$

Avec dans le cas du réglage 1 : $O_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{\varepsilon_{(z)}} = \frac{k_o(z+\Delta)(z-Z_0)}{z.(z-1)(z-\delta)}$

Par définition, l'erreur de traînage c'est: $\varepsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_{(t)}$

D'après le théorème sur la valeur finale: $\varepsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_{(t)} = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \varepsilon_{(z)} \right)$

$$\varepsilon_T = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \left[\frac{1}{1 + \frac{k_o(z+\Delta)(z-Z_0)}{z.(z-1)(z-\delta)}} \right] \frac{V.Te.z}{(z-1)^2} \right) = \left[\frac{V.Te}{z.(z-\delta)} \right]_{z=1} V.Te$$

Si on fait $z = 1$ on obtient:

$$\varepsilon_T = \frac{V.Te.(1-\delta)}{k_o(1+\Delta)(1-\delta)}$$

Application numérique:

Pour: $C_0 = 10$; $C_1 = -6$ soit $k_o = 0,201$ et $\Delta = 0,6$; $T_e = 0,05s$; $Z_0 = -0,948$;
 $\delta = 0,8987$ soit $(1-\delta) = 0,1013$
 $V = 667 \text{ inc/s}$ soit 400 tr/min on obtient:

$$\varepsilon_T = 21 \text{ inc}$$

P4. Réglage 2 Pour la marge de stabilité imposée

- Le zéro numérique peut se mettre sous la forme: $C_0 + C_1.z^{-1} = C_0(1 + (C_1/C_0).z^{-1})$ soit $A = -\frac{C_1}{C_0}$

- En régime harmonique, dans le continu, on fait $p = j\omega$ dans les fonctions de transfert.

Or $z = e^{T_e.p}$ ce qui donne en régime harmonique: $e^{T_e.j\omega} = e^{j\omega.T_e}$ si $\omega.T_e = \theta_n$

$$\rightarrow e^{j\theta_n} = \cos(\theta_n) + j.\sin(\theta_n) \quad \text{et} \quad z^{-1} \rightarrow e^{-j\theta_n} = \cos(\theta_n) - j.\sin(\theta_n)$$

$$\text{pour le zéro numérique: } 1 - A.z^{-1} \rightarrow 1 - A(\cos \theta_n - j.\sin \theta_n) = (1 - A.\cos \theta_n) - j.\sin \theta_n$$

$$\|zéro\| = \sqrt{(1 - A.\cos \theta_n)^2 + (\sin \theta_n)^2}$$

$$\text{Arg}_{(zéro)} = \text{ATAN} \left[\frac{\sin \theta_n}{1 - A.\cos(\theta_n)} \right]$$

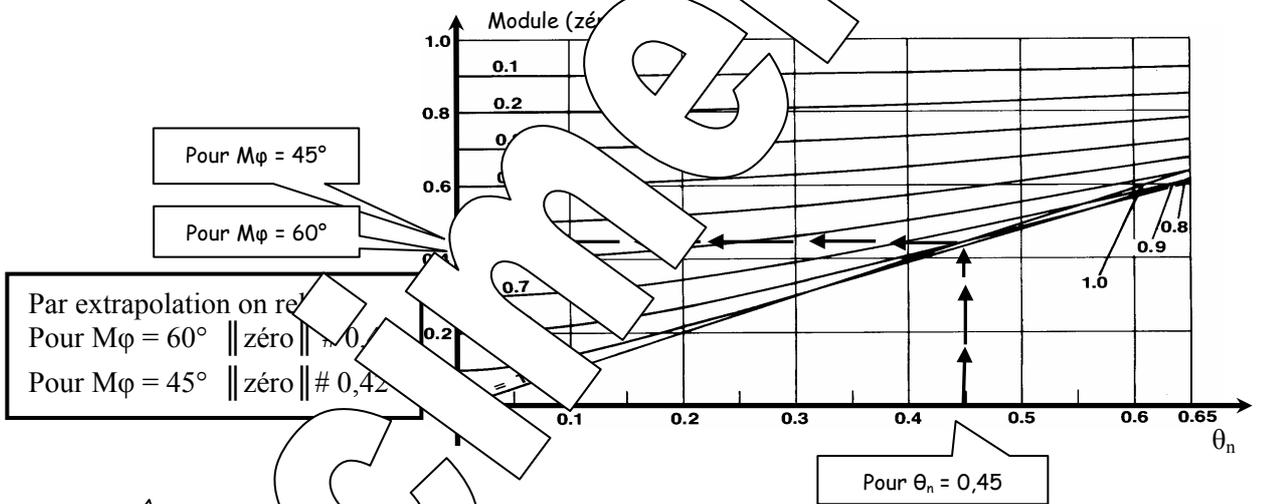
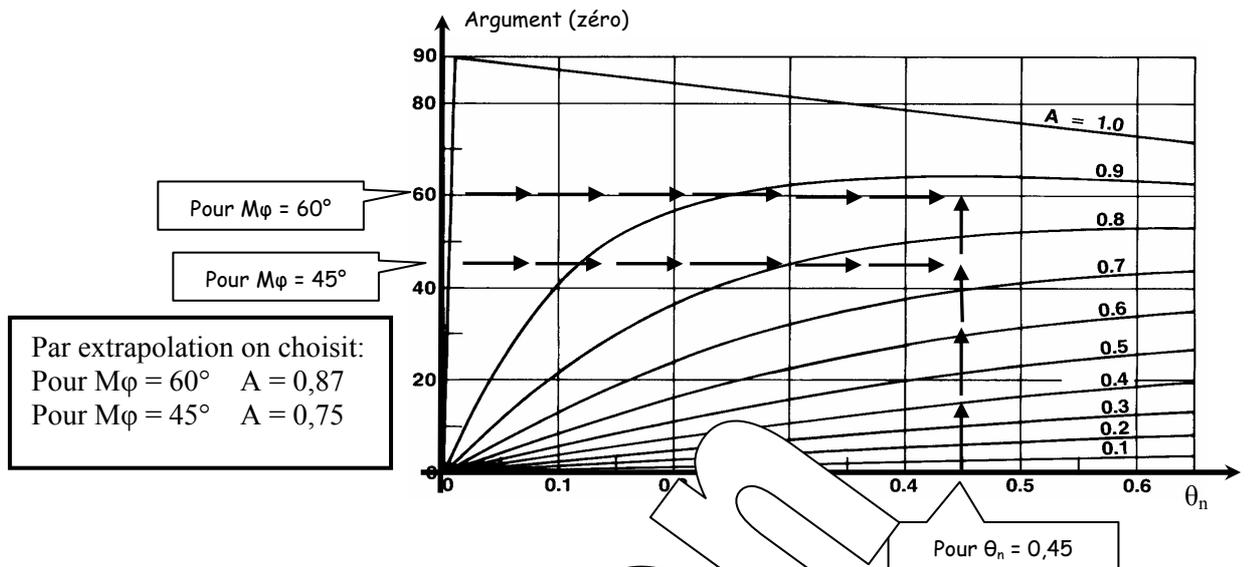
- Pour des valeurs de A comprise entre 0 et 1, et des valeurs de θ_n comprise entre 0 et 0,7 l'argument est positif. C'est en fait une correction à avance de phase (équivalente à une action dérivée).

- Choix des coefficients C_0 et C_1

Ce choix se fait à partir de la recherche de la juste instabilité avec zéro inhibé. Ce qui a été fait au TP "RPPN". On a obtenu $C_{0\text{critique}} = 5,3$ et $T_{osc} = 0,7s$ soit $\omega_{osc} = 2.\pi / T_{osc} = 8,97 \text{ rad/s}$

La contribution en module et argument du zéro numérique se fera donc pour $\theta_n = \omega_{osc}.T_e = 0,45 \text{ rad}$

Le choix du coefficient A se fait en fonction de la marge de phase que devra créer le "zéro" numérique:



Le lieu de transfert du système est réglé devant passer au niveau 0 dB à la pulsation $\omega_1 = \omega_{osc}$, on a la relation

$$C_0 \cdot \left\| \frac{1}{\theta} \right\| \cdot \left\| \text{Processus RPPN}(\text{à } \omega_{osc}) \right\| = 1$$

Or, pour le juste réglage, on a la relation:

$$\left\| \text{Processus RPPN}(\text{à } \omega_{osc}) \right\| = 1 \rightarrow \left\| \text{Processus RPPN}(\text{à } \omega_{osc}) \right\| = 1 / C_{0critique}$$

D'où l'expression de $C_0 = \frac{C_{0critique}}{\left\| \text{zéro} \right\|}$

Réglage: Pour $M_\phi = 45^\circ$

$$C_0 = \frac{5,3}{0,42} = 12,6 \rightarrow C_1 = -A \cdot C_0 = -0,75 \times 12,6 = -9,46$$

Réglage: Pour $M_\phi = 60^\circ$

$$C_0 = \frac{5,3}{0,41} = 12,9 \rightarrow C_1 = -A \cdot C_0 = -0,87 \times 12,9 = -11,24$$

Limites de validité:

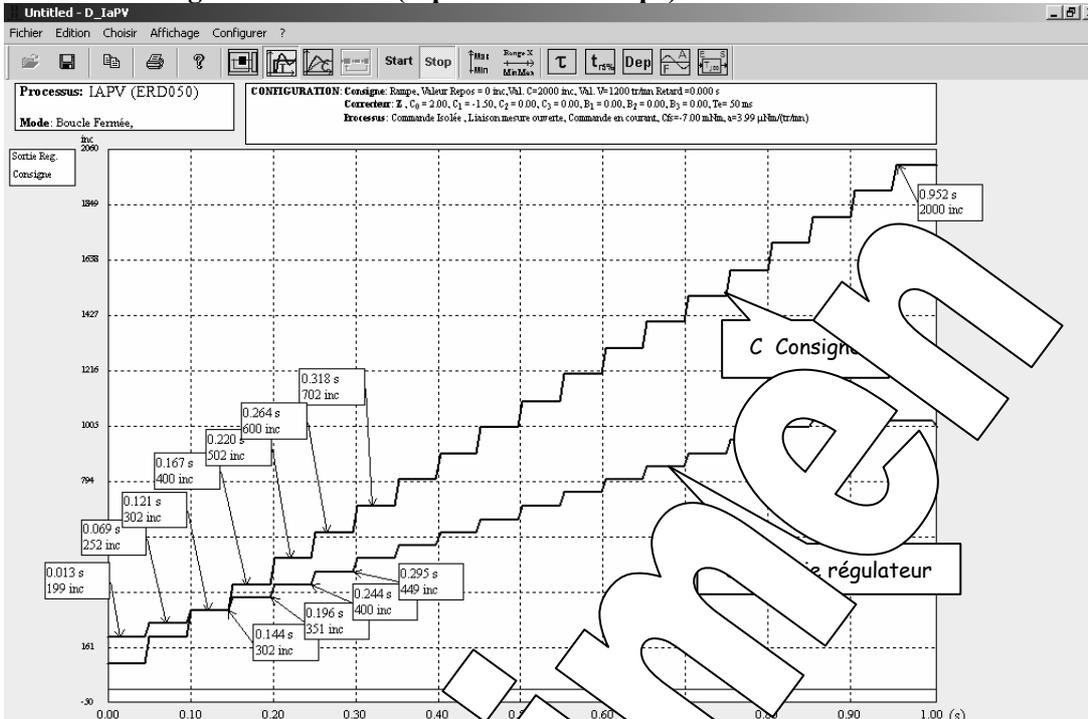
Il faut que le régulateur reste dans sa bande proportionnelle, soit pour le premier calcul $C_0 \cdot A < 1023$.

Pour $C_0 = 12 \rightarrow A < \frac{1023}{12} \approx 100inc$

2 EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

2.1 Vérification fonctionnement correcteur en boucle ouverte

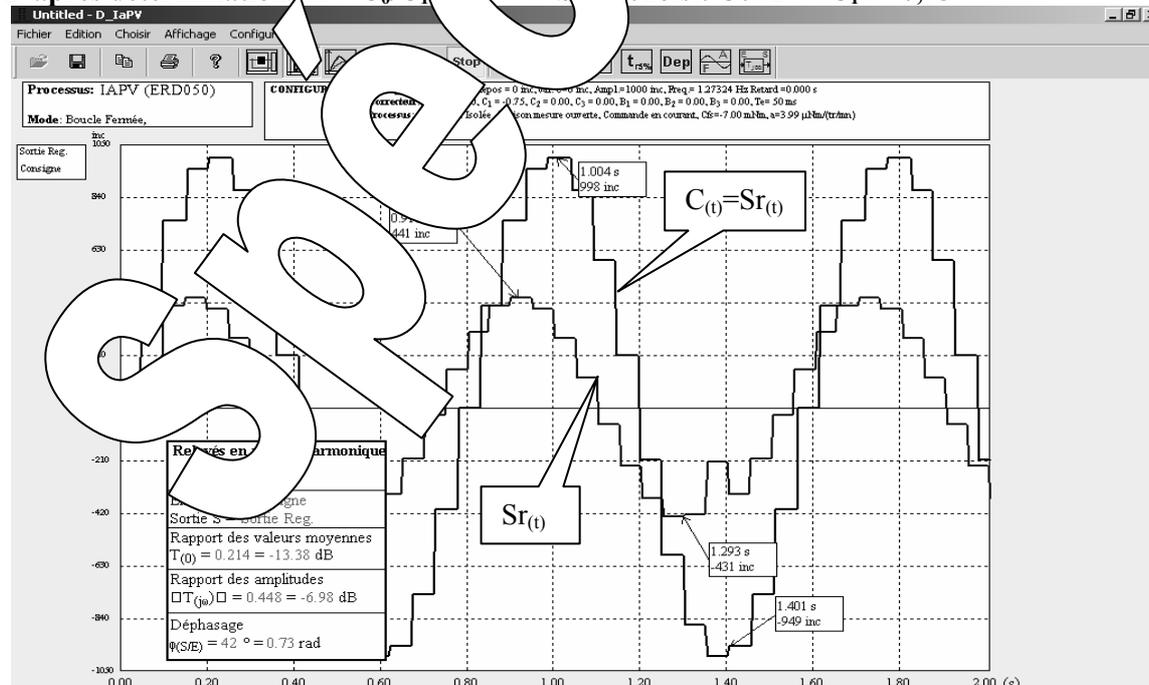
E1. En régime transitoire (réponse à une rampe)



On vérifie que la pente est de 2000 inc/s

On vérifie les différentes valeurs prédéterminées par les calculs du correcteur

E2. Réponse en régime harmonique (Pour une marge de phase de 45°) D'après déterminations $A = C_0/C_1 = 5 \rightarrow$ on choisit $C_0=1 \rightarrow C_1 = -0,75$



Les résultats obtenus sont à comparer à ceux prédéterminés à partir des abaques:

Rapport des amplitudes: $\|Zéro\| = 0,42$

Rapport des valeurs moyennes (Gain statique $z=1$ dans fonction de transfert): $C_0+C_1 = 1-0,75=0,25$

Déphasage attendu: 45°

2.2 Etude en régime statique

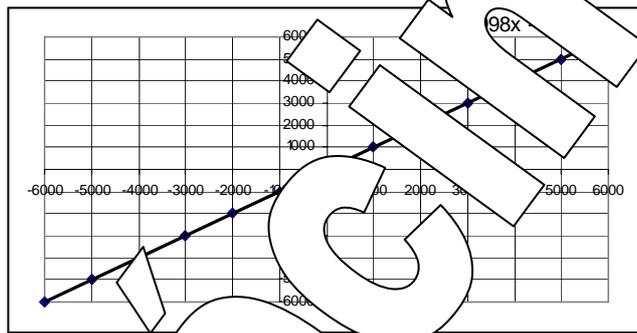
E3. Relevé des caractéristiques transfert statiques: $M = fn(C)$; $\theta = fn(C)$ et $\varepsilon = fn(C)$

Tableau de mesure avec C , M et ε (en inc) et θ en $^\circ$:

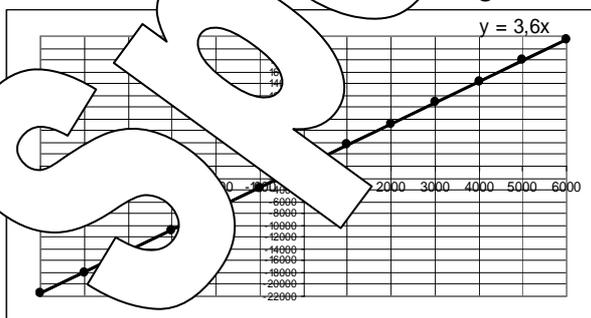
Consigne	Mesure	Ecart	θ
-6000	-6000	0	-21600
-5000	-5000	0	-18000
-4000	-4000	0	-14400
-3000	-3000	0	-10800
-2000	-2000	0	-7200
-1000	-1000	0	-3600
0	0	0	0
1000	1000	0	3600
2000	2000	0	7200
3000	3000	0	10800
4000	4000	0	14400
5000	5000	0	18000
6000	6000	0	21600

E4. Tracé des caractéristiques de transfert statique

→ Mesure Position fonction de la consigne ($M = fn(C)$)



→ Position fonction de la consigne $\theta = fn(C)$



Coefficients de transfert statiques:
(Déterminés par courbe de tendance)

$$F_{\theta(1)} = \frac{\theta}{C} \approx 3,6 \text{ } ^\circ/\text{inc}$$

Ce résultat est à comparer avec la valeur prédéterminée: $1/\mu = 360/100 = 3,6 \text{ } ^\circ/\text{inc}$

$$F_{(1)} = \frac{M}{C} = 1$$

Caractéristique de précision statique: $\varepsilon = fn(C)$:

Coefficients de transfert de précision statique:

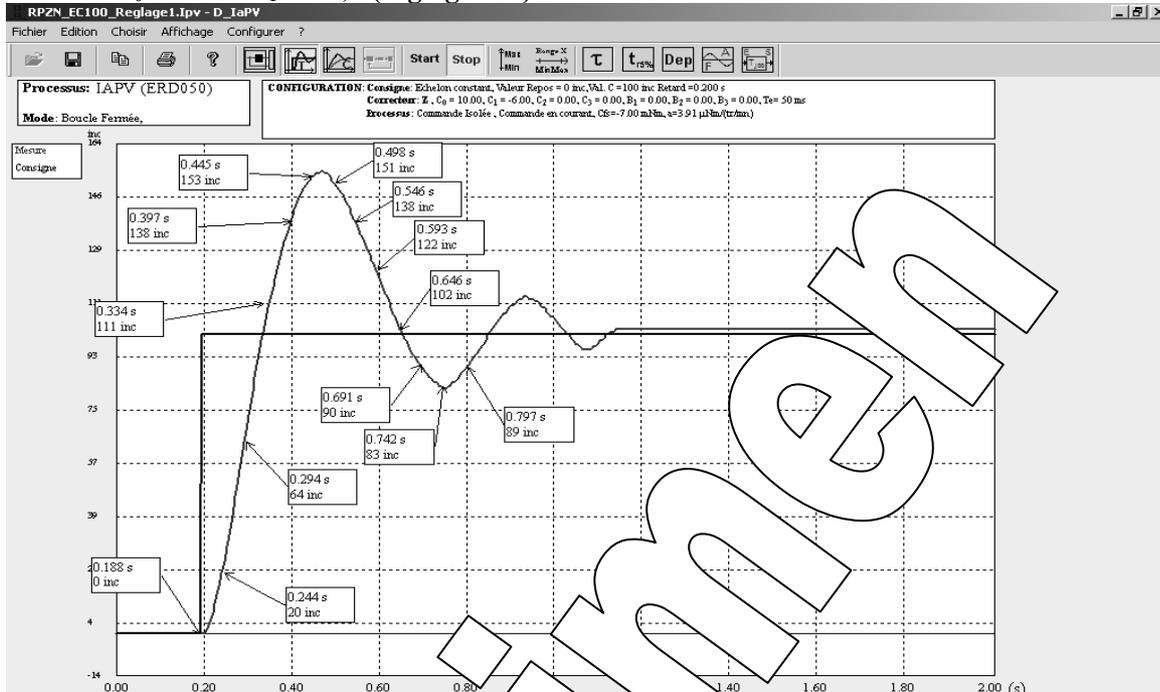
$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{C} \approx 0$$

2.3 Etude en régime dynamique

2.3.1 Réponse à un échelon constant

E5. Relevé de l'évolution au cours du temps de la mesure position $M = f_n(t)$ suite à une excitation en échelon constant de 100 inc

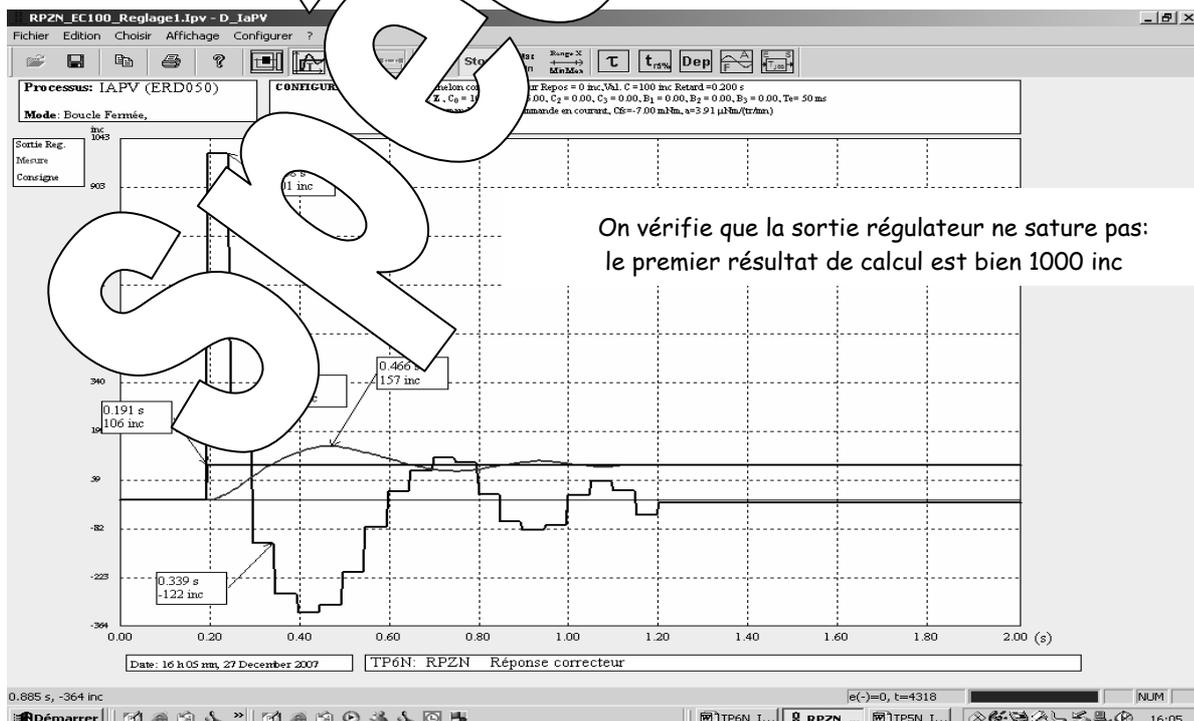
→ Pour $C_0 = 10$ et $C_1 = -0,6$ (réglage n°1)



On vérifie que le gain statique est très voisin de 1 (M_{stat} → C en régime final)

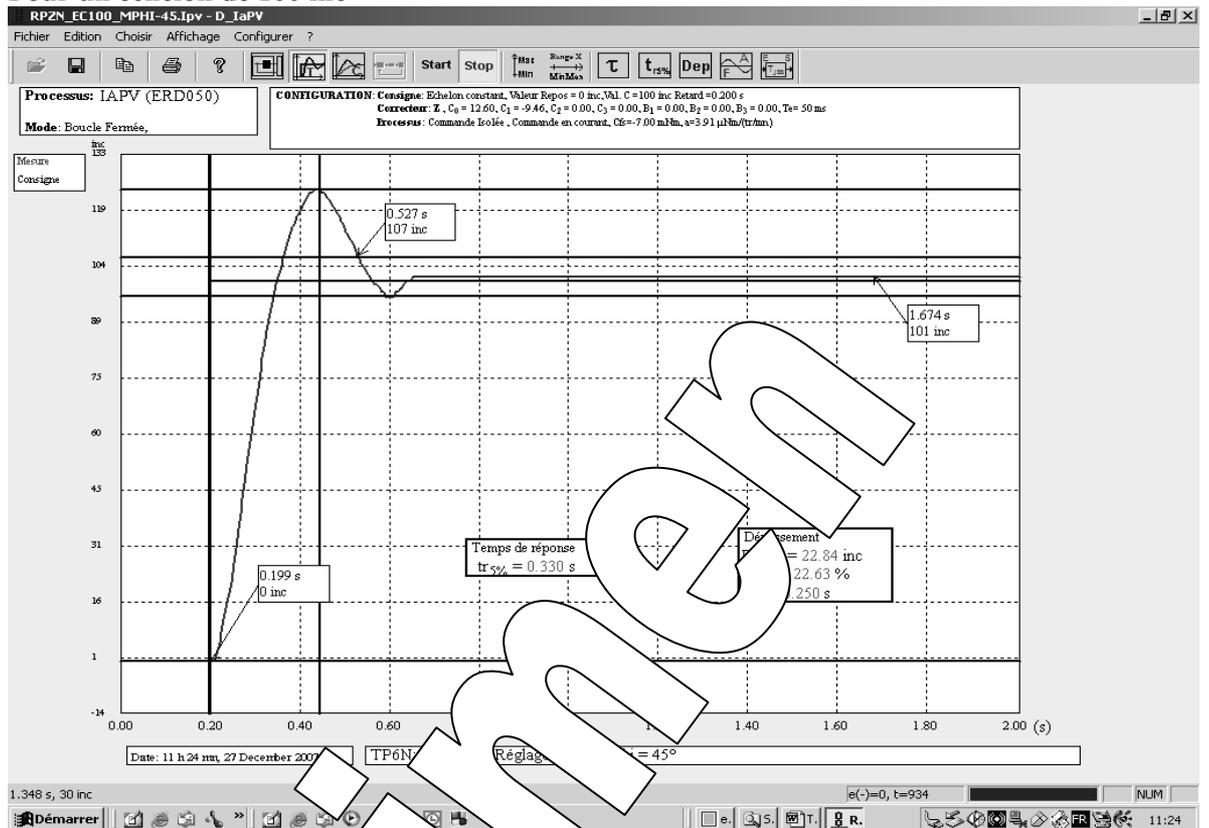
On compare la valeur des échantillons avec les valeurs prédéterminées:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
	100	110	100	100	110	117	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110

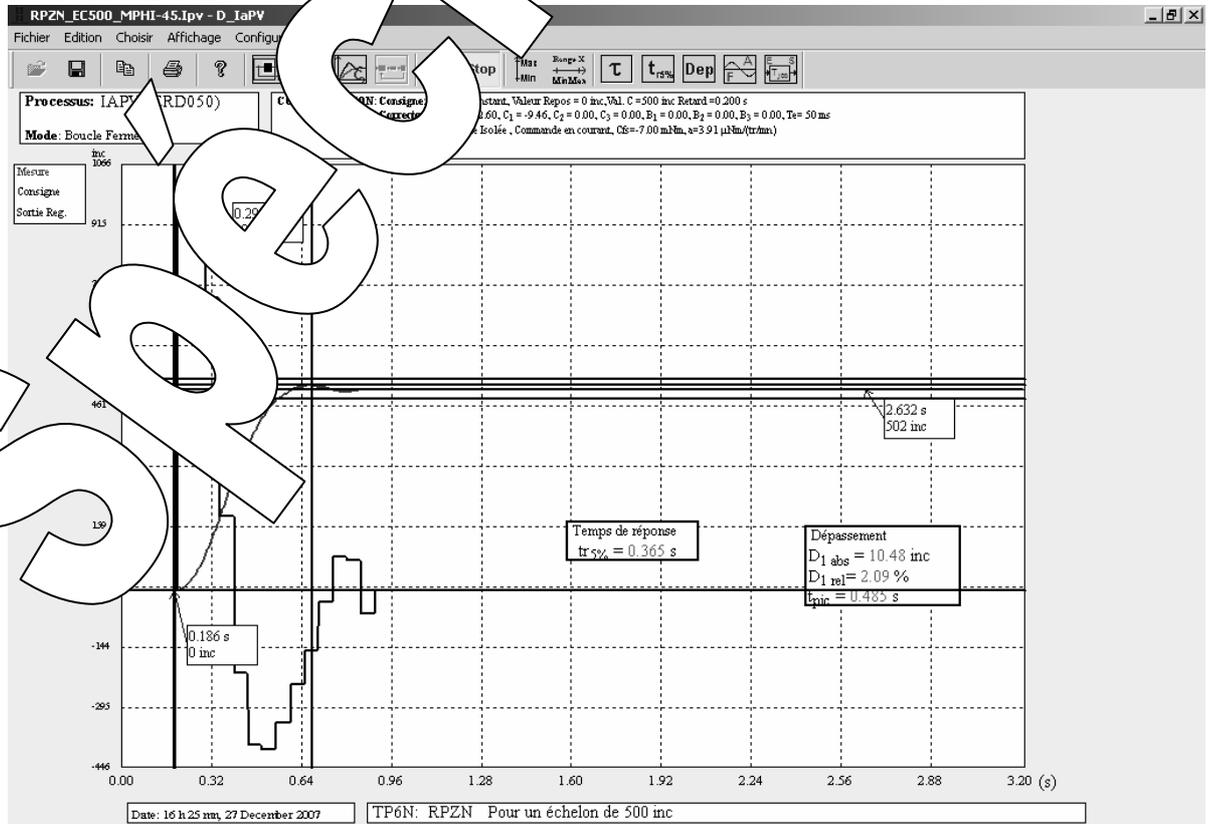


On vérifie que la sortie régulateur ne sature pas:
le premier résultat de calcul est bien 1000 inc

E6. Relevés, dans les mêmes conditions mais pour les réglages 2.
 → Pour $C_0 = 12,6$ et $C_1 = -9,46$ (réglage n°2.1 $M_\phi = 45^\circ$)
 Pour un échelon de 100 inc



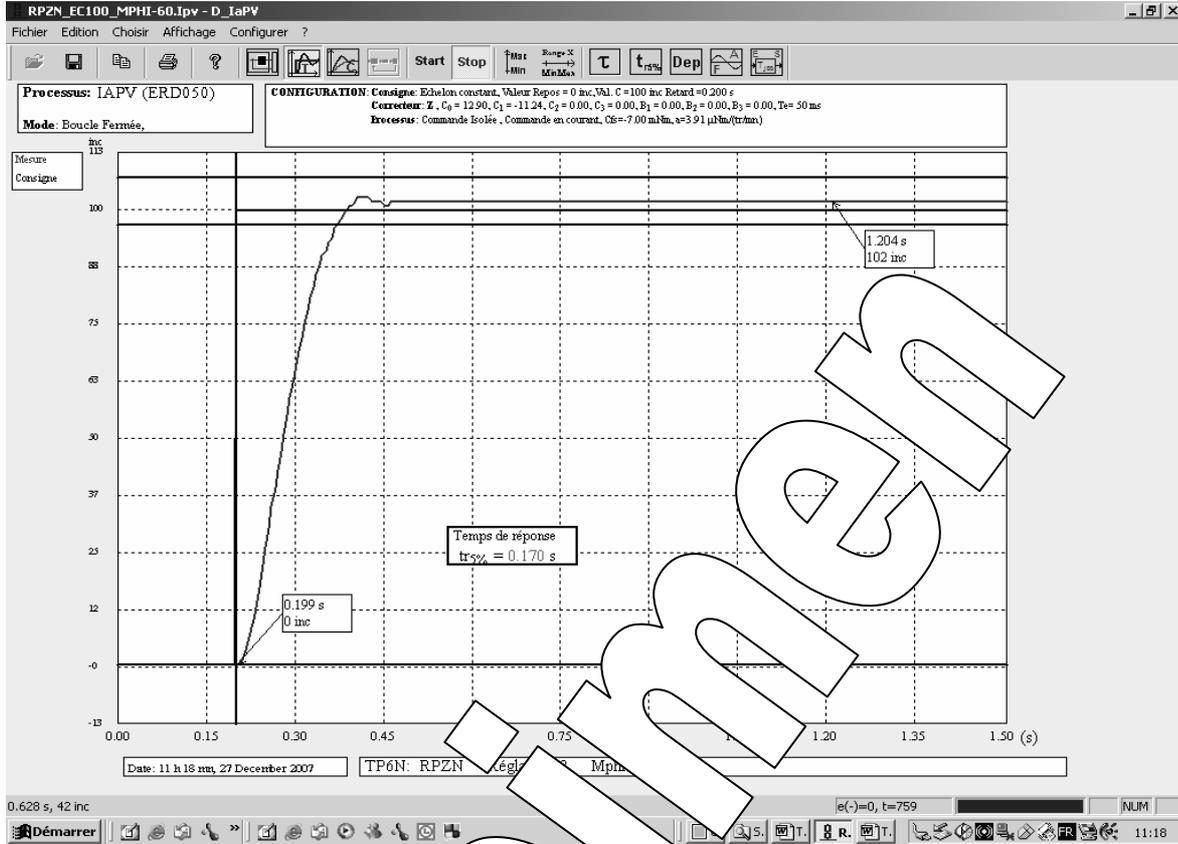
Pour un échelon de 500 inc



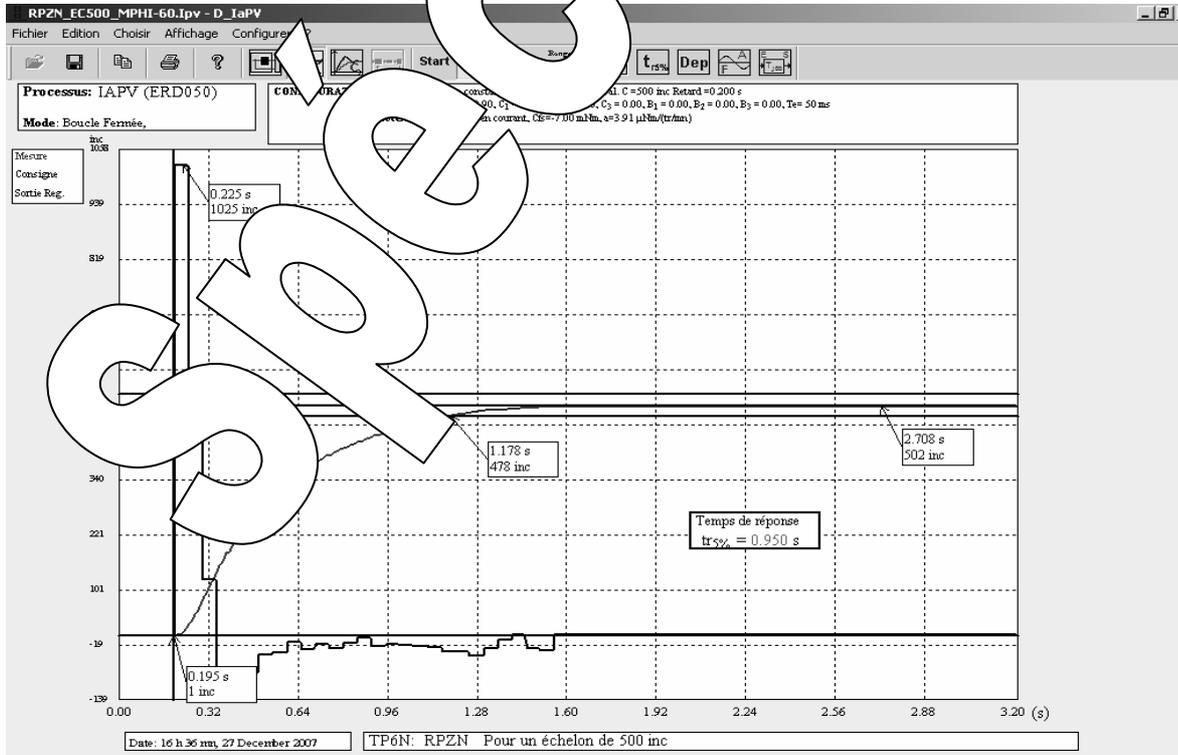
La saturation du régulateur (valeur limitée à 1023 au lieu de $500 \times 12,6 = 6300$ entraîne un diminution du dépassement relatif.

→ Pour $C_0 = 12,9$ et $C_1 = -11,24$ (réglage n°2.2 $M_\phi = 60^\circ$)

Pour un échelon de 100 inc

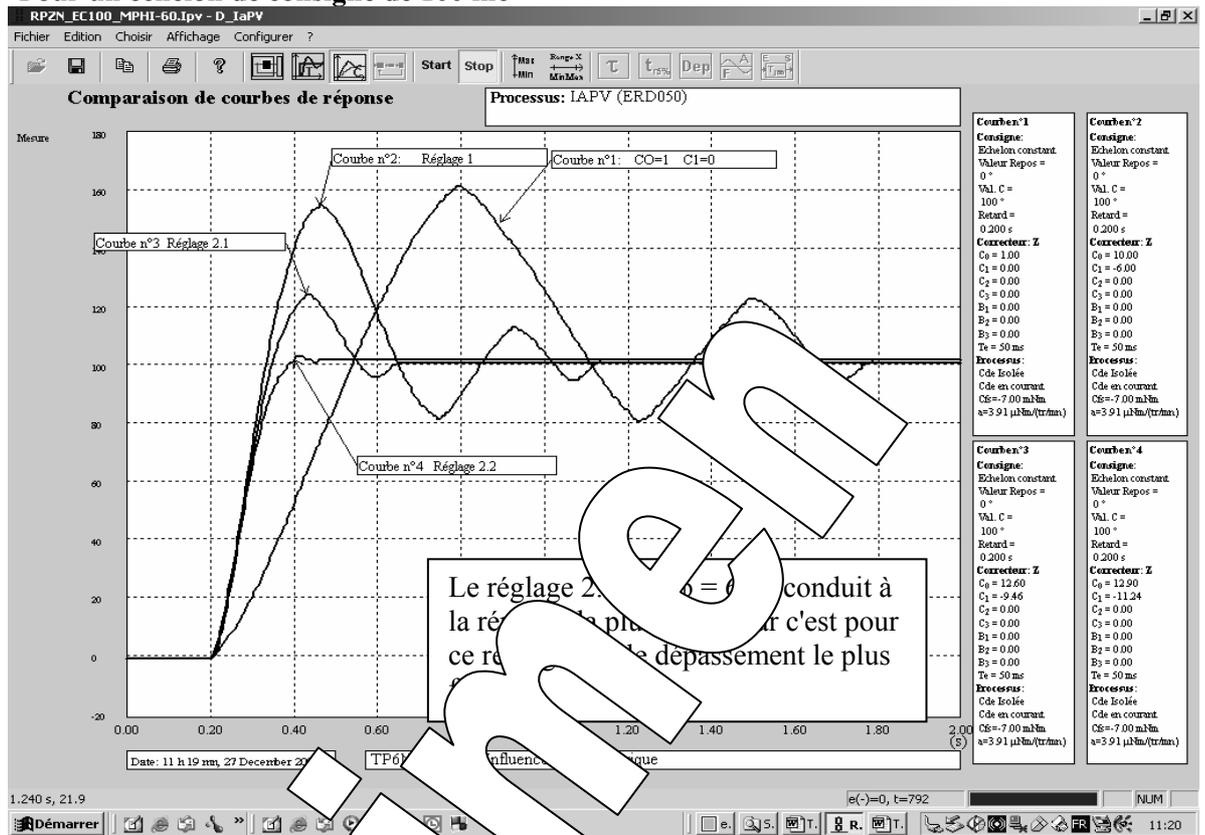


Pour un échelon de 500 inc

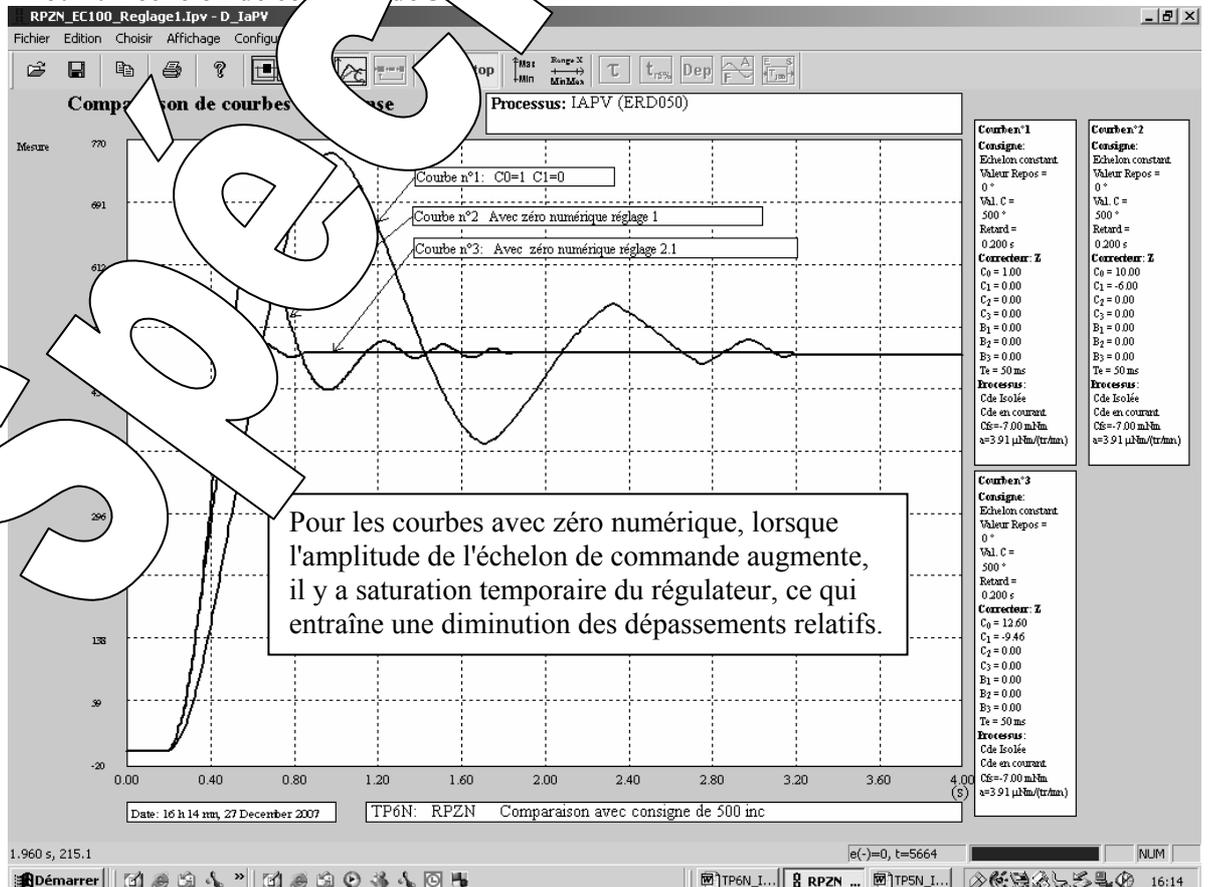


La saturation du régulateur (valeur limitée à 1023 au lieu de $500 \times 12,6 = 6450$ entraîne une augmentation du temps de réponse.

E7. Comparaison pour les trois réglages proposés + correcteur proportionnel - Pour un échelon de consigne de 100 inc

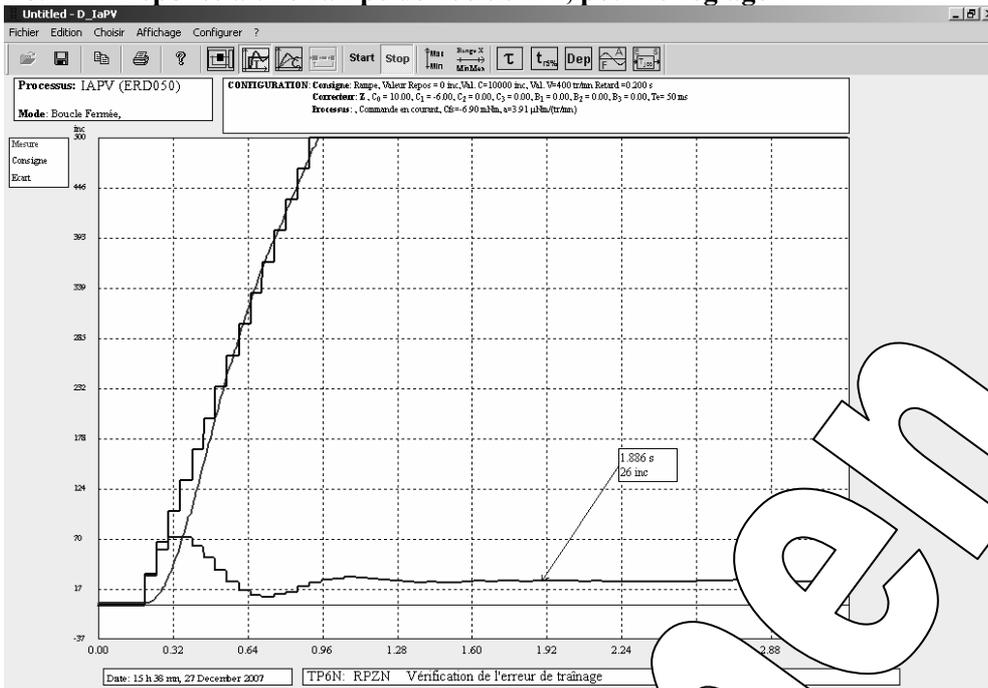


- Pour un échelon de consigne de 500 inc



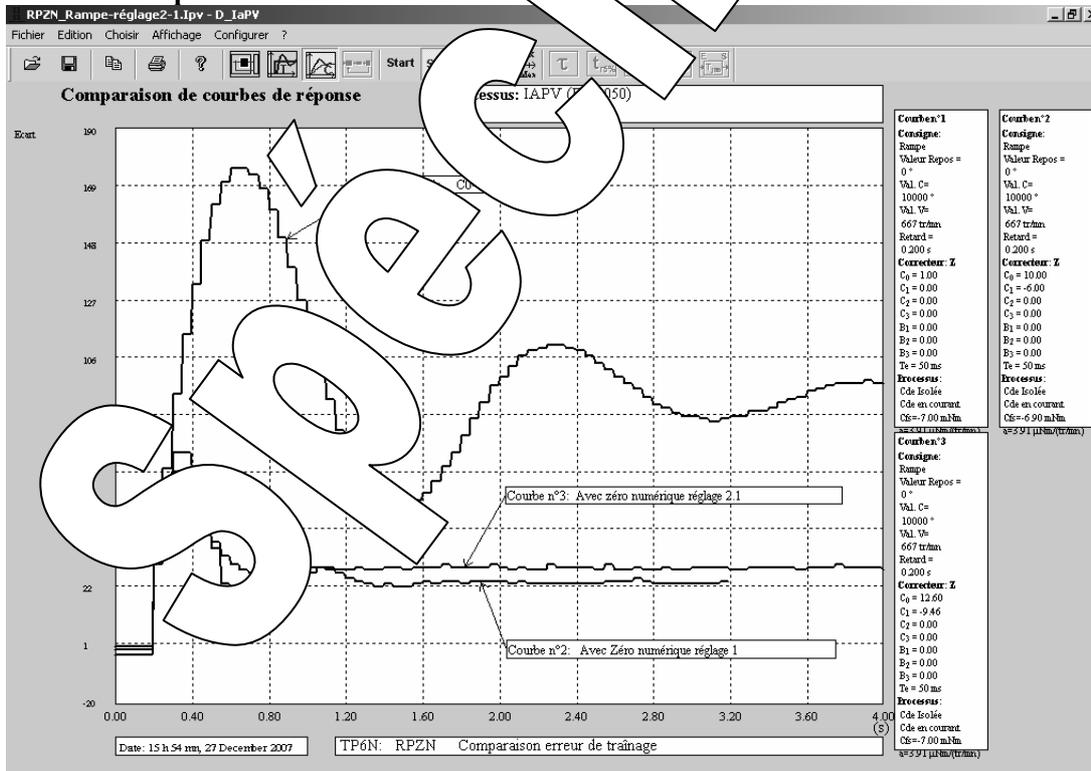
2.3.2 Réponse à une rampe

E8. Réponse à une rampe de 400 tr/min, pour le réglage 1



On constate que l'écart entre la consigne et la mesure est de 26 mm en régime final; c'est l'erreur de traînage. Cette valeur est à comparer avec la valeur de 21 mm.

E9. Comparaison des résultats suivants



On constate l'effet bénéfique de la correction par zéro numérique:

- erreur de traînage plus faible (quasiment divisée par 3)
- régime permanent atteint plus rapidement