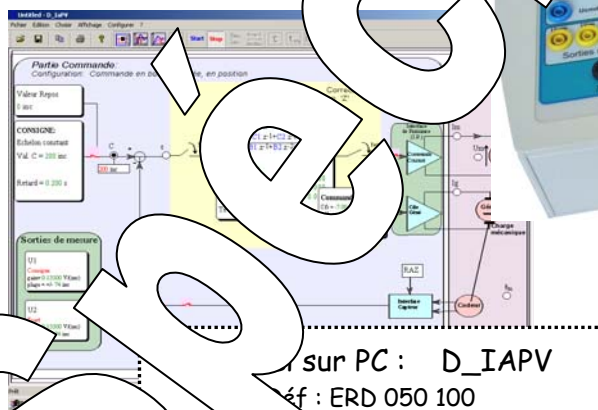


# Manuel de Travaux pratiques sur SYSTEME

## "IAPV-ERD050"

Dans le domaine numérique  
(ou échantillonné ou continu)

# -SUJETS-



### Manuels de Travaux pratiques sujets et Compte-rendus

#### De niveau 1 (Bac)

ERD 050 030 Manuel Sujets (5 sujets 30 pages)  
ERD 050 020 Manuel Compte-rendus (32 pages)

#### De niveau 2 (STS; IUT; Ingénieur)

ERD 050 050 Manuel Sujets (10 sujets 66 pages)  
ERD 050 040 Manuel Compte-rendus (94 pages)

#### De niveau 3 (Domaine numérique)

ERD 050 070 Manuel Sujets (6 sujets 50 pages)  
ERD 050 060 Manuel Compte-rendus (78 pages)



Spécimen

**SOMMAIRE:**

<i>Référence</i>	<i>Thème</i>	<i>Page</i>
TP1N-BON	Identification en Boucle Ouverte de commande Numérique	5
TP2N-RVPN	Régulation de Vitesse avec correction Proportionnelle Numérique	11
TP3N-RVIN	Régulation de Vitesse avec correction Intégrale Numérique	17
TP4N-RVIZ	Régulation de Vitesse avec correction Intégrale et Zéro numérique	23
TP5N-RPPN	Régulation de Position avec correction Proportionnelle Numérique	31
TP6N-RPZN	Régulation de Position avec correction Zéro numérique	41
	Dossier "ressources"	51

Spécimens

Page vierge

Spécimen

Type document:	<b>Sujet de travaux pratiques</b>
Thème :	<b>Identification en Boucle Ouverte dans le domaine Numérique (échantillonné)</b>
Configuration du système :	Maquette "IAPV-ERD050" + Logiciel D_IAPVSyn
Référence :	TP1N-BON
Nom de fichier:	TP1N_IAPV_BON_Su

*Sommaire:*

<b>1. But</b>	<b>2</b>
<b>2. Rappels, hypothèses et notations</b>	<b>2</b>
<b>3. Prédéterminations</b>	<b>3</b>
<b>4. Expérimentations et conclusions</b>	<b>4</b>
<b>4.1. Etude en régime stat</b>	<b>4</b>
<b>4.2. Etude en régime trans</b>	<b>5</b>
4.2.1. Réponse en cons	5
4.2.2. Comportement en régime harmonique	6

# 1. BUT

Il s'agit d'effectuer les essais expérimentaux permettant de déterminer le schéma bloc (dans le domaine "numérique" (échantillonné) du système objet de l'étude, configuré en boucle ouverte. L'interface de puissance permettant de commander le moteur est de type "commande courant" c'est-à-dire qu'il impose un courant dans l'induit du moteur, proportionnel à la grandeur de commande. Ce TP permet également de déterminer les caractéristiques de la charge mécanique accouplée à l'arbre moteur.

# 2. RAPPELS, HYPOTHESES ET NOTATIONS

- La partie commande du système objet de l'expérimentation est réalisée par un micro-contrôleur jouant le rôle du régulateur. On est donc en présence d'un système de commande "numérique" donc à commande "échantillonnée". En mode boucle fermée, le programme de commande (programme régulateur) est effectué à intervalles de temps réguliers appelés "période d'échantillonnage du régulateur" et notée " $T_e$ ". Le résultat du calcul est appliqué comme commande du processus, signal noté  $S_r$  (en inc). Entre deux calculs successifs, la commande est maintenue constante (fonction appelée "bloqueur d'ordre zéro").

- L'interface de puissance est en fait un asservissement de courant. On pourra admettre que cet asservissement est précis statiquement et que son temps de réponse est négligeable (très petit par rapport au temps de réponse du système mécanique). On pourra donc admettre que le rapport entre la consigne courant, en fait la grandeur de commande ( $S_r$  (Sortie régulateur) exprimée en 'inc' (incrément numérique) et le courant dans l'induit du moteur  $I_m$  (exprimée en A) est noté à  $k_i$  (exprimé en A/inc).

- La caractéristique de la charge mécanique est réalisée par un générateur de charge couple l'arbre moteur. Le frottement sec intrinsèque sera compensé (choisir  $C_{fs} = -7 \text{ mN.m}$ ). On pourra donc négliger le frottement sec global du système.

Par contre, sauf indication contraire, le frottement fluide (visqueux) sera activé avec la constante  $a = 4 \mu \text{ N.m/(tr/mn)}$ .

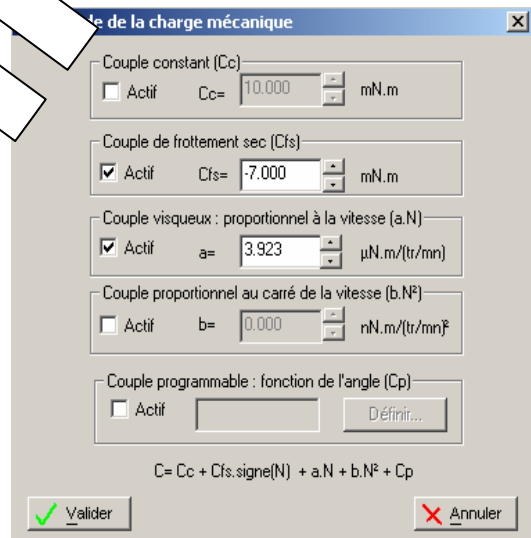
On rappelle que frottement visqueux impose un couple résistant proportionnel à la vitesse de rotation. On notera  $f$  (en  $\text{N.m/(tr/mn)}$ ) le coefficient de proportionnalité. Par conséquent, le chariot mobile sera commandé (en butée en position gauche).

- Le réglage de la position est réalisé grâce à un codeur incrémental délivrant deux signaux quadrature de phase. Le TP sur capteur de position référencé TP1\_IAPV\_CP dans le recueil "Travaux pratiques sur IAPV - ERD050 dans le domaine linéaire continu".

L'information de mesure de la position est noté  $M_n$ . Elle est exprimée en inc (incrément numérique).

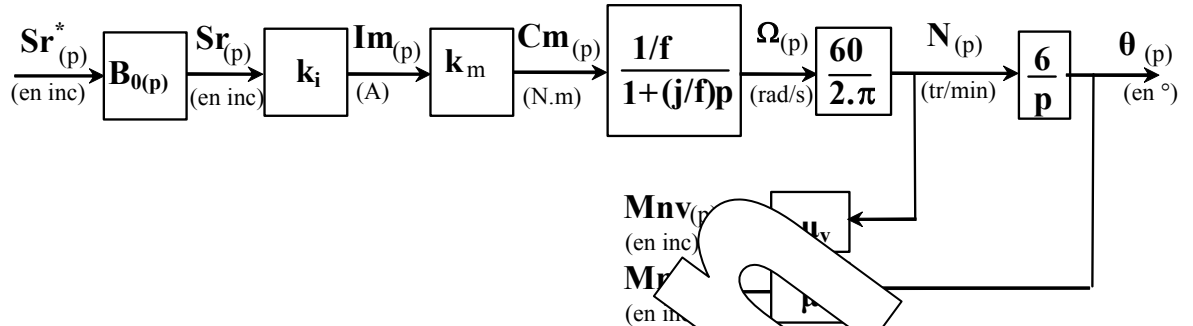
- Le captage de la vitesse angulaire résulte de la dérivation numérique de position angulaire (Voir TP sur capteur de vitesse et accélération référencé TP1\_IAPV\_CVA dans le recueil "Travaux pratiques sur IAPV - ERD050 dans le domaine linéaire continu")

L'information de mesure de la vitesse est notée  $M_{nv}$ . Elle est exprimée en inc (incrément numérique). On rappelle que l'information  $M_{nv}$  est égale à la différence entre deux mesures successives de la position; mesures prises avec un intervalle de temps noté  $T_{ev}$  (période d'échantillonnage de mesure vitesse). Dans cette série de TP on choisira  $T_{ev} = 5 \text{ mS}$



### 3. PREDETERMINATIONS

**P1.** Montrer, à partir d'une mise en équation du système, que l'on peut le modéliser sous la forme du schéma bloc ci dessous.



Où:

- $Sr^*(p)$  est la transformée de Laplace de l'ensemble des résistances de circuit,
- $B_0(p)$  est la fonction de transfert du bloqueur d'ordre 1,
- $j$  représente le moment d'inertie global de la charge (pour le mouvement) (exprimé en  $kg.m^2$ ) -
- $km$  la constante de couple du moteur ( $km = 0.3$ )

**P2.** Exprimer la fonction de transfert  $N(p)/Sr^*(p)$  sous la forme  $\alpha/(1+\tau_0.p)$  si on s'intéresse à la vitesse de rotation du moteur en tr/min, puis la fonction de transfert  $\theta(p)/Sr^*(p)$  sous la forme  $\beta/p(1+\tau_0.p)$  si on s'intéresse à la position angulaire en degré. Exprimer puis calculer les coefficients de transfert (de position et de vitesse)

**P3.** Après avoir rappré les expressions de  $B_0(p)$ , exprimer  $N(p)/Sr^*(p)$  puis  $\theta(p)/Sr^*(p)$ . En déduire, grâce aux tables de transformée en "z", les fonctions de transfert en "z"  $N(z)/Sr^*(z)$  et  $\theta(z)/Sr^*(z)$ . On rappellera les hypothèses d'application.

**P4.** Prédéterminer le comportement statique du système.

**P5.** Prédéterminer le comportement dynamique du système:

**P5a.** Répondre à un échelon constant, puis à un échelon de vitesse en régime harmonique.

**P6.** Prédéterminer les réponses aux questions précédentes en considérant que le coefficient de frottement  $f$  varie de 0 à 10. Aide est fournie.

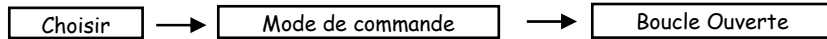
# 4. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

## 4.1. Etude en régime statique

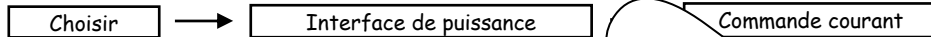
E1. Relever les caractéristiques transfert statique:  
 $I_m = fn(S_r)$ ,  $N = fn(S_r)$  et  $M_{nv} = fn(N)$

Mode opératoire:

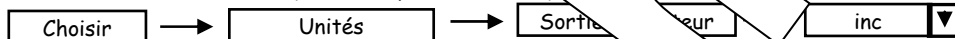
- Choisir le mode de commande "En boucle ouverte", pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



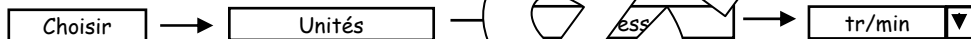
- Choisir le type d'interface de puissance "Commande courant" pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



- Choisir l'unité de  $S_r$ : en incrément numérique (inc) pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



- Choisir l'unité de  $N$ : en tr/min pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



- Choisir la période d'échantillonnage pour le capteur de vitesse:



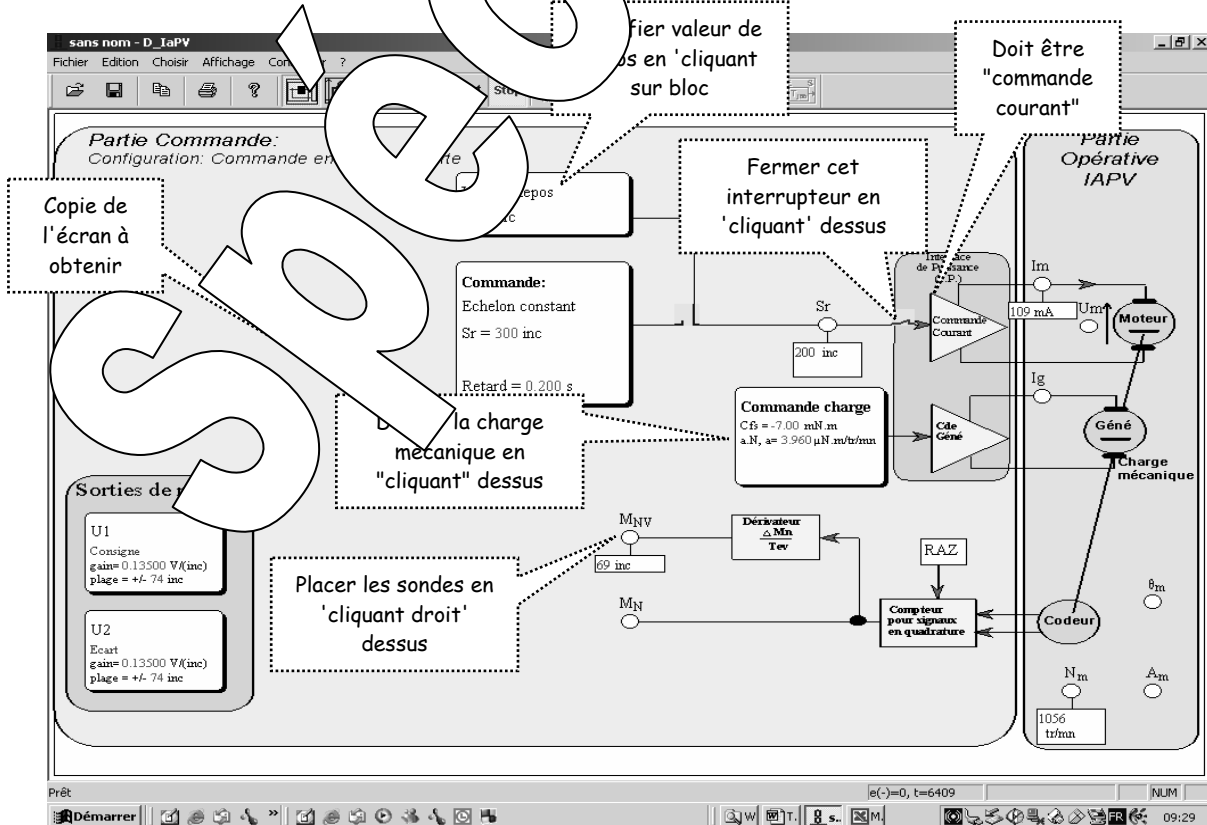
- Choisir une "Valeur de repos" en "Cliquant" sur le bloc correspondant.

- Définir une commande de charge mécanique ( $C_B = 4 \mu N.m/tr/min$ ) en "Cliquant" sur le bloc correspondant. La valeur de  $C_{sf}$  permet de compenser le frottement sec intrinsèque)

- Positionner des sondes (par "clic droit" sur les points  $S_r$ ,  $N_m$  et  $M_{nv}$ )

- Pour la valeur de repos choisie (Valeur de  $S_r$  relevée) relever les valeurs de  $I_m$ , de  $N_m$  (ou valeur de  $N$  mesurée à l'aide d'un tachymètre) et de  $M_{nv}$ .

- Refaire d'autres mesures (pas de  $S_r$  par exemple) et remplir un tableau de mesure (la plage de variation de  $S_r$  est dans ce cas  $\pm 1$  inc).





**E2. Tracer les caractéristiques de transfert statique en boucle ouverte:**

$$I_m = f_n(S_r), N = f_n(S_r) \text{ et } M_{nv} = f_n(S_r)$$

**et en déduire les coefficients de transfert statique  $\alpha$ ,  $k_i$  et  $\mu_v$ .**

Mettre en évidence les imperfections éventuelles.


**E3. Montrer que l'on peut en déduire la valeur du coefficient de frottement fluide (coefficient noté  $f$ ).**

## 4.2. Etude en régime dynamique

### 4.2.1. Réponse à un échelon constant


**E4. Après configuration du système, relever l'évolution des courbes du temps de la vitesse  $N_m = f_n(t)$  suite à une excitation en échelon constant.**

*Mode opératoire:*


- Conserver la configuration précédente du système et choisir une valeur de repos égal à 200 inc
- Choisir une commande "Echelon constant", une "valeur" de 600 et un "Retard" égal à 0,25.
- Sélectionner les points d'enregistrement  $S_r$ ,  $I_m$  et  $M_{nv}$  en cliquant sur "Ajouter" dans la zone "Ajouter" puis appliquer la commande en cliquant sur 

- Visualiser les courbes de réponses obtenues en cliquant sur le bouton 
- Ajuster éventuellement les échelles afin d'obtenir des courbes satisfaisantes. (Min/Max et Range x).

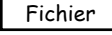

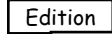
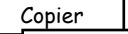
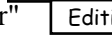
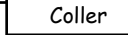
**Relever la constante de temps dominante  $\tau_0$  en boucle ouverte que l'on notera  $\tau_0$ . Montrer que l'on peut en déduire la valeur du coefficient d'inertie rotative (coefficient  $J$ ).**

Dans plan "courbes de réponse" cliquer sur le bouton  et suivre les instructions.

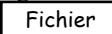
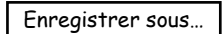
**Relever le temps de réponse  $t_{r5\%}$ .**

Dans plan "courbes de réponse" cliquer sur bouton  et suivre les instructions.



**Dans zone "commentaire" renseigner votre nom et votre groupe de TP puis faire:**


- soit une impression: Dans plan "courbes de réponse" cliquer  → 
- soit une copie: Dans plan "courbes de réponse" cliquer  → 
- soit un collage: Dans plan "courbes de réponse" cliquer  → 

**Enregistrement des courbes dans un fichier de sauvegarde**

- Dans plan "courbes de réponse" cliquer  →  afin de pouvoir effectuer des essais ultérieurs.

**Pour le prochain essai, rajouter l'évolution de  $\theta_m(t)$**

- Repasser dans le plan "schéma synoptique" en cliquant sur  puis ajouter le point d'enregistrement  $\theta_m$  dans la zone "Ajouter" en cliquant sur "Ajouter" dans la zone "Ajouter" puis appliquer la commande en cliquant sur 

- Visualiser les courbes de réponses obtenues en cliquant sur le bouton 

**Vérifier que cet enregistrement permet de vérifier le bloc de transfert  $\theta_{(p)}/N_{(p)}$**

**E6. Reprendre les essais précédents après avoir inhibé le frottement fluide.**

"Cliquer" sur bloc "Commande Charge" et désactiver "couple visqueux" ou faire  $a=0$

### 4.2.2. Comportement en régime harmonique

E7. Etudier partiellement le comportement du système en régime harmonique en effectuant 3 relevés expérimentaux, pour les pulsations d'excitation suivantes:







$$\omega = 1/(2.\tau_0) \text{ puis } \omega = 1/\tau_0 \text{ et enfin } \omega = 2/\tau_0$$

**!! Ne oublier de réactiver le frottement fluide (repositionner le chariot mobile à gauche) !!**

**Pour chaque expérimentation on relèvera les rapports des amplitudes et les déphasages.**


**On vérifiera que les résultats obtenus corroborent ceux des parties précédentes.**

Pour chaque essai:

- "Cliquer" dans bloc "Valeur de Repos" choisir alors Valeur de repos égale à 300 inc.
  - "Cliquer" dans bloc "Commande" puis sur bouton , choisir alors Valeur C égale à 200 inc puis l'amplitude égale à 100 inc, choisir la fréquence et enfin choisir un retard  $\tau_0$ .
  - !! On rappelle que  $F = \omega/2.\pi$**
  - Sélectionner les points d'enregistrement Sr et Nm en "cliquant" gauche sur les boutons  et  respectivement.
  - Visualiser les courbes de réponse en "cliquant" sur le bouton .
  - déterminer les grandeurs recherchées (rapport des valeurs maximales des amplitudes et déphasage) en "cliquant" sur bouton  et en positionnant le curseur sur les points d'intérêt (lire messages).
  - Dans zone "commentaire" inscrire votre nom et votre groupe et le type de l'essai (par exemple: "essai fréquence 100 Hz")
    - soit une impression ,
    - soit une copie d'écran afin de l'insérer dans un document (compte rendu).
  - Enregistrer l'essai dans un fichier de sauvegarde.
- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer"  afin de pouvoir effectuer des comparaisons avec des essais ultérieurs.

E8. Faire un tracé récapitulatif en plaçant sur le même graphique les réponses  $Nm(t)$  sur un même graphique afin de montrer l'évolution de l'amplitude et de la vitesse lorsque la fréquence augmente.

Pour ce faire:

- Activer le plan "Comparaison de courbes de réponse" en "cliquant" sur le bouton .
  - Choisir de comparer les évolutions de la vitesse et de l'amplitude.
  - Charger les différents essais.
- Diagramme de navigation:
- ```

    graph LR
        A[Choisir] --> B[Comparaison de courbes...]
        C[Fichier] --> D[Ouvrir]
    
```

E9. Refaire l'essai précédent en augmentant la fréquence jusqu'à atteindre un déphasage de  $Nm/Sr$  égal à  $90^\circ$ .

Tirer les enseignements de cet essai, notamment en ce qui concerne le modèle adopté (ordre du système).

F. Refaire l'essai précédent, pour  $a = 0$  (Couple visqueux désactivé) à  $\omega = 1/\tau_0$  mais avec

Tirer les enseignements de cet essai.

|                         |                                                                                                        |
|-------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Type document:          | <b>Sujet de travaux pratiques</b>                                                                      |
| Thème :                 | <b>Régulation de Vitesse avec correction Proportionnelle dans le domaine Numérique (échantillonné)</b> |
| Configuration système : | Maquette "IAPV - ERD050" + Logiciel D_IAPV                                                             |
| Référence :             | TP2N-RVPN                                                                                              |
| Nom de fichier:         | TP2N_IAPV_RVPN_Sujet des                                                                               |

Sommaire:

|                                              |   |
|----------------------------------------------|---|
| 1. But                                       | 2 |
| 2. Hypothèses                                | 2 |
| 3. Prédéterminations                         | 3 |
| 4. Expérimentations                          | 3 |
| 4.1. Etude de la réponse                     | 3 |
| 4.2. Régime dynamique                        | 5 |
| 4.2.1. Cas de l'échelon constant             | 5 |
| 4.2.2. Cas de l'échelon en régime harmonique | 6 |

# 1. BUT

Il s'agit de mettre en oeuvre le système IAPV-ERD050 en mode "Boucle fermée", en vitesse, avec une correction de type "échantillonné" proportionnelle.

Ce TP permet également de vérifier expérimentalement un certain nombre de notions concernant les asservissements linéaires échantillonnés:

- calcul de la fonction de transfert en boucle fermée,
- influence d'un bouclage sur un système du premier ordre,
- précision d'un système du premier ordre en boucle fermée.

# 2. HYPOTHESES ET NOTATION

- Au niveau de l'interface de puissance on choisira une commande du moment couple.

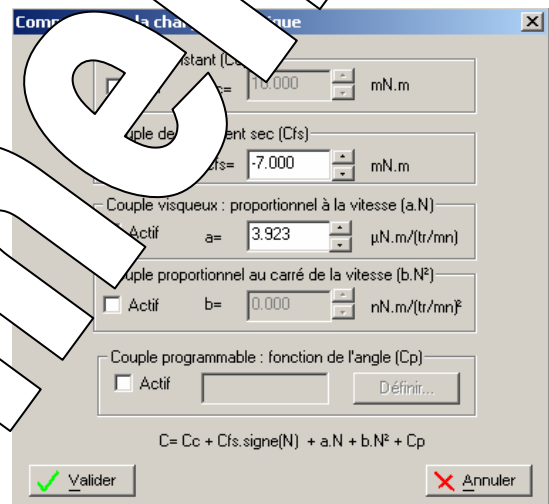
- La caractéristique de la charge mécanique est réalisée par un générateur de charge accouplée à l'arbre moteur. Le frottement sec intrinsèque sera compensé (choisir  $Cfs = -7 \text{ mN.m}$ ).

On pourra donc négliger le frottement sec global du système.

Par contre, sauf indication contraire, le frottement fluide (visqueux) sera activé avec la valeur

$$a = 4 \mu \cdot \text{N.m/tr/min}$$

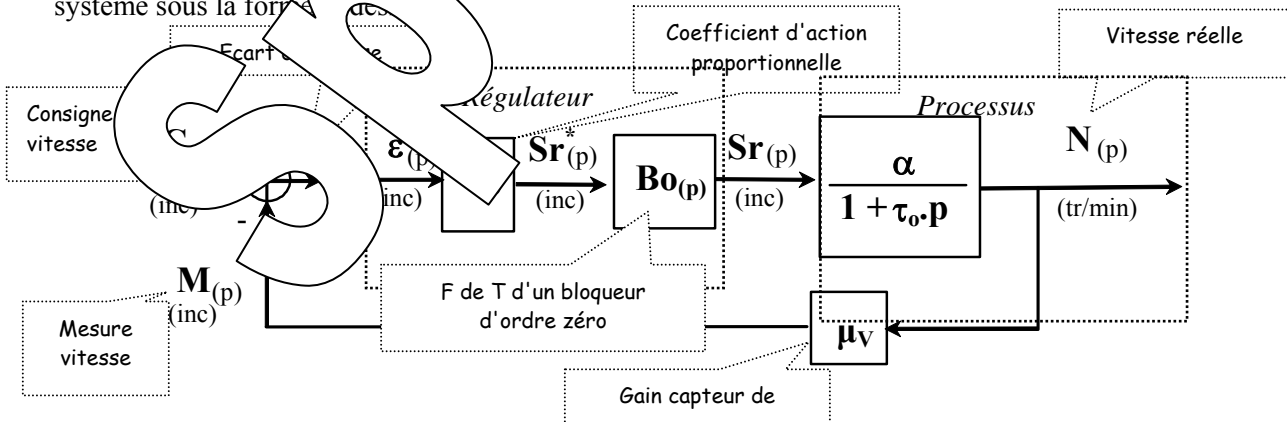
On rappelle que le frottement visqueux induit un couple résistant proportionnel à la vitesse de rotation. On notera  $f$  (en  $\text{Nm}/(\text{rad/s})$ ) le coefficient de proportionnalité. Sans indication contraire, le chariot sera toujours complètement rentré (en butée en position zéro).



- Le correcteur choisi sera un correcteur proportionnel. On donne ci-après la fonction de transfert pour une correction proportionnelle, sachant que le coefficient  $C_0$  sera choisi différent de 0.

$$\frac{Sr(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{C_0 + C_1.z^{-1} + C_2.z^{-2} + C_3.z^{-3}}{1 + B_1.z^{-1} + B_2.z^{-2} + B_3.z^{-3}}$$

D'après les résultats de l'étude des hypothèses formulées, on peut mettre le schéma bloc du système sous la forme suivante:



Le coefficient d'action proportionnelle noté " $C_0$ " est réglable par l'utilisateur.

### 3. PREDETERMINATIONS

**P1.** Proposer un schéma bloc du système en boucle fermée, dans le domaine échantillonné (en "z").

Déterminer les fonctions de transfert en boucle fermée dans le domaine échantillonné en utilisant les résultats obtenus dans le TP (réf:TP1N\_IAPV\_BON):

|                                                           |                                                               |                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $F_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{C_{(z)}} = \frac{k_F}{z - P_F}$ | $F_{N(z)} = \frac{N_{(z)}}{C_{(z)}} = \frac{k_{FN}}{z - P_F}$ | k <sub>F</sub> et k <sub>FN</sub> sont des coefficients sans dimension<br>P <sub>F</sub> est le pôle en boucle fermée |
|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Pour une période d'échantillonnage du régulateur égale à celle de la chaîne de commande, déterminer la valeur à donner à C<sub>0</sub> pour que le système en boucle fermée soit 2 fois plus précis que la chaîne en boucle ouverte (en réponse à un échelon constant) ou une bande passante 2 fois plus large que celle de la chaîne en boucle ouverte (en réponse à une sinusoïde harmonique). Donner les limites de validités.

En déduire le coefficient de transfert en régime permanent.

**P2.** Déterminer le coefficient de transfert en régime permanent de précision défini par

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon S}{c}$$

Etudier son comportement en fonction du paramètre réglable C.

On précisera les limites de validité de cette expression.

**P3.** Prédéterminer, sur la base de la bande passante précédemment prédéterminée, le comportement du système en régime dynamique.

**P3a.** Répondre à un échelon de vitesse constant C=250 inc

On précisera les valeurs de S<sub>r</sub> et de M aux instants

de 0, 10 et 20 ms. On utilisera la transformation inverse en "z" ou par la méthode de récurrence.

**P3b.** Répondre à un échelon de vitesse (rampe) (en approché)

**P3c.** Répondre à une sinusoïde en régime harmonique (en approché)

**P4.** Etudier la stabilité du système en fonction de la valeur donnée au coefficient C<sub>0</sub>

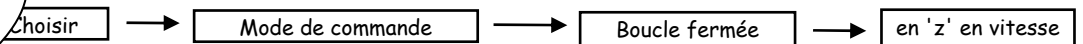
### 4. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

#### 1. Etude en régime statique

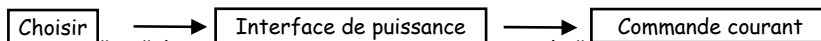
Rechercher les caractéristiques transfert statiques: N = fn(C) ; M = fn(C) et ε = fn(C)

à l'aide de la chaîne de commande.

Choisir le mode de commande "En boucle fermée", pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



- Choisir le type d'interface de puissance "Commande tension" pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



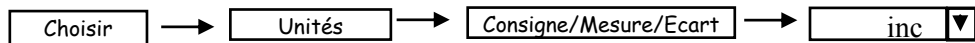
- Choisir l'unité de S<sub>r</sub>: en "inc" (car commande en courant) pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



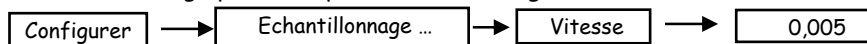
- Choisir l'unité de N: en tr/min pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



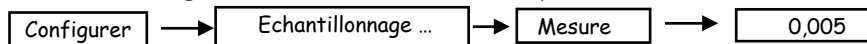
- Choisir l'unité de C, M et ε: en incrément numérique (inc) pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



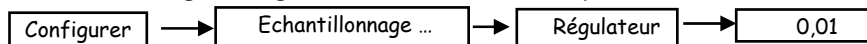
- Choisir la période d'échantillonnage pour le capteur de vitesse égale 5 mS



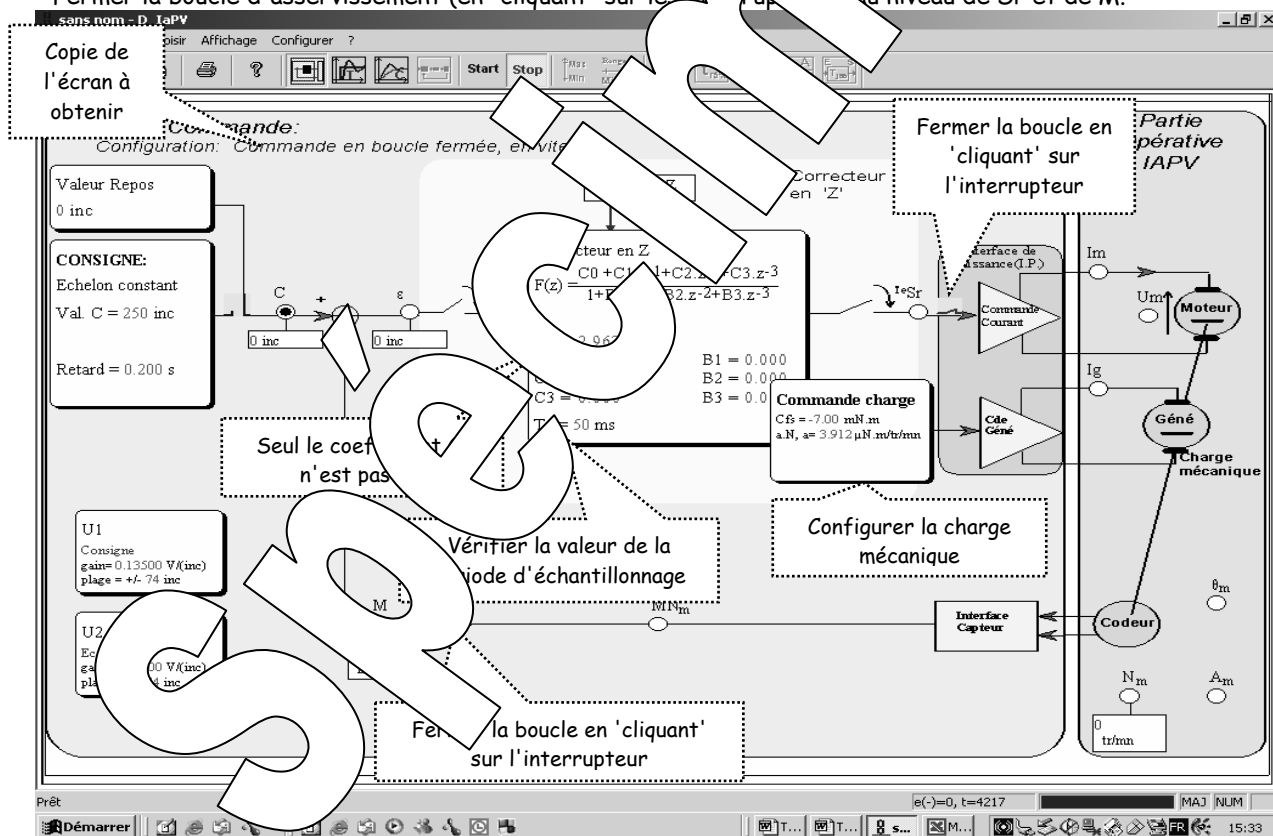
- Choisir la période d'échantillonnage de mesure (intervalle de temps entre deux échantillons en mémoire)



- Choisir la période d'échantillonnage du régulateur (intervalle de temps entre deux calculs)



- Choisir une "valeur de repos" de 0 inc en "Cliquant" sur le bloc correspondant
- Définir une commande de charge mécanique (frottement fluide) de 100% en "Cliquant" sur le bloc correspondant
- Configurer le correcteur et définir la valeur du coefficient d'action proportionnelle en "Cliquant" sur le bloc correspondant
- Positionner des sondes (par "clic droit" sur les points C; M; ε et Nm)
- Pour la valeur de repos choisie pour C, relever les valeurs de M, ε et Nm à l'aide d'un tachymètre si disponible
- Refaire d'autres mesures pour d'autres valeurs de repos et remplir le tableau de mesure (jusqu'à atteindre les limites de vitesse)
- Fermer la boucle d'asservissement (en "clicant" sur les interrupteurs au niveau de Sr et de M).



**E2. Tracer les caractéristiques de transfert statiques en boucle fermée  $N = fn(C)$  et  $M=fn(C)$   
 En déduire les coefficients de transfert statiques en boucle fermée (coefficients  $K_{FN}$  et  $K_F$ ).  
 Mettre en évidence les limites de la proportionnalité.**

**E3. Tracer la caractéristique de précision statique  $\epsilon = fn(c)$ .  
 En déduire le coefficient de précision statique (coefficient  $K_\epsilon$ ).**

**E4. Relever puis tracer les caractéristiques:  $K_{FN} = fn(C_0)$  et  $K\epsilon = fn(C_0)$  pour une consigne de  $C = 250$  inc**

## 4.2. Etude en régime dynamique



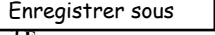
### 4.2.1. Réponse à un échelon constant

**E5. Après configuration du système, relever l'évolution au cours du temps de la mesure vitesse  $M = fn(t)$  suite à une excitation en échelon constant.**

**Mettre en évidence l'erreur statique.**

**Enregistrer le résultat de l'essai dans un fichier sur disque dur.**


*Mode opératoire:*

- Conserver la configuration précédente du système
- Choisir une grandeur de repos égal à 0 inc
- Choisir une commande de type "Echelon constant" avec une "valeur" égale à 250 inc et un "Retard" égal à 0,25.
- Sélectionner les points d'enregistrement  $M$  puis en cliquant dessus.
- Appliquer la commande en "cliquant" sur le commutateur 
- Visualiser les courbes de réponses obtenues en cliquant sur le bouton 
- Ajuster éventuellement les échelles afin d'obtenir des allures satisfaisantes (bouton Min/Max et Zoomx)
- Pour enregistrer le résultat de l'essai cliquer sur le bouton 

→ **Relever la constante de temps** (inc) de la note TF.

- Dans plan "courbes de réponse" cliquer sur bouton  et suivre les instructions.

→ **Relever le temps de réponse**

- Dans plan "courbes de réponse" cliquer sur bouton  et suivre les instructions.

Vérifier que le système se comporte comme un système du premier ordre.

→ Dans l'onglet "commentaire" insérer votre nom et votre groupe de TP puis faire:

soit une image

- Dans plan "courbes de réponse" cliquer

Fichier



Imprimer

soit une copie à insérer dans un document (compte rendu)

- Sous "WORD" cliquer


Edition




Coller

**E6. Vérification des valeurs des échantillons résultats de calcul du régulateur ( $S_r$ )**


Pour le même essai que précédemment (sans forcément le refaire):


- Retourner dans le plan "synoptique" en cliquant sur 
- Sélectionner les points d'enregistrement  $C$  et  $S_r$  en "cliquant" dessus,

- Visualiser les courbes de réponses obtenues en "cliquant" sur le bouton 
- Ajuster éventuellement les échelles afin d'obtenir des allures satisfaisantes (bouton Min/Max et Zoomx)
- Placer des sondes pour relever les différentes valeurs de  $S_r$  aux instants d'échantillonnages.
- Comparer les valeurs obtenues avec les valeurs prédéterminées.

**E7. Vérification des valeurs des échantillons de la mesure vitesse ( $M$ )**

Pour le même essai que précédemment (sans forcément le refaire):

- Retourner dans le plan "synoptique" en cliquant sur 
- Sélectionner les points d'enregistrement  $C$  et  $M$  en "cliquant" dessus,

- Visualiser les courbes de réponses obtenues en "cliquant" sur le bouton 
- Ajuster éventuellement les échelles afin d'obtenir des allures satisfaisantes (bouton Min/Max et Zoomx)
- Placer des sondes pour relever les différentes valeurs de M aux instants d'échantillonnages (toutes les 50 mS).
- Comparer les valeurs obtenues avec les valeurs prédéterminées.

#### 4.2.2. Comportement en régime harmonique


**E8. Etudier partiellement le comportement du système en régime harmonique en effectuant 3 relevés expérimentaux, pour les pulsations d'excitation suivantes:**

$$\omega = 1/(2.\tau_F) \text{ puis } \omega = 1/\tau_F \text{ et enfin } \omega = 2/\tau_F$$


**Pour chaque expérimentation on relèvera le rapport des valeurs moyennes, le rapport des amplitudes ainsi que le déphasage.**

**On vérifiera que les résultats obtenus corroborent les prédéterminés figurant dans ce sujet.**

*Mode opératoire:*


- "Cliquer" dans bloc "Commande" puis sur bouton , choisir la valeur de la valeur repos puis l'amplitude et enfin la fréquence.

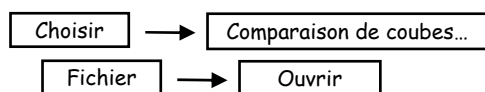
**!! On rappelle que  $F = \omega/2.\pi$**

- Sélectionner les points d'enregistrement et Nm avant de commencer l'expérience.
- Déterminer les grandeurs recherchées (rapport des valeurs moyennes, rapport des amplitudes et déphasage) en "cliquant" sur bouton  et en positionnant les sondes demandées (lire messages).
- Dans zone "commentaire" inscrire votre nom, votre numéro de TP puis faire:
  - soit une impression ,
  - soit une copie d'écran afin d'insérer dans un document (compte rendu).

**E9. Faire un tracé recadré et tracer les trois réponses  $Nm(t)$  sur un même graphique afin de montrer l'évolution de la vitesse lorsque la fréquence augmente.**

Pour ce faire:

- Activer le plan "Comparaison" et la courbe de réponse en "cliquant" sur le bouton 
- Choisir de comparer l'évolution de la vitesse
- Choisir différents paramètres





|                            |                                                                                  |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| Type document:             | <b>Sujet de travaux pratiques</b>                                                |
| Thème :                    | <b>Régulation de Vitesse avec correction Intégrale Numérique (Echantillonné)</b> |
| Configuration du système : | Maquette "IAPV-ERD050" + Logiciel D_IAPV                                         |
| Référence :                | TP3N-RVIN                                                                        |
| Nom de fichier:            | TP3N_IAPV_RVIN_S...doc                                                           |

Sommaire:

|                                           |   |
|-------------------------------------------|---|
| <b>1. But</b>                             | 2 |
| <b>2. Hypothèses et</b>                   | 2 |
| <b>3. Prédéterminations</b>               | 2 |
| <b>4. Expérimentation et observations</b> | 3 |
| 4.1. Etude de régime statique             | 3 |
| 4.2. Etude de régime dynamique            | 4 |
| 4.2.1. Commande en régime constant        | 4 |
| 4.2.2. Commande en régime harmonique      | 6 |

# 1. BUT

Il s'agit de mettre en oeuvre le système IAPV-ERD050 en mode "Boucle fermée", en vitesse, avec une correction I (Intégrale) dans le domaine échantillonné.

Ce TP permet également de vérifier expérimentalement un certain nombre de notions concernant les asservissements linéaires échantillonnés:

- calcul de la fonction de transfert en boucle fermée,
- influence d'une action de correction intégrale sur le comportement statique et dynamique,
- influence du coefficient réglable sur la stabilité du système.

# 2. HYPOTHESES ET NOTATION

- Au niveau de l'interface de puissance on choisira une commande pour le moteur.

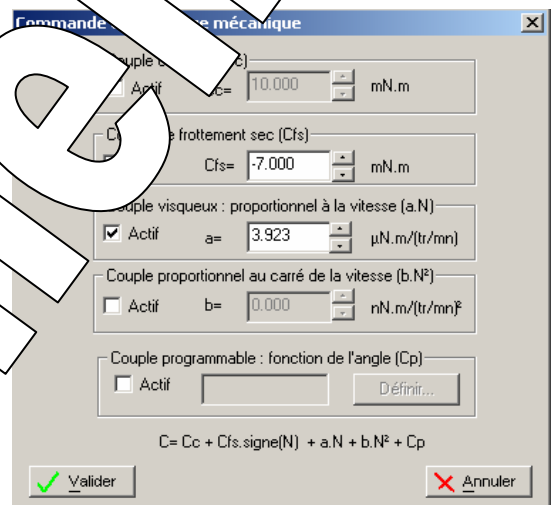
- La caractéristique de la charge mécanique est réalisée par un générateur de charge accouplée à l'arbre moteur. Le frottement sec intrinsèque sera compensé (choisir Cfs= -7 mN.m).

On pourra donc négliger le frottement sec global du système.

Par contre, sauf indication contraire, le frottement visqueux (visqueux) sera activé avec la valeur

$$a = 4\mu \cdot \text{N.m/tr/min}$$

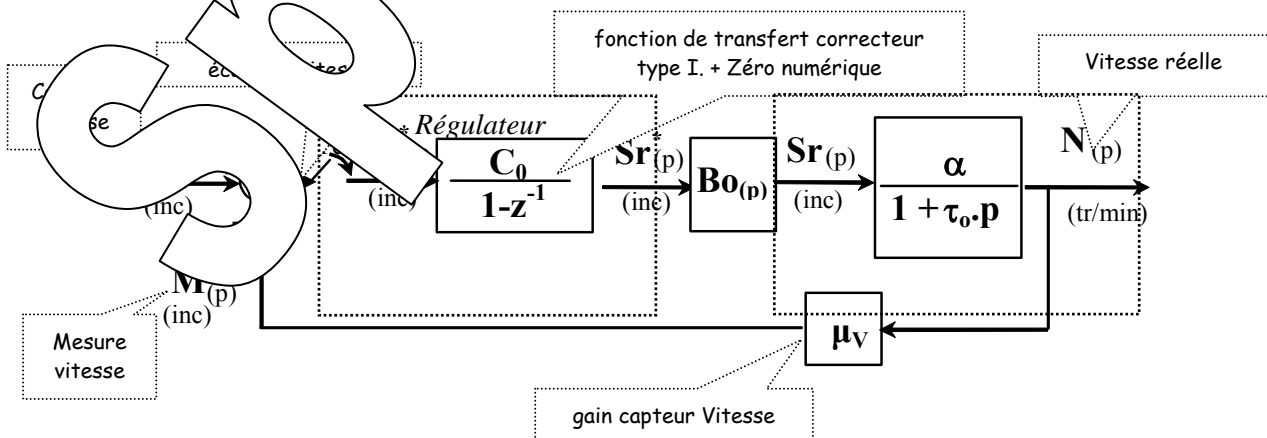
On rappelle que frottement visqueux pose un couple résistant proportionnel à la vitesse de rotation. On a  $f$  (en Nm/(rad/s) le coefficient de proportionnalité. Sauf indication contraire, le chariot moteur sera complètement rentré (en butée en position gauche).



- Le correcteur choisi sera le correcteur en 'z' et on donne ci-après la fonction de transfert. Pour la correction Intégrale, on choisira le coefficient B1 la valeur -1 et le coefficient B2 sera différent de 0.

$$\frac{Sr(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{C_0 + C_1.z^{-1} + C_2.z^{-2} + C_3.z^{-3}}{1 + B_1.z^{-1} + B_2.z^{-2} + B_3.z^{-3}}$$

D'après les résultats du TP et les hypothèses formulées, on peut mettre le schéma bloc du système sous la forme suivante:



# 3. PREDETERMINATIONS

**P1.** Exprimer la relation de récurrence qui lie les échantillons de  $S_r$  (résultats des calculs effectués par le correcteur numérique) aux échantillons de l'écart  $\varepsilon$ .

Partant d'un état où  $S_r = 0$ , déterminer, pour  $C_0 = 2$  les différents échantillons de  $S_r$  suite à une excitation constante = 50 inc au niveau de  $\varepsilon$ .

Faire une analogie avec un correcteur type Intégrale dans le domaine 'continu' dont la fonction de transfert serait  $1/T_i.p$ .

Dans les prédéterminations et en expérimentations on choisira  $T_e = 0,05$  S

**P2.** Exprimer les fonctions de transfert en boucle fermée, dans le domaine échantillonné et les mettre sous les formes suivantes:

$$F_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{c_{(z)}} = \frac{k_F \cdot z}{z^2 + a_1 \cdot z^1 + a_0} \quad F_{N(z)} = \frac{N_{(z)}}{z^2 + a_1 \cdot z^1 + a_0} = \frac{k_{FN} \cdot z}{z^2 + a_1 \cdot z^1 + a_0}$$

Déterminer la valeur de  $C_0$  qui conduit à ce que  $F_{(z)}$  ait des pôles complexes (Pôle double).

On déterminera la valeur de ce pôle puis de la constante de temps équivalente que l'on notera  $\tau_F$ .

**P3.** Exprimer le coefficient de transfert d'écart et l'erreur statique.

**P4.** Prédéterminer, pour  $C_0$  précédemment choisi le comportement du système en régime dynamique:

**P4a.** Réponse à un échelon constant.

On déterminera les valeurs de  $m_{(t)}$  aux instants  $t = \tau_F$  et  $t = 2\tau_F$ , pour un échelon égale à 100 inc. Comment évolue cette réponse si on agit sur la valeur de  $C_0$ .

**P4b.** Réponse à une rampe. On imprimera l'erreur de traînage et on calculera sa valeur pour une accélération de  $100 \text{ inc/s}^2$ .

**P4c.** Comportement en régime harmonique en assimilant le système à un modèle continu du deuxième ordre à deux pôles complexes conjugués.

**P5.** Etudier la stabilité du système. Déterminer le coefficient  $C_0$  qui conduira à rendre le système instable.

## 4. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

### 4.1. Etude (logicielle) statique

**E1.** Déterminer les caractéristiques transfert statiques:  $M = f_n(C)$ ; et  $\varepsilon = f_n(C)$

Mode opératoire

Choisir une valeur de repos en "Cliquant" sur le bloc correspondant

Choisir une commande "En boucle fermée", pour cela "cliquer" sur les menus successifs:

Mode de commande → Boucle fermée → en 'z' Vitesse

Choisir une commande "Interface de puissance" pour cela "cliquer" sur les menus

Interface de puissance → Commande courant

Choisir une valeur de repos de  $S_r$ : en "mA" (car commande en courant) pour cela "cliquer" sur les menus successifs:

Choisir → Unités → inc

- Choisir une "valeur de repos" en "Cliquant" sur le bloc correspondant

- Définir une commande de charge mécanique (frottement fluide) de 100% en "Cliquant" sur le bloc correspondant

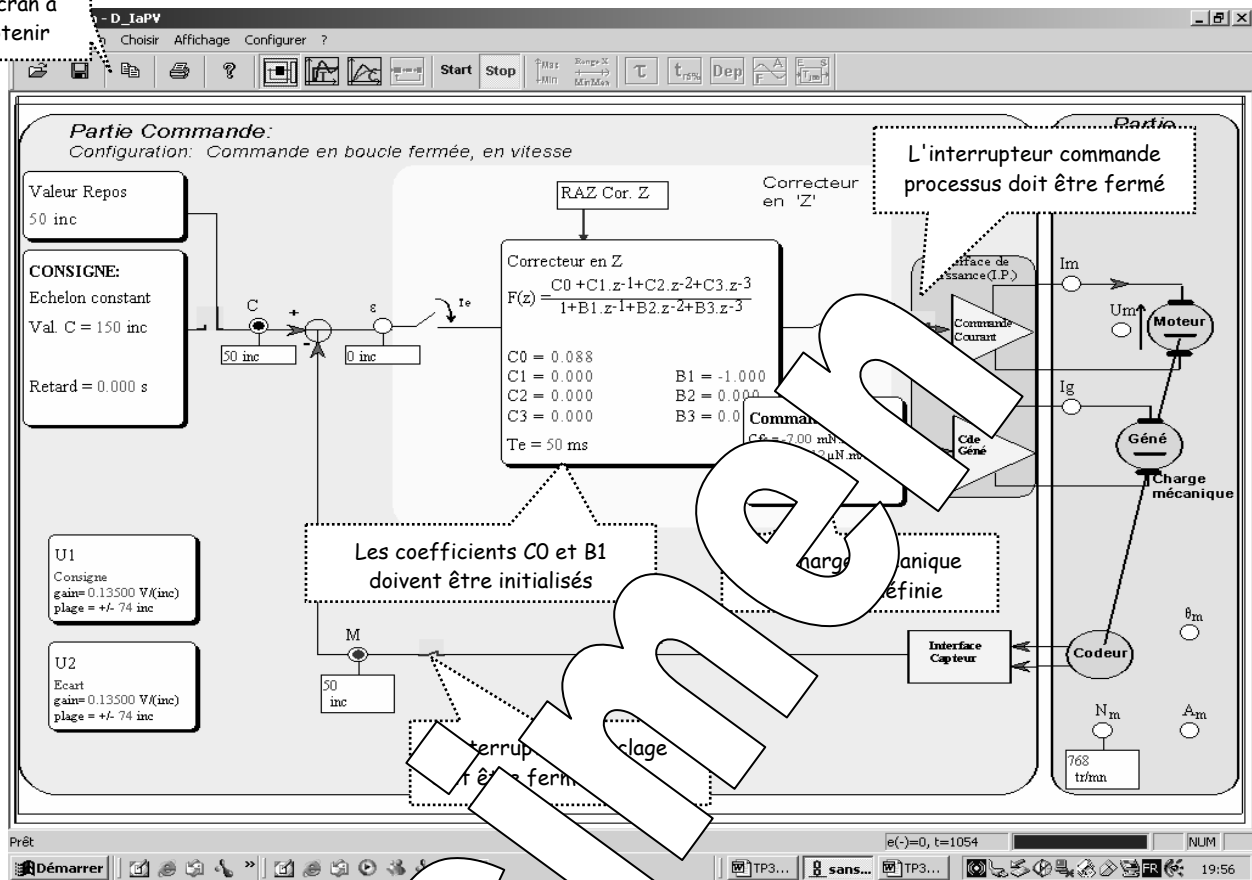
- Configurer le correcteur:  $C_0$  d'après prédétermination et  $B_1 = -1$

- Positionner des sondes (par "clic droit" sur les points  $C$ ,  $M$  et  $N_m$ )

- Pour la valeur de repos choisie, relever les valeurs de  $C$ ,  $\varepsilon$  et  $N_m$  (ou valeur de  $N$  mesurée à l'aide d'un tachymètre si disponible)

- Refaire d'autres mesures pour d'autres valeurs de repos et remplir un tableau de mesure (jusqu'à atteindre les limites de vitesse)

Copie de l'écran à obtenir



Tracer les caractéristiques de transfert statiques en boucle fermée:

$$M = f(\omega) \text{ et } N = f(\omega)$$

En déduire les coefficients de transfert statiques en boucle fermée.  
Mettre en évidence les propriétés de proportionnalité.

E2. Tracer la caractéristique de précision statique:  $\epsilon = f(C)$ .

## 4.2. Etude de la réponse dynamique

### 4.2.1. Réponse à un échelon constant



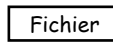

Y. Réponse à un échelon constant (Interrupteurs de liaison processus et de bouclage

Des essais sont effectués en P1, effectuer le relevé expérimental et vérifier les prédictions faites à ce sujet.


E4. A la configuration du système, relever l'évolution au cours du temps de la vitesse  $N_m = f(t)$  suite à une excitation en échelon constant.  
Enregistrer le résultat dans fichier sur disque dur.

Mode opératoire:

- Conserver la configuration précédente du système.
- Choisir une grandeur de repos égal à 50.
- Choisir une commande de type "Echelon constant" en "cliquant" sur bouton [ ] puis affecter une "valeur C" égale à 150 inc (ce qui correspond à une variation de consigne de 100 inc et un "Retard" égal à 0,15).

- Sélectionner les points d'enregistrement C et M en "cliquant" dessus
- Appliquer la commande en "cliquant" sur le commutateur 
- Visualiser les courbes de réponses obtenues en "cliquant" sur le bouton 
- Ajuster éventuellement les échelles afin d'obtenir des allures satisfaisantes (bouton Min/Max et Zoomx)
- Pour enregistrer le résultat de l'essai, "cliquer" :  → 
- Inscrire vos noms et groupes de TP dans la zone commentaire.

**Relever le temps de réponse à 5%.**

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer" sur bouton  et suivre les instructions.

**Dans zone "commentaire" inscrire votre nom et votre groupe TP puis faire:**

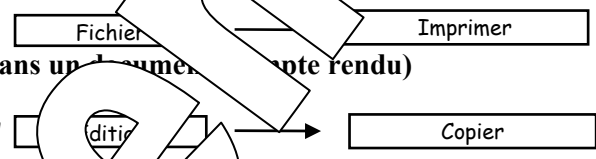
→ **soit une impression ,**

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer"

→ **soit une copie d'écran afin de l'insérer dans un document (copie rendue)**

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer"


Ensuite sous "WORD" par exemple, "cliquer"

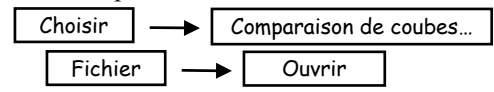


En se servant de l'essai précédent, positionner les curseurs de mesure sur le signal  $m(t)$  aux instants multiples de  $\tau_F + \text{décalage}$  (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100) et relever les différentes valeurs de  $m$  avec les valeurs prédéterminées (valeur de  $m$  en pourcentage de  $m$ ).

**E5. Refaire l'essai précédent et appliquer modifier la valeur de  $C_0$ . On recherchera la valeur du coefficient  $C_0$  qui conduit à la réponse la plus rapide. On tracera sur un même plan les courbes obtenues pour des valeurs différentes de  $C_0$  et on étudiera l'évolution du temps de réponse à 5%. On comparera le temps de réponse minimum obtenu avec celui obtenu en TP réf: TP2N\_IAPV\_RVPN.**

**E6. Faire un écran d'essai en traçant les réponses  $Nm(t)$  sur un même graphique afin de montrer l'évolution lorsque l'on augmente le coefficient  $C_0$ . Pour ce faire:**

- Activer l'affichage de courbe de réponse en "cliquant" sur le bouton 
- Choisir les évolutions de la vitesse
- Cliquer sur les différents essais



**E7. Rechercher la valeur de  $C_0$  qui rend le système juste instable. On relèvera cette valeur particulière de  $C_0$  appelée  $C_{0\text{ critique}}$  et noté  $C_{0C}$ , ainsi que la pulsation des oscillations etc. et la noter.**

**E8. Réponse à une rampe**

Dans les conditions d'essai décrites en P4b, effectuer le relevé expérimental et vérifier les prédéterminations faites à ce sujet.

## 4.2.2. Comportement en régime harmonique


**E9.** Pour le réglage 1.1, étudier partiellement le comportement du système en régime harmonique en effectuant 3 relevés expérimentaux, pour les pulsations d'excitation suivantes:

$$\omega = 1/(2 \cdot \tau_F) \text{ puis } \omega = 1/\tau_F \text{ et enfin } \omega = 2/\tau_F$$

Pour chaque expérimentation on relèvera le rapport des valeurs moyennes, le rapport des amplitudes ainsi que le déphasage N/C.


On vérifiera que les résultats obtenus corroborent les prédéterminations faites à ce sujet.

*Mode opératoire:*

- "Cliquer" dans bloc "Commande" puis sur bouton , choisir alors  leur repos puis l'amplitude et enfin la fréquence.

**!! On rappelle que  $F = \omega/2 \cdot \pi$**

- Sélectionner les points d'enregistrement C et Nm en cliquant sur 

- Déterminer les grandeurs recherchées (rapport des valeurs moyennes, rapport des amplitudes et déphasage) en 'cliquant' sur bouton  et en positionnant les curseurs (lire messages).

Dans plan "courbes de réponse" "cliquer"   afin de pouvoir effectuer des comparaisons avec des essais ultérieurs.

- Dans zone "commentaire" inscrire votre nom et le nom du groupe puis faire:

→ soit une impression ,

→ soit une copie d'écran afin de l'insérer dans un document (compte rendu)

Spécimen

|                            |                                                                          |
|----------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| Type document:             | <b>Sujet de travaux pratiques</b>                                        |
| Thème :                    | <b>Régulation de Vitesse avec correction Intégrale et Zéro Numérique</b> |
| Configuration du système : | Maquette "IAPV-ERD050" + Logiciel D_IAPV                                 |
| Référence :                | TP4N-RVIZN                                                               |
| Nom de fichier:            | TP4N_IAPV_RVIZN_Sujet.d                                                  |

Sommaire:

|                                                |          |
|------------------------------------------------|----------|
| <b>1. But</b>                                  | <b>2</b> |
| <b>2. Hypothèses et notation</b>               | <b>2</b> |
| <b>3. Prédéterminations</b>                    | <b>3</b> |
| <b>4. Expérimentations et Résultats</b>        | <b>4</b> |
| 4.1. Etude en régime stationnaire              | 4        |
| 4.2. Etude en régime dynamique                 | 5        |
| 4.2.1. Réponse en continu                      | 5        |
| 4.2.2. Réponse à une impulsion                 | 6        |
| 4.2.3. Comportement à une fréquence harmonique | 6        |
| <b>5. Annexe</b>                               | <b>7</b> |

# 1. BUT

Il s'agit de mettre en oeuvre le système SYNUM2 en mode "Boucle fermée", en vitesse, avec une correction de type "zéro numérique" associé à un pôle à l'origine dans le domaine échantillonné.

Ce TP permet également de vérifier expérimentalement un certain nombre de notions concernant les asservissements linéaires échantillonnés:

- calcul de la fonction de transfert en boucle fermée,
- influence d'un "zéro numérique" associé à un pôle à l'origine sur le comportement statique et dynamique,
- influence des coefficients réglables.

# 2. HYPOTHESES ET NOTATION

- Au niveau de l'interface de puissance on choisira une commande de couple en continu.

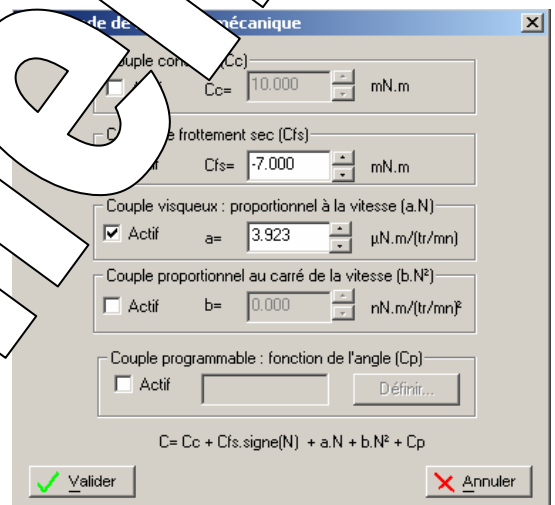
- La caractéristique de la charge mécanique est réalisée par un générateur de charge accouplée à l'arbre moteur. Le frottement sec intrinsèque sera compensé (choisir Cfs= -7 mN.m).

On pourra donc négliger le frottement sec global du système.

Par contre, sauf indication contraire, le frottement (visqueux) sera activé avec la valeur

$$a = 4\mu \cdot N.m/tr/min$$

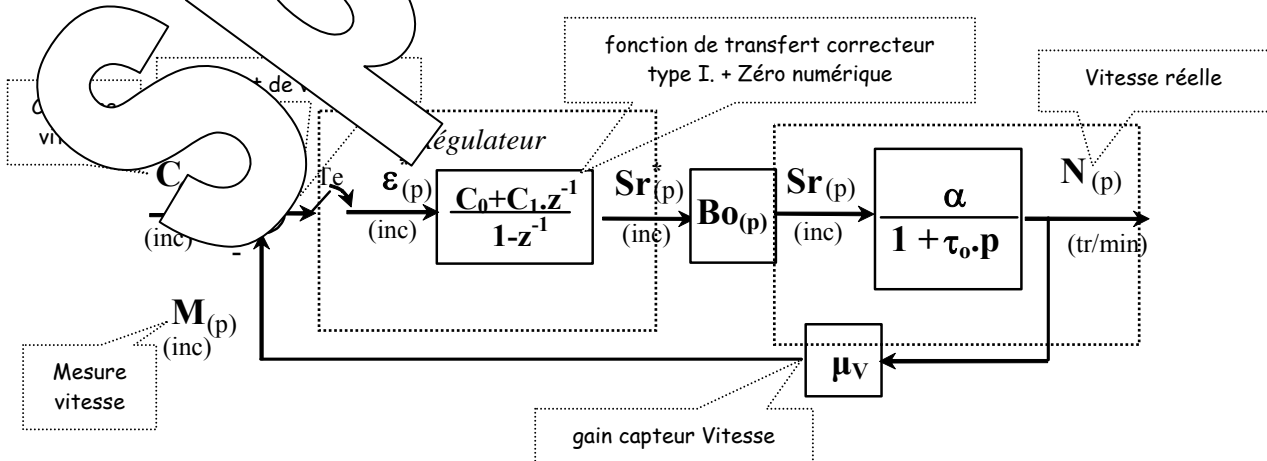
On rappelle que frottement visqueux suppose un couple résistant proportionnel à la vitesse de rotation. On mesure  $f$  (en Nm/(rad/s) le coefficient de proportionnalité. Sans indication contraire, le chariot mobile sera complètement rentré (en butée en gauche).



- Le correcteur choisi sera de type I. On donne ci-après la fonction de transfert. Pour une correction intégrale + Zéro numérique on choisira  $C_0 \neq 0$ ;  $C_1 \neq 0$ ;  $B_1 = -1$  et les autres coefficients à 0.

$$\frac{Sr(z)}{\epsilon(z)} = \frac{C_0 + C_1.z^{-1} + C_2.z^{-2} + C_3.z^{-3}}{1 + B_1.z^{-1} + B_2.z^{-2} + B_3.z^{-3}}$$

D'après les résultats de la partie 1 et les hypothèses formulées, on peut mettre le schéma bloc du système sous la forme suivante.





### 3. PREDETERMINATIONS

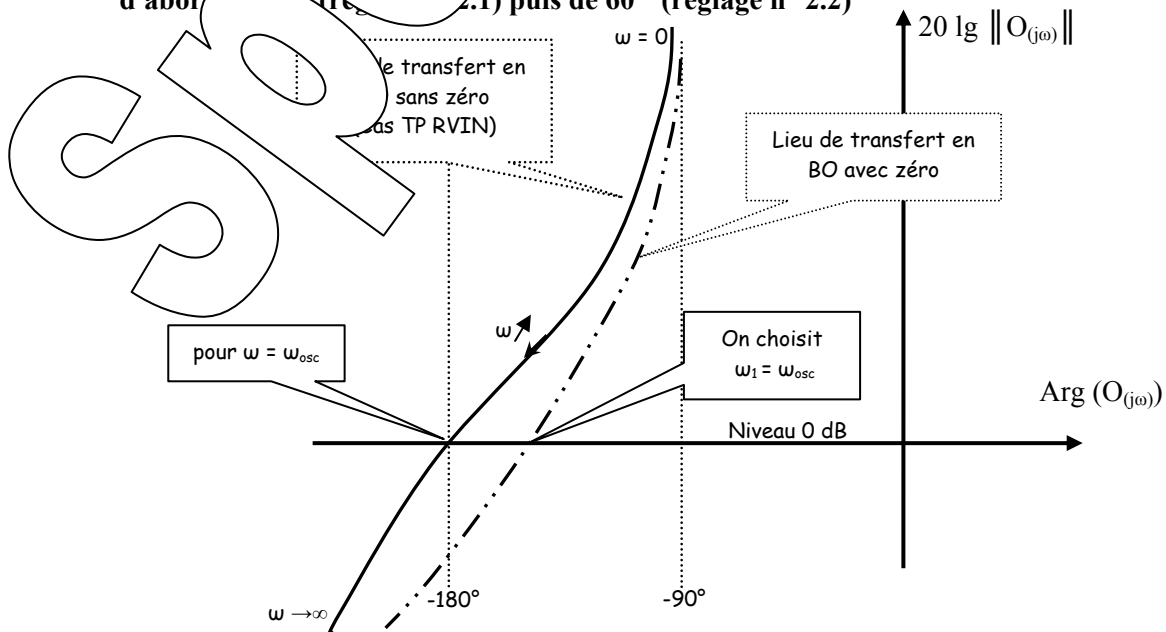
**P1.** Exprimer la relation de récurrence (relation de calcul) qui lie les échantillons de la sortie régulateur  $S_r$  aux échantillons de l'écart  $\varepsilon$ .  
 Partant d'un état où  $S_r = 0$ , déterminer, pour  $C_0 = 2$  et  $C_1 = -1,5$  les différents échantillons de  $S_r$  suite à une excitation supposée constante = 50 inc au niveau de  $\varepsilon$ .  
 Montrer que, si on choisit  $C_1$  dans une plage de valeurs que l'on déterminera, on obtient un correcteur assimilable à un correcteur à action proportionnelle + intégrale dans le domaine continu. Faire une analogie avec un correcteur type PI dans le domaine 'continu' dont la fonction de transfert aurait été mise sous la forme  $k(1+1/T_i.p)$ .  
 Dans les pré-déterminations et en expérimentations on choisira  $T_e = 0,05$  S

**P2.** Exprimer les fonctions de transfert en boucle fermée dans le domaine échantillonné et les mettre sous les formes:

$$F(z) = \frac{M(z)}{C(z)} = \frac{k_F(z-Z_0)}{z^2 + a_1 z^1 + a_0} \quad F_{N(z)} = \frac{k_N(z-Z_0)}{z^2 + a_1 z^1 + a_0}$$

**P3. Réglage 1: Compensation du régime**  
 - Dans l'hypothèse où on choisit  $Z_0 = \delta$ , exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte simplifiée puis celle en boucle fermée.  
 - Exprimer les coefficients  $C_0$  et  $C_1$  si on veut que le pôle en boucle fermée soit également égal à  $\delta$  (réglage n°1.1), et si on veut que le zéro en boucle fermée soit également égal à  $\delta$  (cas n°1.2). Faire l'application numérique à partir des valeurs obtenues en TP "BON"  
 - Quel sera le comportement du système en régime statique et dynamique?  
 - Dans quelles limites pourra-t-on choisir la valeur de  $C_0$  si on souhaite que le système reste stable.

**P4. Réglage 2: Satisfaire une marge de stabilité imposée**  
 - Exprimer la contribution du module et de l'argument (dans le domaine harmonique) du zéro numérique mis sous la forme  $(1-Az^{-1})$ . Exprimer ce module et cet argument si on fait le changement de variable  $z = e^{j\omega T_e}$  (angle réduit en rad).  
 - De quel type de correcteur s'agit-il?  
 On reproduit en annexe des graphes qui donne le module et l'argument avec pour paramètre le coefficient A.  
 - A partir de l'analyse de la juste instabilité faite dans le TP "RVIN", déterminer les valeurs des coefficients  $C_0$  et  $C_1$  si on souhaite que le zéro numérique crée une marge de phase d'abord de 60° (réglage n° 2.1) puis de 60° (réglage n° 2.2)



**P5. Déterminer les limites de la consigne à ne pas dépasser si on souhaite que le régulateur reste dans sa bande proportionnelle (Sr non saturé), en régime statique et en régime transitoire (cas d'une réponse à un échelon constant).**

**P6. Exprimer l'erreur de traînage dans le cas d'une excitation en rampe. Faire l'application numérique dans le cas du réglage n°1.1**

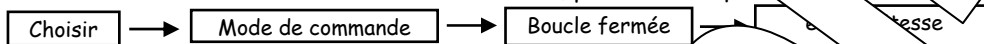
## 4. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

### 4.1. Etude en régime statique

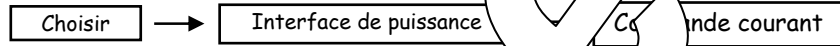
**E1. Relevé des caractéristiques transfert statiques:  $N = f(n)$   $M = f(C)$**

Mode opératoire:

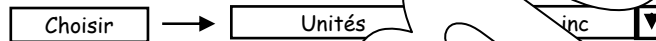
- Choisir le mode de commande "En boucle fermée", pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



- Choisir le type d'interface de puissance "Commande tension" pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



- Choisir l'unité de Sr: en "inc" pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



- Choisir une "valeur de repos" en "Cliquant" sur la valeur de repos correspondante  
 - Définir une commande de charge mécanique (pourcentage de 100% en "Cliquant" sur le bloc correspondant

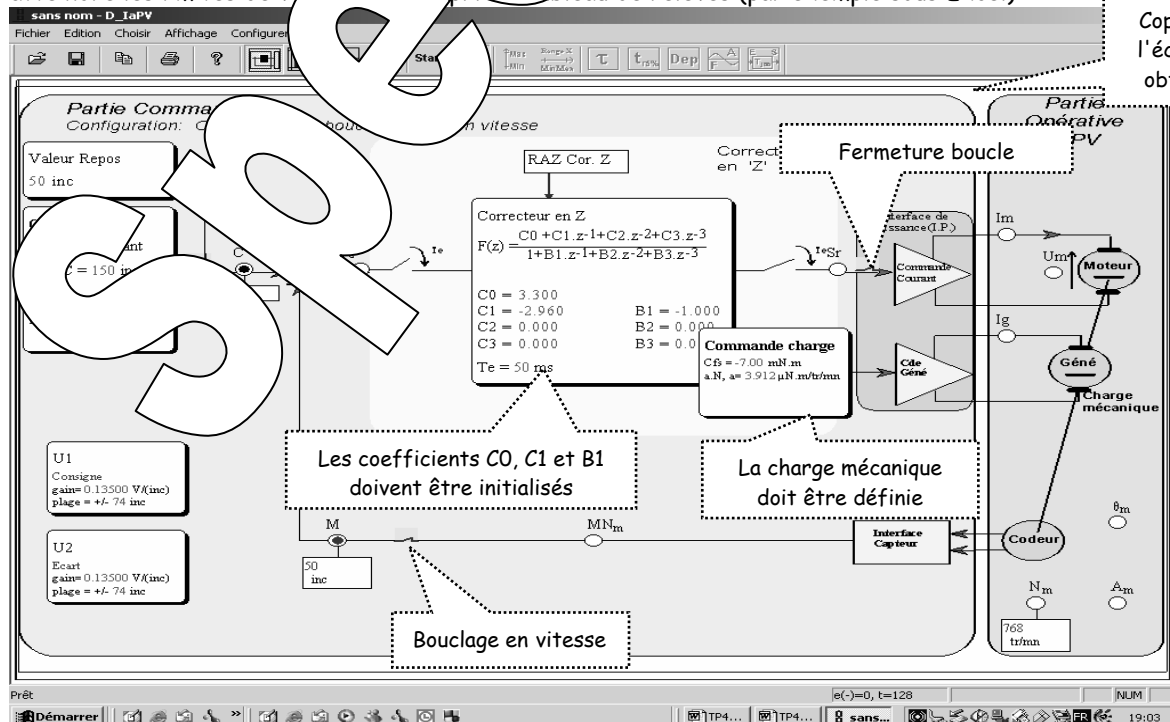
- Configurer le correcteur:

→ donner les bonnes valeurs aux trois coefficients non nuls ( $C_0$ ,  $C_1$  et  $B_1$ ) (Règle 1.1)

- Positionner des sondes (par "clic" sur les sondes  $M$  et  $N_m$ )

- Pour la valeur de repos choisie, régler les valeurs de  $C_0$ ,  $M$ ,  $\varepsilon$  et  $N_m$  (ou valeur de  $N$  mesurée à l'aide d'un tachymètre si disponible)

- Refaire d'autres mesures pour d'autres valeurs de repos et remplir un tableau de mesure (jusqu'à atteindre les limites de vitesse) et remplir un tableau de relevés (par exemple sous Excel)



- E2. Tracer les caractéristiques de transfert statiques en boucle fermée  $N = fn(C)$ ;  
 $M = fn(C)$  et  $\varepsilon = fn(C)$   
 En déduire les coefficients de transfert statiques en boucle fermée (coefficients et  $K_F$   $K_{FN}$ ).  
 Mettre en évidence les limites de la proportionnalité.**

## 4.2. Etude en régime dynamique







### 4.2.1. Réponse à un échelon constant

- E3. Réponse du correcteur seul (Interrupteurs de liaison processus et de bouclage ouverts)**


Dans les conditions d'essai décrites en P1, effectuer le relevé expérimental et vérifier les prédéterminations faites à ce sujet.

- E4. Après configuration du système pour le réglage, relever l'évolution au cours du temps de la vitesse  $N_m = fn(t)$  suite à une excitation échelon constant.  
 Enregistrer le résultat dans fichier sur disque dur.**


*Mode opératoire:*

- Conserver la configuration précédente du système
- Choisir une grandeur de repos égal à 0 inc
- Choisir une commande de type "Echelon" en cliquant sur bouton  puis affecter une "valeur C" égale à 100 inc et un "Retard" égal à 0 ms
- Sélectionner les points d'enregistrement en cliquant sur bouton  "cliquant" dessus
- Appliquer la commande en cliquant sur le bouton  "L"
- Visualiser les courbes de réponses obtenues en cliquant sur le bouton 
- Ajuster éventuellement les valeurs afin d'obtenir des allures satisfaisantes (bouton 'Min/Max' et 'Range X')
- Pour enregistrer le résultat de l'essai "cliquer" :  → 

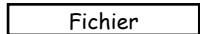

**Relever la constante de temps en boucle fermée notée  $\tau_F$ .**

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer" sur bouton  et suivre les instructions.

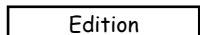
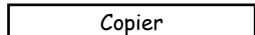
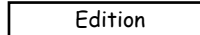
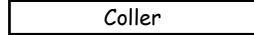
**Relever le temps de réponse à 5%.**

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer" sur bouton  et suivre les instructions.

**Dans zone "commentaire" inscrire votre nom et votre groupe de TP puis faire:  
 une impression,**

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer"  → 

→ soit une copie d'écran afin de l'insérer dans un document (compte rendu)

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer"  → 
- Ensuite sous "WORD" par exemple, "cliquer"  → 

- E5. Refaire le même essai mais pour le réglage 1.2**

**E6. Refaire le même essai mais pour le réglage 2.1. puis pour le réglage 2.2 On mettra en évidence la saturation éventuelle du régulateur.**

**E7. Tracer sur un même plan les différentes réponses obtenues.**

**E8. Pour les réglages 2, refaire les deux essais mais pour une consigne n'entraînant pas la mise en saturation du régulateur.**


#### 4.2.2. Réponse à une rampe

**E9. Relever de l'évolution au cours du temps de la vitesse  $N_m = f_n(t)$  suite à une excitation en rampe, pour le réglage n°1.1**

**Mettre en évidence et relever l'erreur de traînage (à comparer avec la prédétermination).**

**Enregistrer le résultat dans fichier sur disque dur.**

*Mode opératoire:*

- Conserver la configuration précédente du système
- Choisir une grandeur de repos égal à 0 inc
- Choisir une commande de type "Rampe" en "cliquant" sur bouton  dans bloc "Commande" puis affecter une "valeur C" égale à 200 inc et une "valeur v" égale à 200 inc et un "Retard" égal à 0,2S.

**Dans zone "commentaire" inscrire votre nom et votre groupe puis faire:**

- soit une impression ,
- soit une copie d'écran afin de l'insérer dans un document (compte rendu)


#### 4.2.3. Comportement en régime harmonique

**E10. Etudier partiellement le comportement du système en régime harmonique, pour le réglage n°1.2, en effectuant 3 relevés expérimentaux, pour les pulsations d'excitation suivantes:**


$$\omega = 1/(2 \cdot \tau_F) \text{ puis } \omega = 1/\tau_F \text{ et enfin } \omega = 2/\tau_F$$

**Pour chaque expérimentation relever le rapport des amplitudes ainsi que le déphasage M/C.**

*Mode opératoire:*

- "Cliquer" dans bloc "Commande" sur bouton , choisir alors Valeur C égale à la valeur repos puis l'amplitude et enfin la fréquence.

**!! On rappellera la fréquence de coupure  $\omega_c = 1/\tau_F$**

- Sélectionner les paramètres à mesurer C et M en cliquant dessus
- débloquer les curseurs numériques (rapport des valeurs moyennes, rapport des amplitudes et déphasage) en cliquant sur bouton  et en positionnant les sondes demandées (lire messages).

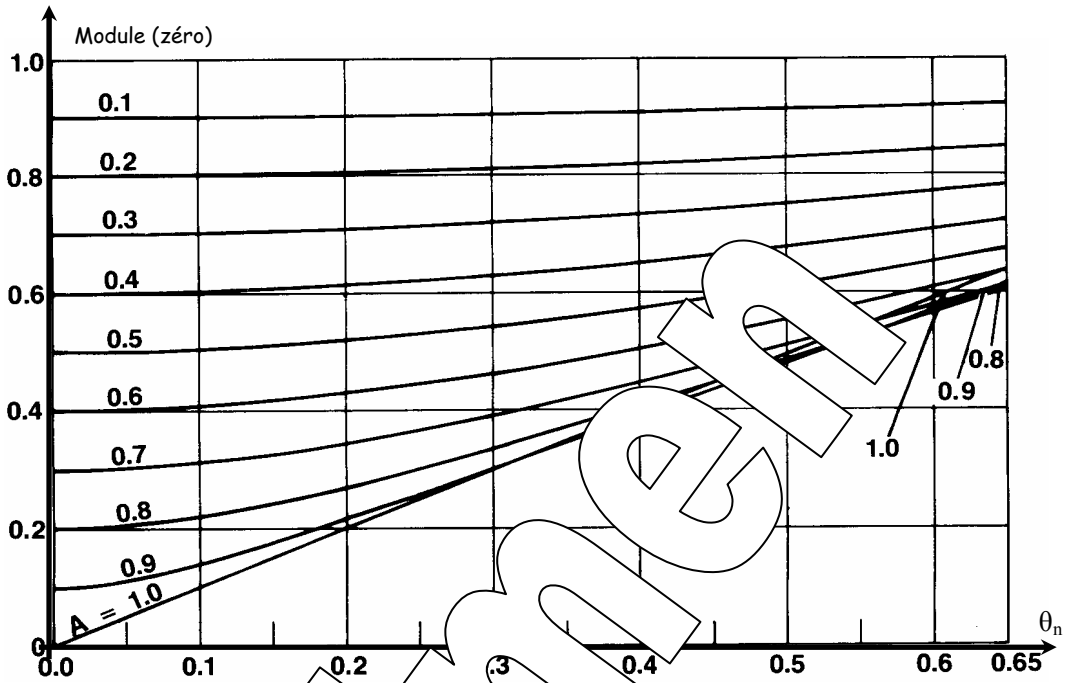
**Enregistrer le résultat dans fichier sur disque dur en votre nom et votre groupe de TP puis faire:**

- soit une impression ,
- soit une copie d'écran afin de l'insérer dans un document (compte rendu)

# 5. ANNEXE

Module et argument d'un zéro numérique en régime harmonique

$$(1-A.z^{-1}) \rightarrow (1-A.e^{-Tep}) \rightarrow (1-A.e^{-j\omega T_e}) \rightarrow (1-A.e^{-j\theta_n})$$



Page laissée vierge

Spécimen

|                         |                                                                                                         |
|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Type document:          | <b>Sujet de travaux pratiques</b>                                                                       |
| Thème :                 | <b>Régulation de Position avec correction Proportionnelle dans le domaine Numérique (échantillonné)</b> |
| Configuration système : | Maquette "IAPV-ERD050" + Logiciel D_Syn                                                                 |
| Référence :             | TP5N-RPPN                                                                                               |
| Nom de fichier:         | TP5N_IAPV_RPPN_Sujet.doc                                                                                |

Sommaire:

|                                                 |   |
|-------------------------------------------------|---|
| 1. But                                          | 2 |
| 2. Hypothèse et notation                        | 2 |
| 3. Prédéterminations                            | 2 |
| 4. Expérimentation et explications              | 2 |
| 4.1. Etude de régulation                        | 2 |
| 4.2. Etude de la réponse dynamique              | 2 |
| 4.2.1. Réponse à excitation en échelon constant | 2 |
| 4.2.2. Réponse à excitation en rampe            | 2 |
| Annexes                                         | 2 |

# 1. BUT

Il s'agit de mettre en oeuvre le système SYNUM2 en mode "Boucle fermée", en Position, avec une correction de type "échantillonné" proportionnelle.

Ce TP permet également de vérifier expérimentalement un certain nombre de notions concernant les asservissements linéaires échantillonnés:

- calcul de la fonction de transfert en boucle fermée,
- influence d'un bouclage sur un système du deuxième ordre,
- précision et stabilité d'un système du deuxième ordre échantillonné en boucle fermée.

# 2. HYPOTHESES ET NOTATION

- Au niveau de l'interface de puissance on choisira une commande du moteur en couple.

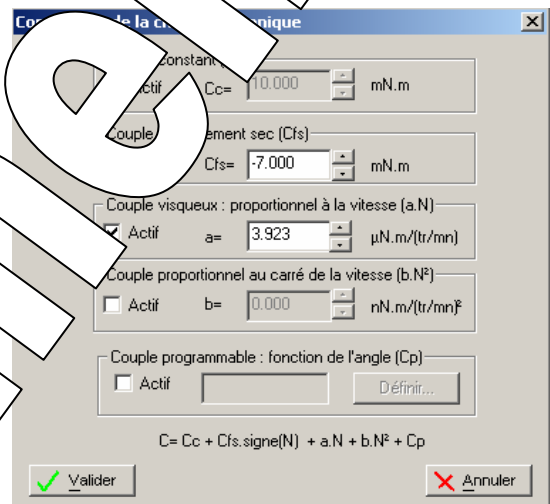
- La caractéristique de la charge mécanique est réalisée par un générateur de charge accouplée à l'arbre moteur. Le frottement sec intrinsèque sera compensé (choisir  $C_{fs} = -7 \text{ mN.m}$ ).

On pourra donc négliger le frottement sec global du système.

Par contre, sauf indication contraire, le frottement fluide (visqueux) sera activé avec la valeur

$$a = 4\mu \cdot \text{N.m/tr/min}$$

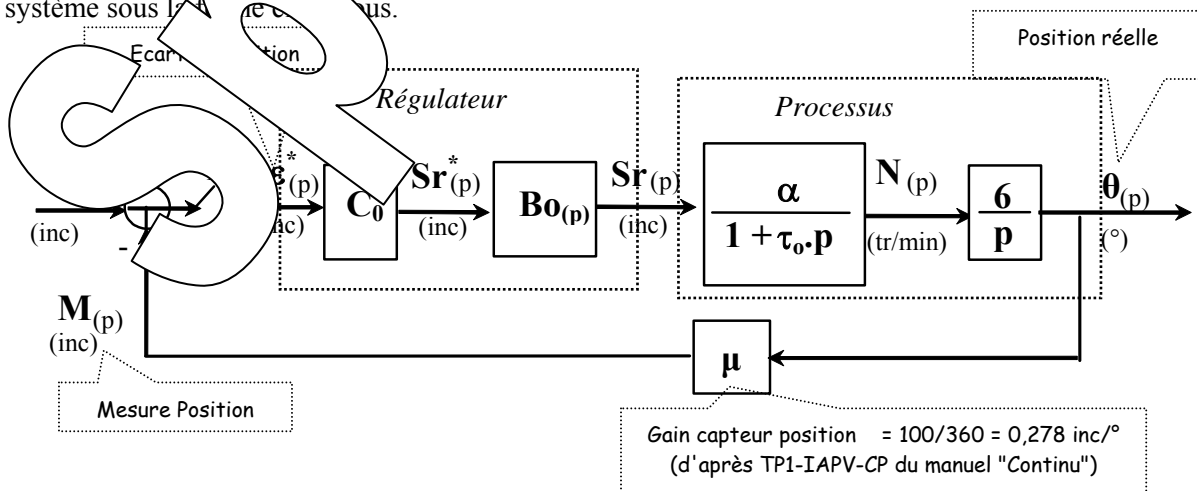
On rappelle que le frottement visqueux est un couple résistant proportionnel à la vitesse de rotation. Le coefficient de proportionnalité est noté  $\mu$  (en  $\text{Nm}/(\text{rad/s})$ ) le coefficient de proportionnalité est noté  $a$  (en  $\text{N.m}/(\text{tr/min})$ ). Sauf indication contraire, le chariot sera complètement rentré (en butée en position de repos).



- Le correcteur choisi sera le correcteur proportionnel. On donne ci-après la fonction de transfert pour une correction proportionnelle, le coefficient  $C_0$  sera choisi différent de 0.

$$\frac{Sr(z)}{\epsilon(z)} = \frac{C_0 + C_1.z^{-1} + C_2.z^{-2} + C_3.z^{-3}}{1 + B_1.z^{-1} + B_2.z^{-2} + B_3.z^{-3}}$$

D'après les résultats de l'étude de stabilité et des hypothèses formulées, on peut mettre le schéma bloc du système sous la forme suivante.



Le coefficient d'action proportionnelle noté " $C_0$ " est réglable par l'utilisateur.



### 3. PREDETERMINATIONS

P1. Schéma bloc et fonctions de transfert:

- D'après les résultats obtenus dans les prédéterminations du TP "TP1N\_IAPV\_BON", proposer un schéma bloc du système en boucle fermée, dans le domaine échantillonné (en "z").

- Mettre la fonction de transfert en boucle ouverte sous la forme:

$$O_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{\varepsilon_{(z)}} = \frac{k_o(z - Z_0)}{(z-1)(z-\delta)}$$

- Et les fonctions de transfert en boucle fermée sous les formes:

$$F_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{C_{(z)}} = \frac{k_o(z - Z_0)}{z^2 + a_1z + a_0} \quad \text{et} \quad F_{\theta(z)} = \frac{\theta_{(z)}}{C_{(z)}} = \frac{k_o(z - Z_0)}{z^2 + a_1z + a_0}$$

P2. Exprimer les coefficients de transfert en régime statique. Réduire la précision statique.

P3. Etude de la stabilité:

Exprimer les limites à ne pas dépasser dans le coefficient de consigne pour du coefficient  $C_0$  si on souhaite que le système ait un fonctionnement stable. Faire un schéma numérique en utilisant les résultats expérimentaux obtenus en TP "TP1N\_IAPV\_BON".

P4. Etude du comportement en régime transitoire à l'échelon constant pour  $C_0 = 1$ :

P4a. Déterminer les pôles de la fonction de transfert en régime statique. Faire un schéma numérique en utilisant les résultats numériques obtenus lors du TP 'TP1-BON'. On vérifiera la validité du schéma de transfert en régime statique.

P4b. Prédéterminer les caractéristiques de la réponse à un échelon de consigne de 500 inc en utilisant les abaques donnés en annexe.

P4c. Prédéterminer les caractéristiques de la réponse à un échelon de consigne de 500 inc en déterminant les valeurs des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  à des instants d'échantillonnage (en déduisant la relation de récurrence à partir de  $F_{(z)}$ ).

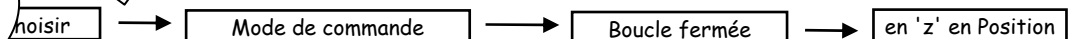
P5. Exprimer dans le domaine continu l'excitation en rampe (de la forme  $C_{(t)} = V.t.u_{(t)}$ ) l'erreur de traînage éventuelle. Faire un schéma numérique pour  $C_0 = 1$ ;  $V_N = 400$  tr/min soit  $V = 3333$  inc/s.

### 4. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

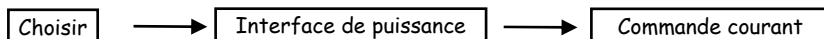
#### 4.1. Etude en régime statique

E1. Relever les caractéristiques transfert statiques:  $\theta = \text{fn}(C)$ ;  $M = \text{fn}(C)$  et  $\varepsilon = \text{fn}(C)$

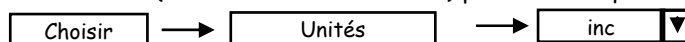
Choisir le mode de commande "En boucle fermée", pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



- Choisir le type d'interface de puissance "Commande tension" pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



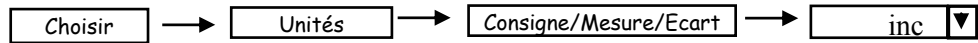
- Choisir l'unité de Sp: en "inc" (car commande en courant) pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



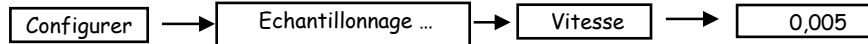
- Choisir l'unité de  $\theta$ : en tr/min pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



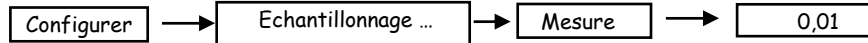
- Choisir l'unité de C, M et  $\varepsilon$ : en incrément numérique (inc) pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



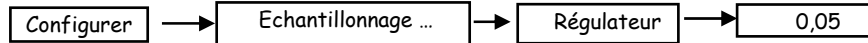
- Choisir la période d'échantillonnage pour le capteur de vitesse égale 5 mS



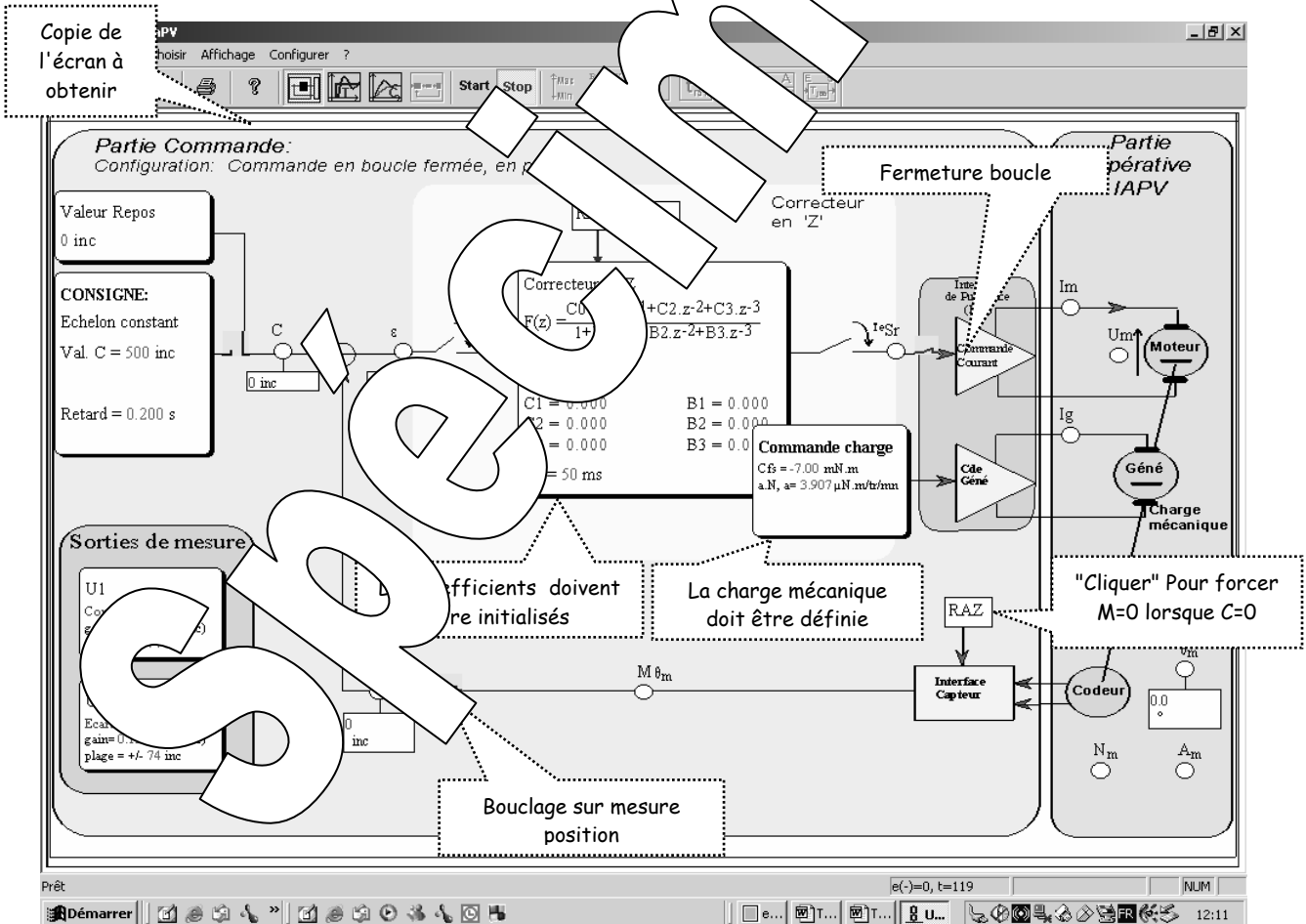
- Choisir la période d'échantillonnage de mesure (intervalle de temps entre deux échantillons en mémoire)



- Choisir la période d'échantillonnage du régulateur (intervalle de temps entre deux calculs)



- Choisir une "valeur de repos" de 0 inc en "Cliquant" sur le bloc correspondant
- Définir une commande de charge mécanique (frottement fluide) de 100% sur le bloc correspondant
- Configurer le correcteur et définir la valeur du coefficient d'action proportionnelle
- Positionner des sondes (par "clic droit" sur les points C; M; ε et θ)
- Pour la valeur de repos choisie, relever les valeurs de M, ε et θ (voir le schéma de la partie opérative sur le disque gradué)
- Refaire d'autres mesures pour d'autres valeurs de repos et remplir le tableau de mesure
- Fermer la boucle d'asservissement (en "cliquant" sur les boutons de commande de Sr et de M.




- E2. Tracer les caractéristiques de transfert statiques en boucle fermée  $\theta = \text{fn}(C)$  et  $M = \text{fn}(C)$**   
**En déduire les coefficients de transfert statiques en boucle fermée (coefficients  $K_{F\theta}$  et  $K_F$ ).**  
**Mettre en évidence (éventuellement) les limites de la proportionnalité.**
- E3. Tracer la caractéristique de précision statique  $\varepsilon = \text{fn}(c)$ .**  
**En déduire le coefficient de précision statique (coefficient  $K_\varepsilon$ ).**

## 4.2. Etude en régime dynamique


### 4.2.1. Réponse à une excitation en échelon constant

- E4. Après configuration du système, relever l'évolution des courbes du temps de la mesure position  $M = \text{fn}(t)$  suite à une excitation en échelon constant.**  
**Enregistrer le résultat de l'essai dans un fichier informatique.**

*Mode opératoire:*

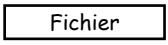
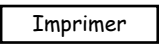
- Conserver la configuration précédente du système
- Choisir une grandeur de repos égal à 0 inc
- Choisir une commande de type "Echelon constant" avec une "valeur" égale à 500 inc et un "Retard" égal à 0,25.
- Sélectionner les points d'enregistrement en "cliquant" dessus.
- Faire un 'RAZ' de "l'interface capteur" en cliquant sur le bouton "RAZ" situé à sa verticale.
- Appliquer la commande en "cliquant" sur le bouton "Commande" du capteur.
- Visualiser les courbes de réponse obtenues en "cliquant" sur le bouton 
- Ajuster éventuellement les échelles afin d'obtenir des allures satisfaisantes (bouton Min/Max et Zoomx)
- Pour enregistrer les résultats de l'essai, cliquer sur le bouton "Fichier" → "Enregistrer sous"

→ **Relever le dépassement et le temps de réponse à l'instant où a lieu cet extremum**

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer" sur bouton  et suivre les instructions.

→ **Dans zone "commentaire" inscrire votre nom et votre groupe de TP puis faire:**

**soit une impression,**

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer"  → 

**soit une copie d'écran afin de l'insérer dans un document (compte rendu)**

- Sous "WORD" par exemple, "cliquer"  → 

**E5. Tracer la courbe des valeurs de M aux instants d'échantillonnage**

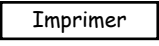
**à l'aide du logiciel de mesure précédemment (sans forcément le refaire):**

- Cliquer sur les boutons pour relever les différentes valeurs de M aux instants d'échantillonnages (toutes les 0,05s à partir d'un retard de 0,25 valeur de retard d'application de la consigne).

**- Comparer les valeurs obtenues avec les valeurs prédéterminées.**

**Dans zone "commentaire" inscrire votre nom et votre groupe de TP puis faire:**

→ **soit une impression,**

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer"  → 

→ **soit une copie d'écran afin de l'insérer dans un document (compte rendu)**

- Sous "WORD" par exemple, "cliquer"  → 


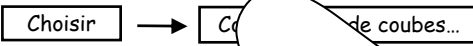

**E6. Recherche de la juste instabilité.**

Reprendre l'essai précédent pour des valeurs de  $C_0$  croissante. On constate qu'à partir d'une valeur particulière notée  $C_{0\text{ Critique}} = C_{0C}$ , la position ne se stabilise plus à valeur constante mais oscille sinusoidalement autour d'une valeur.

On relèvera alors  $C_{0C}$  ainsi que la période des oscillations entretenue.

**E7. Faire un tracé récapitulatif en traçant les réponses  $M(t)$  sur un même graphique afin de montrer l'évolution lorsque l'on augmente le coefficient  $C_0$ .**

Pour ce faire:

- Activer le plan "Comparaison de courbe de réponse en "cliquant" sur le bouton 
- Choisir de comparer les évolutions de la position 
- Charger les différents essais 

**4.2.2. Réponse à une excitation en rampe**

**E8. Relevé la réponse à une excitation en rampe à 400 tr/min soit  $V=3333$  inc/s.**

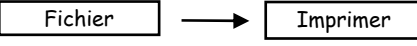
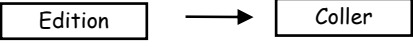
Mode opératoire:

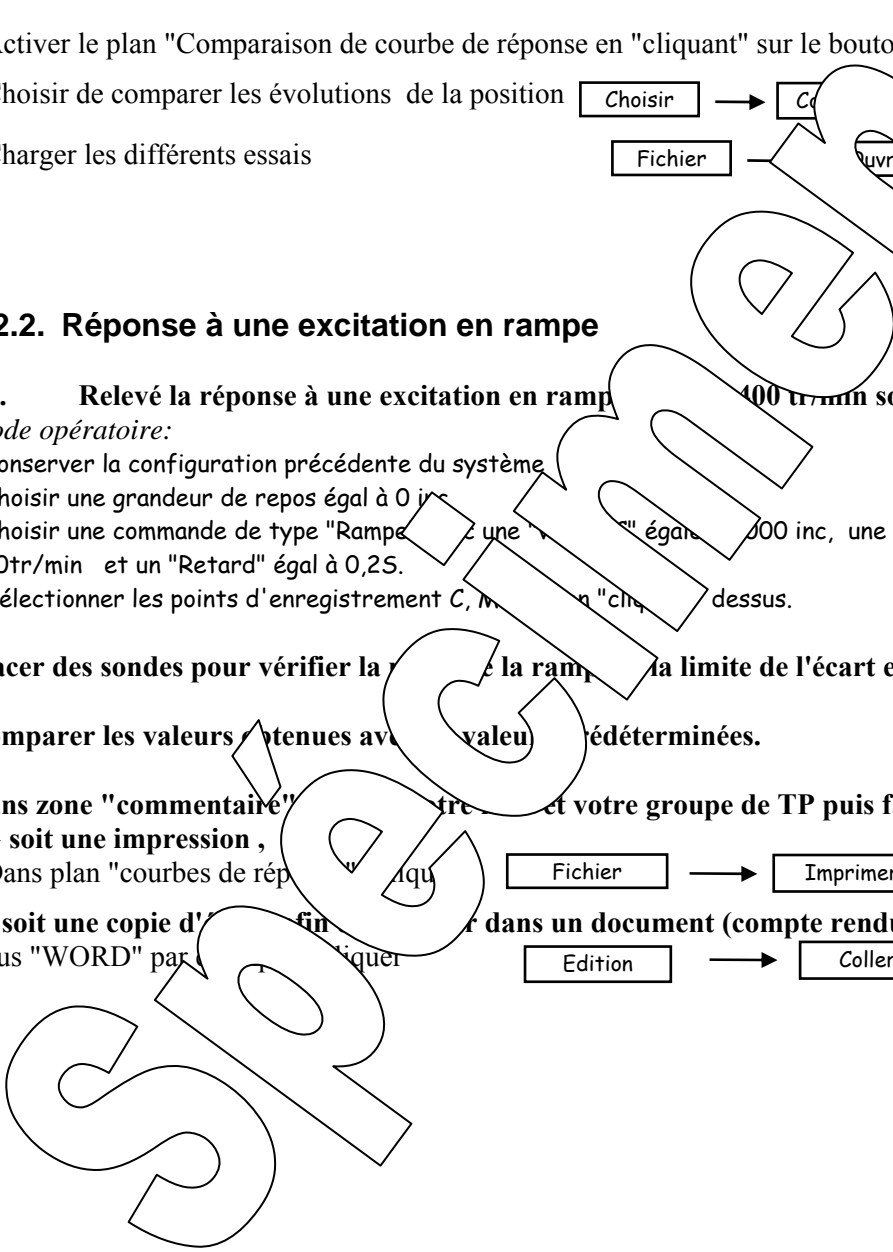
- Conserver la configuration précédente du système
- Choisir une grandeur de repos égal à 0 inc
- Choisir une commande de type "Rampe" avec une "valeur V" égale à 3333 inc, une "valeur V" égale à 400tr/min et un "Retard" égal à 0,2S.
- Sélectionner les points d'enregistrement C, M et N en cliquant dessus.

Placer des sondes pour vérifier la position de la rampe à la limite de l'écart en régime final.

Comparer les valeurs obtenues avec les valeurs prédéterminées.

Dans zone "commentaire" noter les résultats et votre groupe de TP puis faire:

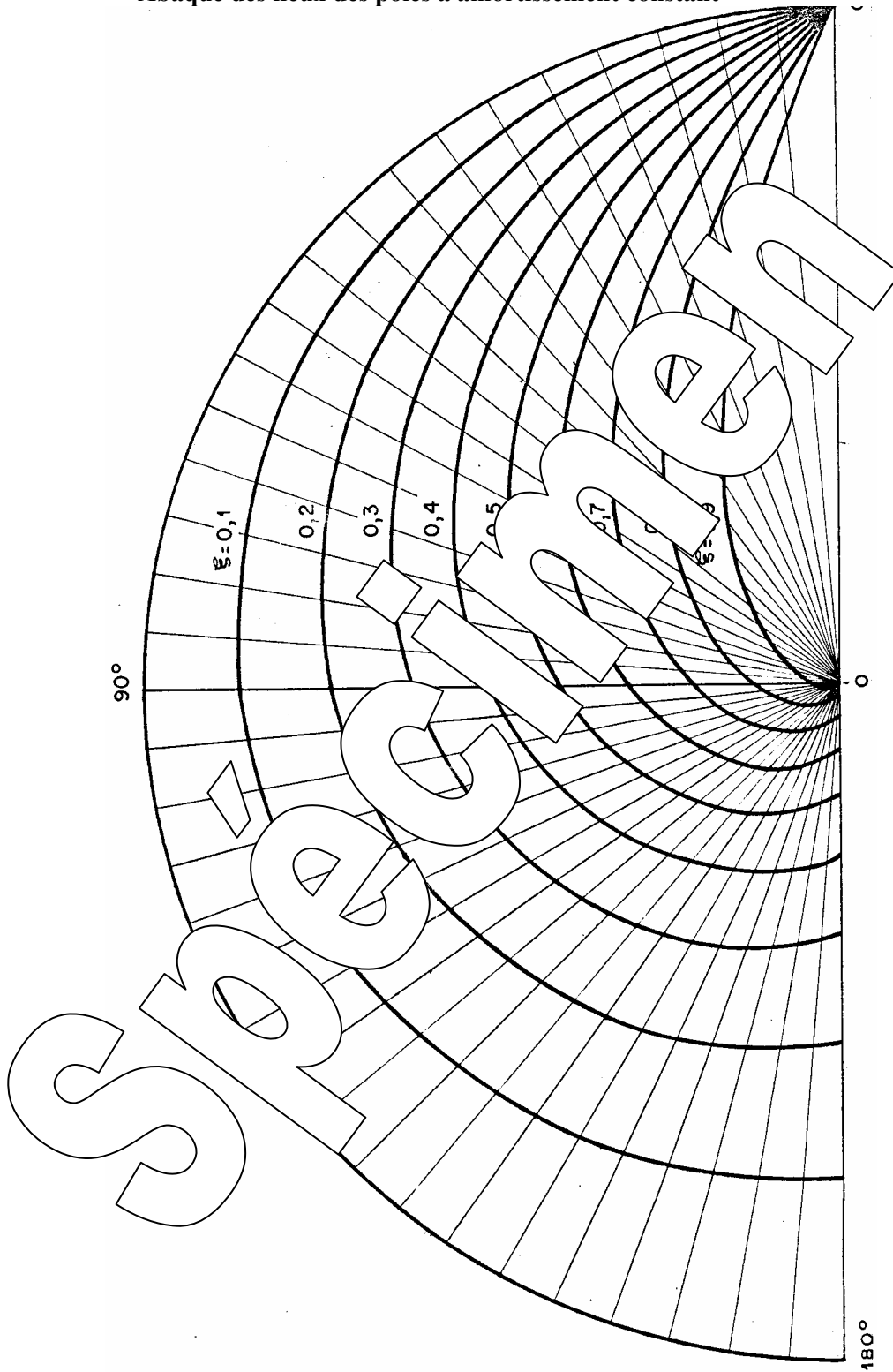
- soit une impression , 
  - Dans plan "courbes de réponse" cliquer 
  - soit une copie d'écran enregistrez dans un document (compte rendu)
- Sous "WORD" par menu "Edition" cliquer



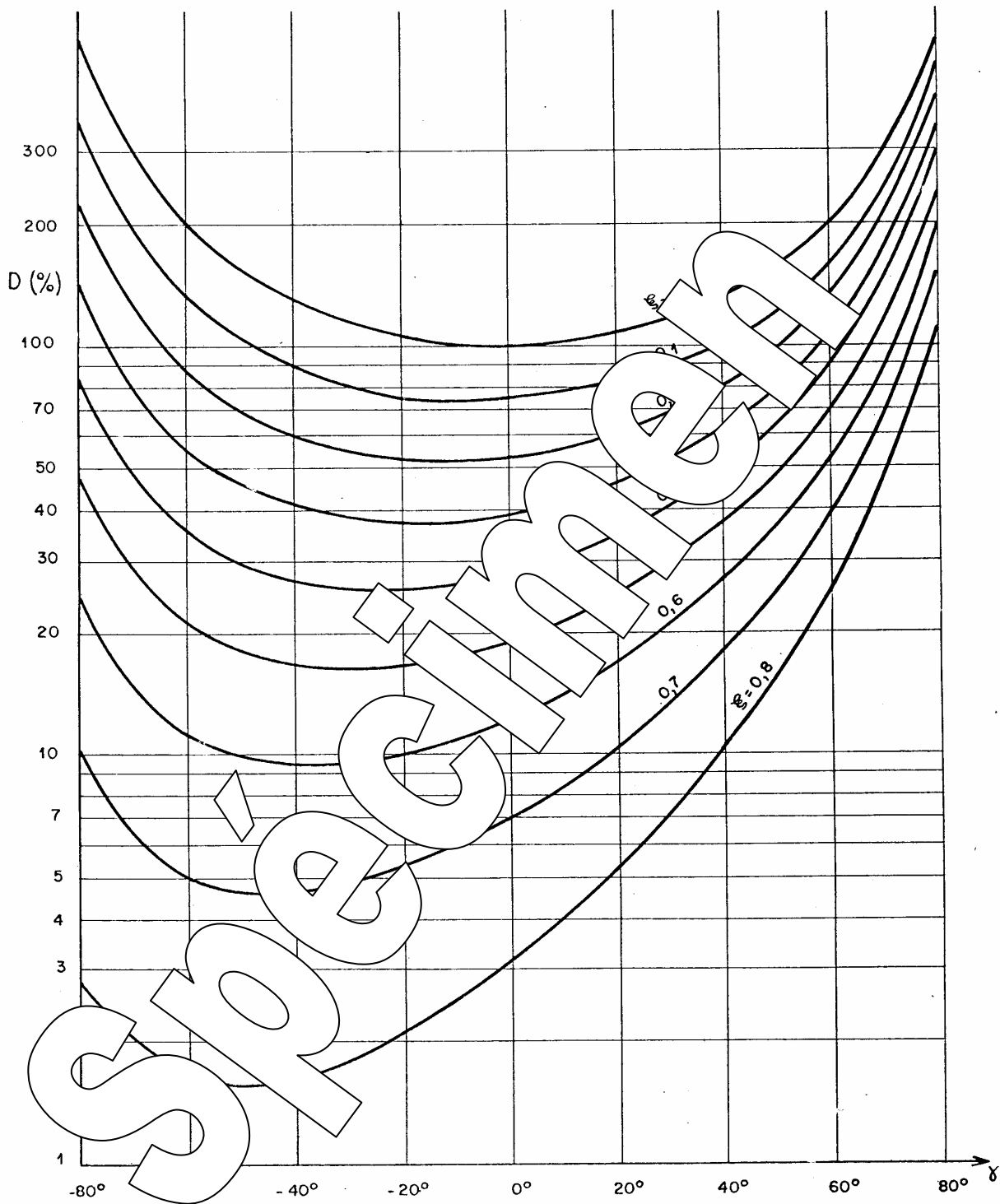
## 5. ANNEXES

Abaques pour la détermination des caractéristiques de la réponse d'un système numérique du deuxième ordre suite à un échelon constant

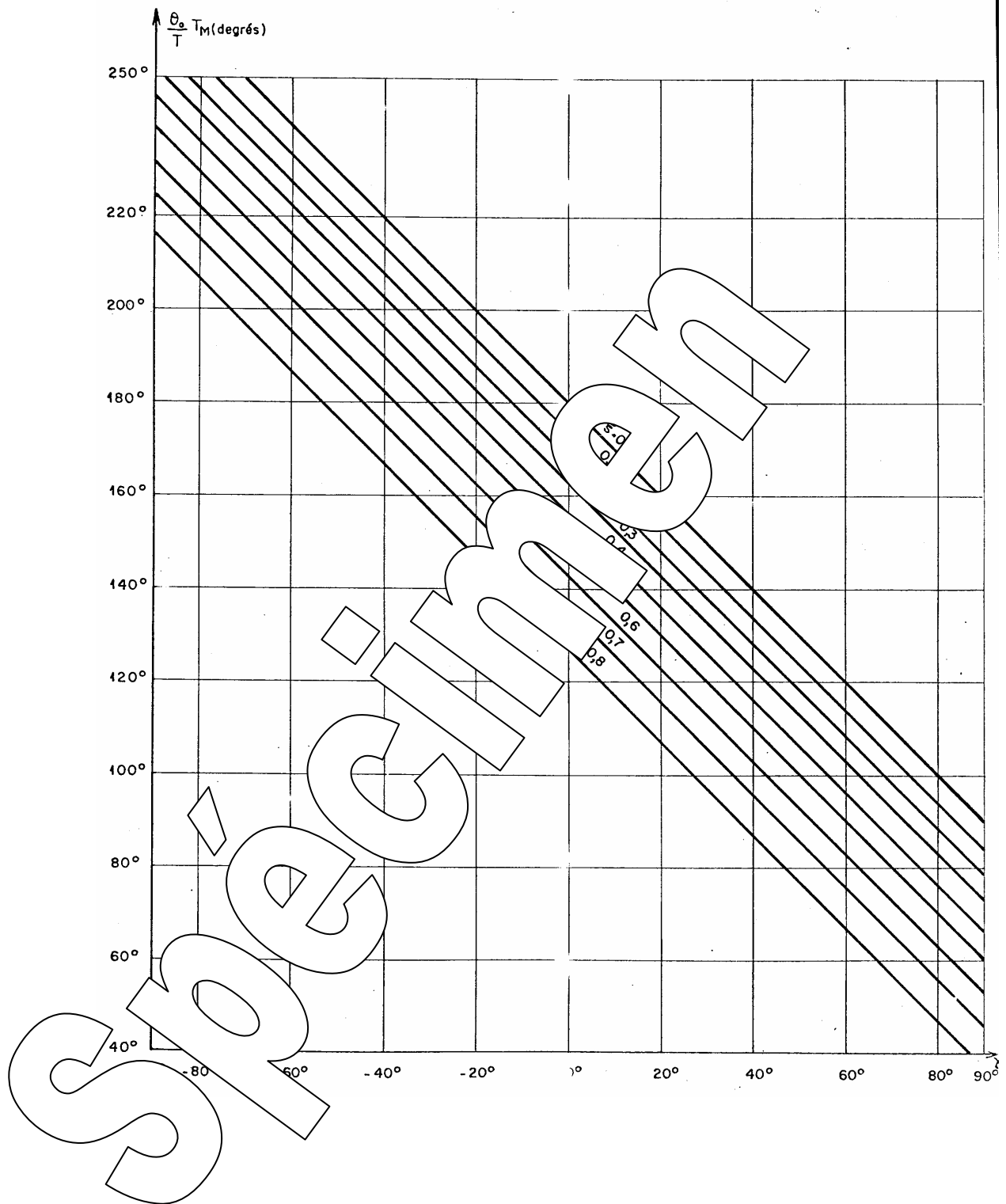
→ Abaque des lieux des pôles à amortissement constant



→ Abaque des dépassements réduits



→ Abaque des temps de montée



**Page laissée vierge**

Spécimen



|                            |                                                                                  |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| Type document:             | <b>Sujet de travaux pratiques</b>                                                |
| Thème :                    | <b>Régulation de Position avec correction par Zéro Numérique (Echantillonné)</b> |
| Configuration du système : | Maquette "IAPV- ERD050" + Logiciel D_Syn                                         |
| Référence :                | TP6N-RPZN                                                                        |
| Nom de fichier:            | TP6N_IAPV_RPZN_Sujet.doc                                                         |

Sommaire:

|                                                                |          |
|----------------------------------------------------------------|----------|
| <b>1. But</b>                                                  | <b>2</b> |
| <b>2. Hypothèses et notation</b>                               | <b>2</b> |
| <b>3. Prédéterminations</b>                                    | <b>3</b> |
| <b>4. Expérimentations et Coût</b>                             | <b>4</b> |
| 4.1. Vérification fonctionnelle du détecteur en boucle ouverte | 5        |
| 4.2. Etude en boucle fermée en régime statique                 | 6        |
| 4.3. Etude en boucle fermée en régime dynamique                | 7        |
| 4.3.1. Réponse à un échelon constant                           | 7        |
| 4.3.2. Réponse à une rampe de vitesse (rampe)                  | 8        |
| <b>5. Annexes</b>                                              | <b>9</b> |

# 1. BUT

Il s'agit de mettre en oeuvre le système IAPV (Réf: ERD050) en mode "Boucle fermée", en position, avec une correction de type "zéro numérique" dans le domaine échantillonné.

Ce TP permet également de vérifier expérimentalement un certain nombre de notions concernant les asservissements linéaires échantillonnés:

- calcul de la fonction de transfert en boucle fermée,
- influence d'un "zéro numérique" sur le comportement statique et dynamique d'un asservissement en position,
- influence des coefficients réglables.

# 2. HYPOTHESES ET NOTATION

- Au niveau de l'interface de puissance on choisira une commande du moteur en courant. On pourra donc se servir des résultats d'identification effectuée en tp "Identification du moteur"

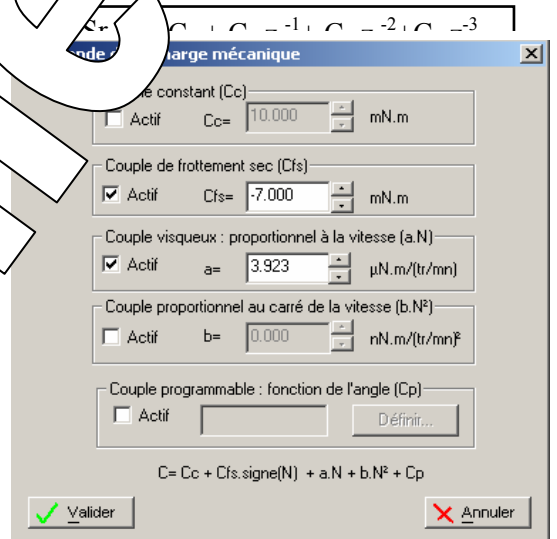
- Au niveau de l'interface de puissance on choisira une

- La caractéristique de la charge mécanique est réalisée par un générateur de charge accouplée à l'arbre moteur. Le frottement sec intrinsèque sera compensé (charge mécanique Cc=10.000 mN.m, Cfs=-7 mN.m).

On pourra donc négliger le frottement sec du système.

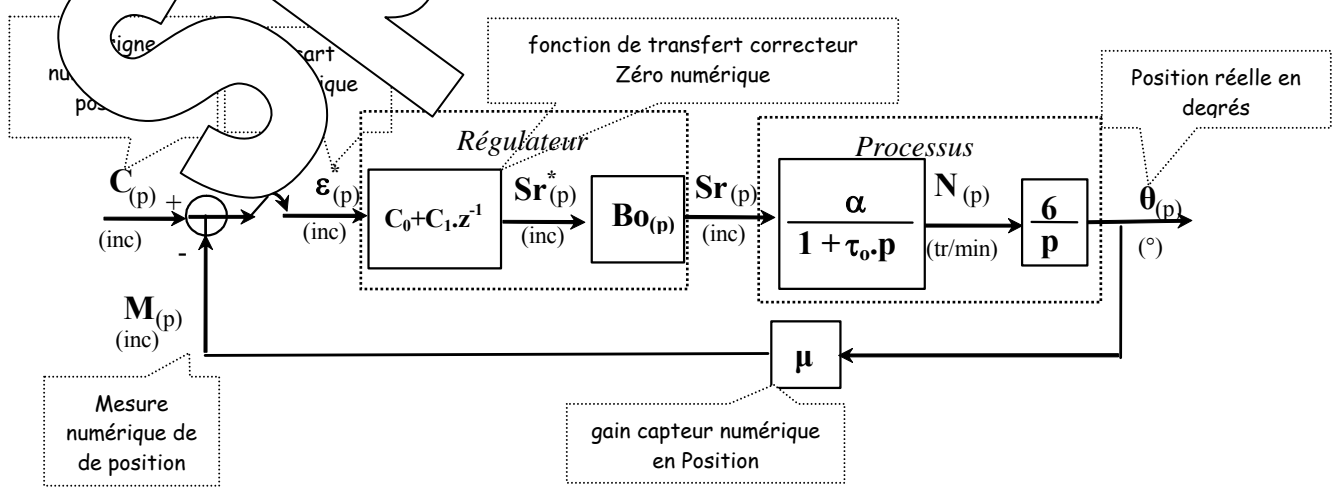
Par contre, sauf indication contraire, le frottement visqueux sera activé avec la valeur  $a = 4\mu \cdot N.m/tr/min$

On rappelle que le frottement visqueux se base sur une résistance proportionnelle à la vitesse de rotation. On notera  $f$  (en Nm/(rad/s) le coefficient de frottement visqueux. Sauf indication contraire, le coefficient de frottement visqueux sera complètement rentré (c'est à dire posé à 0).



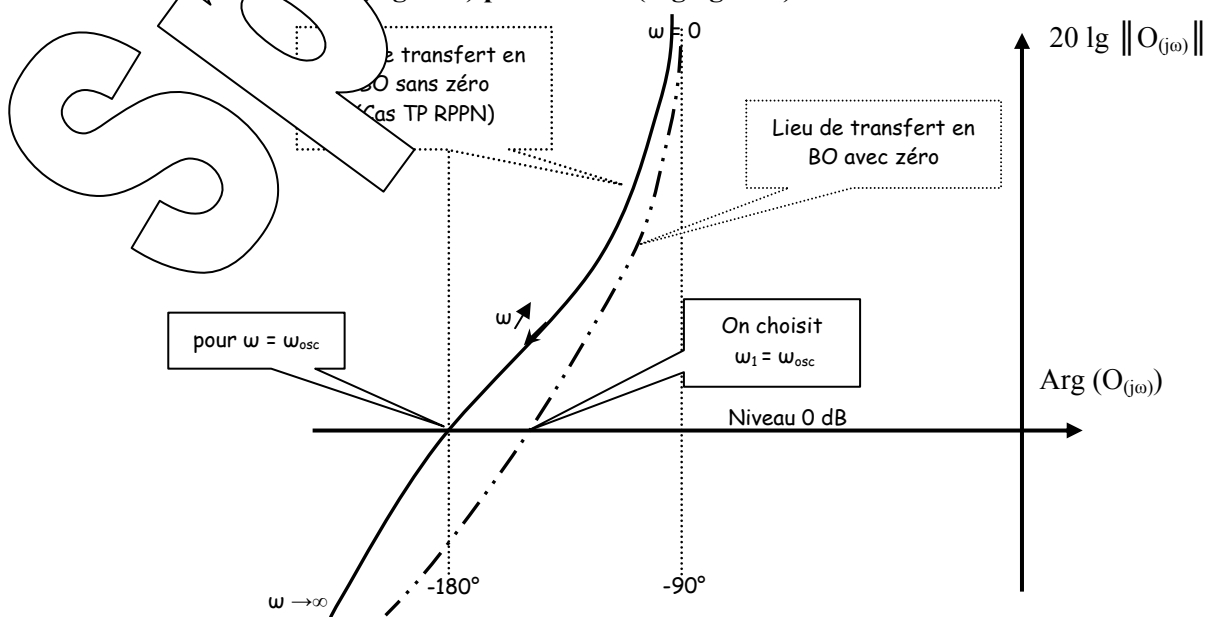
Comme ci-après la fonction de transfert du système en boucle ouverte avec correction par zéro numérique sera  $C_0 \neq 0 ; C_1 \neq 0$ ; les autres coefficients sont à définir.

D'après les résultats du tp "Identification du moteur" et des hypothèses formulées, on peut mettre le schéma bloc du système sous la forme ci-dessous.



### 3. PREDETERMINATIONS

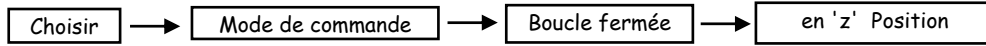
- P1.** Exprimer la relation de récurrence (relation de calcul) qui lie les échantillons de la sortie régulateur  $S_r$  aux échantillons de l'écart  $\varepsilon$ .  
Partant d'un état où  $S_r = 0$ , déterminer, pour  $C_0 = 2$  et  $C_1 = -1,5$  les différents échantillons de  $S_r$  suite à une excitation en rampe de valeur  $V = 2000$  inc/s au niveau de  $\varepsilon$  (Système configuré avec interrupteur dans chaîne de retour ouverte).  
Faire une analogie avec un correcteur type PD (Proportionnel + Dérivée) dans le domaine 'continu' dont la fonction de transfert aurait été mise sous la forme  $k(1+T_d.p)$ .  
Dans les prédéterminations et en expérimentations on choisira  $T_e = 0,05$  S
- P2.** Mise sous Schéma bloc:  
D'après les résultats obtenus dans les prédéterminations (TP "RPPN\_IAPV\_BON", le domaine de l'échantillonné (en "z").
- P3.** Réglage 1: Valeur du zéro imposé → on choisit  $\omega_1 = 0$  et  $\nu_1 = -6$
- Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte.
  - Exprimer les fonctions de transfert en boucle fermée.
  - Prédétermination de la réponse à un échelon de consigne.
- Déterminer la relation de récurrence qui lie les échantillons de mesure aux échantillons de consigne.  
Calculer les 20 premiers échantillons de la suite pour un échelon de consigne de 100 inc. En déduire le dépassement absolu, le temps de réponse à 5%. Donner les limites de validité de ces résultats.
- Pour ce réglage, exprimer l'écart de consigne suite à une excitation en rampe de pente notée  $V$  (exprimée en inc/s). Faire l'application numérique.
- P4.** Réglage 2: Satisfaire une marge de stabilité imposée
- Exprimer la contribution du module et de l'argument (dans le domaine harmonique) du zéro numérique mis sous la forme  $(1-z^{-1})$ . Exprimer ce module et cet argument si on fait le changement de variable  $z = e^{j\omega T_e}$  (angle réduit en rad).
  - De quel type de correcteur s'agit-il ?
- On reproduit les abaques qui donnent le module et l'argument avec pour paramètre le gain  $K$ .
- A partir de la figure 2-1, la juste instabilité faite dans le TP "RPPN", déterminer les valeurs efficaces  $C_0$  et  $C_1$  si on souhaite que le zéro numérique crée une marge de phase d'abord de  $60^\circ$  (réglage 2-1) puis de  $60^\circ$  (réglage 2-1)



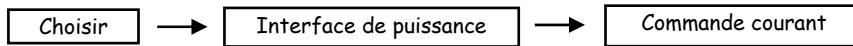
## 4. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

Configuration du système valable pour toutes les expérimentations:

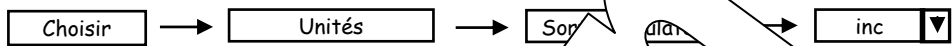
- Choisir le mode de commande "En boucle fermée", pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



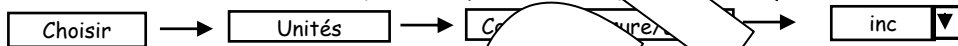
- Choisir le type d'interface de puissance "Commande tension" pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



- Choisir l'unité de Sr: en "inc" pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



- Choisir l'unité de C, M et ε: en incrément numérique (inc) pour cela "cliquer" sur les menus successifs:



- Définir une commande de charge mécanique (frottement fluide) pour cela "cliquer" sur le bloc correspondant.

- Choisir la période d'échantillonnage du régulateur (incrément de deux calculs)




Spécimen

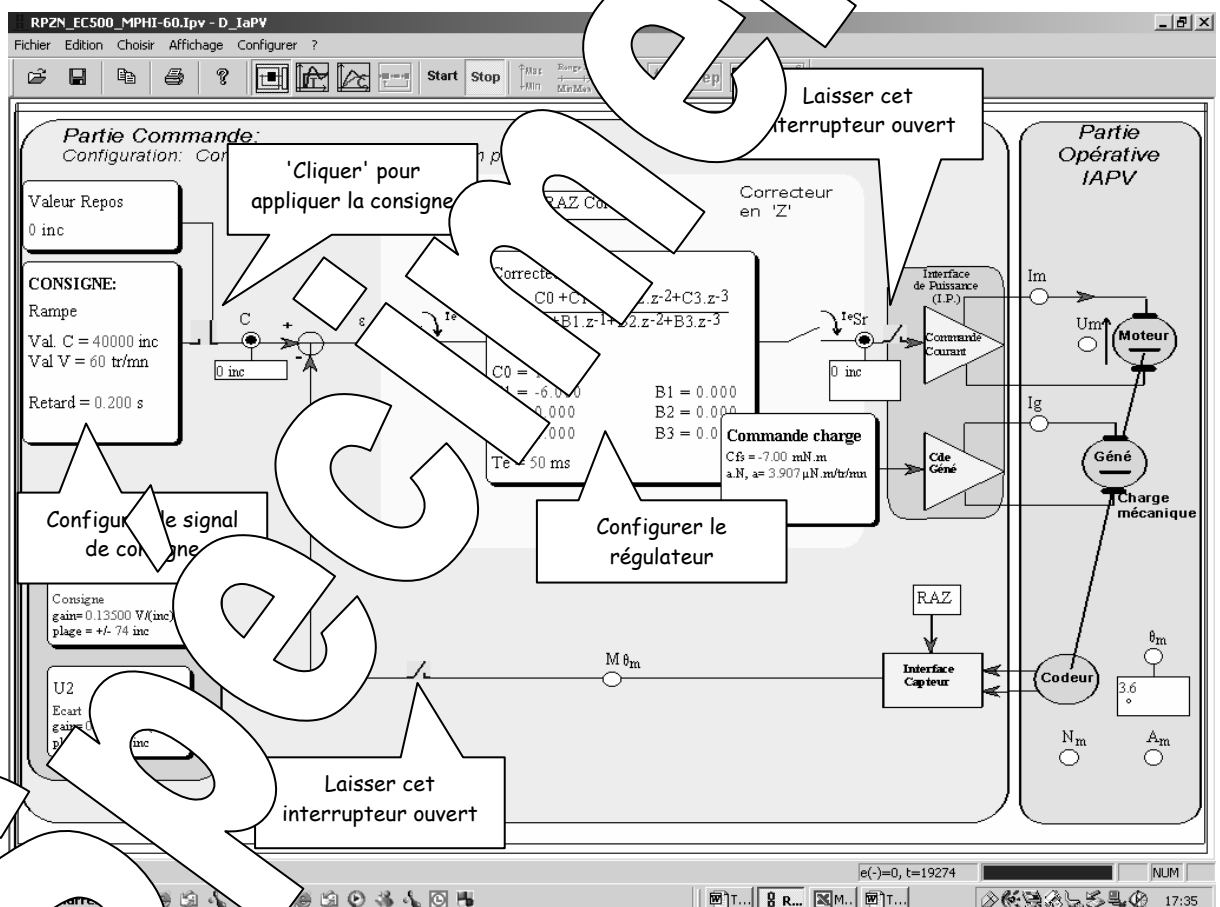
## 4.1. Vérification fonctionnement correcteur en boucle ouverte


### E1. Vérifier le comportement en régime transitoire (Réponse à un échelon constant)

Compléter la configuration

- Configurer le correcteur pour vérifier les prédéterminations P1:
  - donner les bonnes valeurs aux deux coefficients non nuls ( $C_0 = 2$  et  $C_1 = -1,5$ )
- Choisir une "valeur de repos" nulle en "Cliquant" sur le bloc correspondant.
- Sélectionner les points d'enregistrement  $S_r$  et  $C$  (par "clic" dessus).
- Choisir une commande de type "Rampe" en "cliquant" sur le bloc "Rampe:" puis sur le bouton  puis affecter une "Valeur C" égale à 40000 inc puis une "Valeur V" égale à 60 tr/min (soit 2000 inc/s) et enfin un "Retard" égal à 0,2S.

Ecran synoptique à obtenir





- Appliquer la consigne en "cliquant" sur l'interrupteur.
- Visualiser les courbes de réponses obtenues en "cliquant" sur le bouton 
- Positionner des sondes pour vérifier les différents résultats de calcul (Valeurs des paliers aux instants d'échantillonnage (multiples de 0,05S))
- Mettre votre nom et groupe de TP dans la zone commentaire.
- Faire une copie d'écran pour placer l'image dans votre compte rendu.

**Comparer les valeurs relevées aux prédéterminations.**

**E2. Vérifier le comportement en régime harmonique (création  $M\phi = 45^\circ$ )**

Changer la configuration

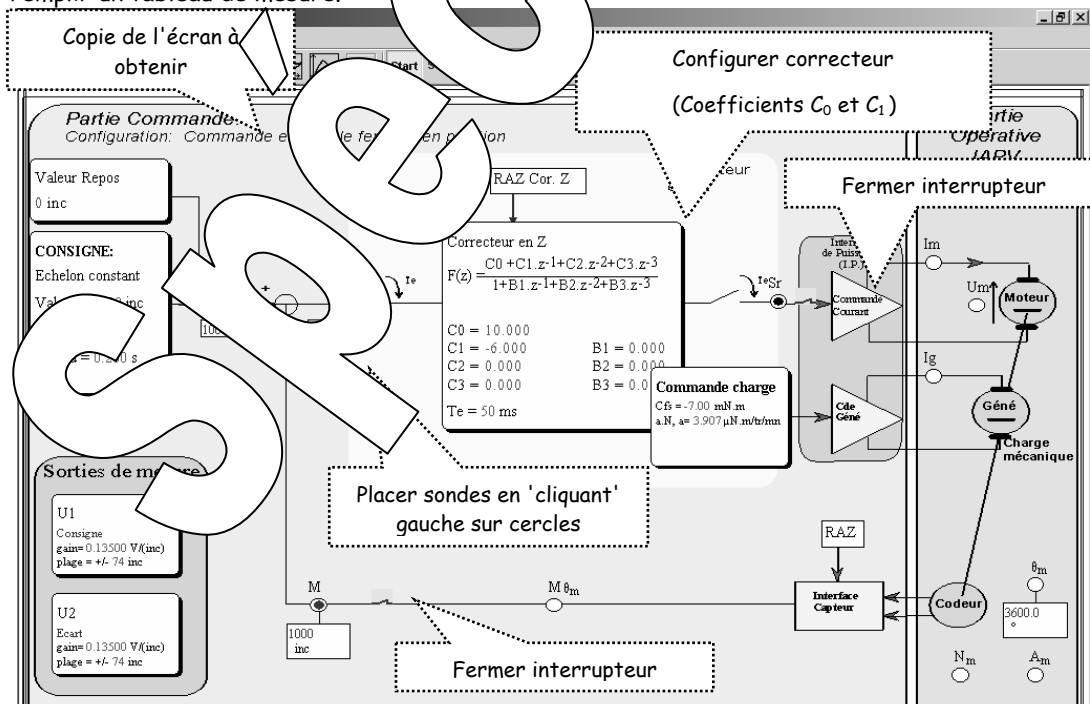
- Configurer le correcteur:
  - donner les bonnes valeurs aux deux coefficients  $C_0$  et  $C_1$  (Déterminés pour créer  $M\phi=45^\circ$ )
- Choisir une commande de type "Sinusoïdal" en "cliquant" sur le bloc "Consigne:" puis sur le bouton  puis affecter une "Valeur C" égale à 500 inc puis une "Amplitude" égale à 200 inc puis une période égale à  $T_{osc}$  (période des oscillations obtenue lors de la recherche de la juste instabilité dans TP5\_RPPN) et enfin un "Retard" égal à 0S.
- Appliquer la consigne en 'cliquant' sur l'interrupteur.
- Visualiser les courbes de réponses obtenues en "cliquant" sur le bouton .
- Positionner des sondes pour vérifier les différents résultats (Valeurs  $M$  et  $\theta$  pour les max des deux signaux  $S_r$  et  $C$ )
- Mettre votre nom et groupe de TP dans la zone commentaire.
- Faire une copie d'écran pour placer l'image dans votre copie.

Déterminer le rapport des amplitudes et le déphasage en fonction de la fréquence. Comparer les résultats aux valeurs lues sur les abaques.

**4.2. Etude en boucle fermée en régime statique**

**E3. Relevé des caractéristiques de transfert statiques en boucle fermée  $\theta = \text{fn}(C)$  et  $M = \text{fn}(C)$**

- Choisir une "valeur de repos" en "cliquant" sur l'interrupteur correspondant
- Configurer le correcteur: → donner les bonnes valeurs aux deux coefficients non nuls  $C_0$  et  $C_1$ , (valeurs choisies pour le "réglage 1").
- Positionner des sondes (par "clic gauche" sur les sondes  $M$ ,  $\theta$ ,  $\varepsilon$  et  $\theta_m$ )
- Faire des mesures pour des valeurs de repos allant de -6000inc à +6000inc par pas de 1000inc et remplir un tableau de mesure.



**E4. Tracer les caractéristiques de transfert statiques en boucle fermée  $M = \text{fn}(C)$  et  $\theta = \text{fn}(C)$**

En déduire les coefficients de transfert statiques en boucle fermée (coefficients et  $K_F$   $K_{F0}$ ).




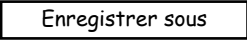
## 4.3. Etude en boucle fermée en régime dynamique

### 4.3.1. Réponse à un échelon constant

**E5.** Après configuration du système, relever l'évolution au cours du temps de la mesure position  $M = f_n(t)$  suite à une excitation en échelon constant.

Enregistrer le résultat dans fichier sur disque dur.


*Mode opératoire:*

- Conserver la configuration précédente du système
- Choisir une grandeur de repos égal à 0 inc
- Choisir une commande de type "Echelon constant" en "cliquant" sur bouton  puis affecter une "valeur C" égale à 100 inc et un "Retard" égal à 0,2S.
- Sélectionner les points d'enregistrement C et M en "cliquant" sur les boutons correspondants.
- Appliquer la commande en "cliquant" sur le commutateur .
- Visualiser les courbes de réponses obtenues en "cliquant" sur le bouton .
- Ajuster éventuellement les échelles afin d'obtenir des courbes satisfaisantes (bouton Min/Max et Zoomx)
- Enregistrer les résultats de l'essai, "cliquer" sur le bouton  Enregistrer sous

**Relever le temps de réponse à 5%.**


Dans plan "courbes de réponse" "cliquer" sur le bouton  et suivre les instructions.

**Relever le dépassement  $\sigma$ , relever l'ins**  **à a lieu cet extremum**

Dans plan "courbes de réponse" "cliquer" sur le bouton  et suivre les instructions.

**Dans zone "commentaire" inscrire le nom de votre groupe de TP puis faire:**

→ soit une impression

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer" sur le bouton 

Fichier

Imprimer

→ soit une copie d'écran en de **placer dans un document (compte rendu)**

- Dans plan "courbes de réponse" "cliquer" sur le bouton 

Edition

Copier


Ensuite sous "Menu" exemple, "cliquer" sur le bouton 

Edition

Coller

**E6.** Relever le temps de réponse à 5% pour le réglage 2.1 puis pour le réglage 2.2

**E7.** Relever les réponses obtenues pour les différents essais

- Dans plan "synthèse" "cliquer" sur bouton  et charger les différents fichiers.

- Choisir les comparées évolutions de la position

Choisir

Comparaison de courbes...

- Choisir les différents essais

Fichier

Ouvrir


### 4.3.2. Réponse à un échelon de vitesse (rampe)

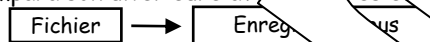
**E8. Relever de l'évolution au cours du temps de la mesure image de la position  $M=fn(t)$  suite à une excitation en échelon de vitesse.**

**Mettre en évidence l'erreur de traînage.**

**Enregistrer le résultat dans fichier sur disque dur.**

*Mode opératoire:*

- Conserver la configuration précédente du système avec le réglage n°1
- Choisir une grandeur de repos égal à 0 inc
- Choisir une commande de type "Rampe" en "cliquant" sur bouton  dans bloc "Commande" puis affecter une "valeur C" égale à 10000 inc une "valeur C" égale à 400tr/m un "Retard" égal à 0,2S.
- Sélectionner les point d'enregistrement M,C et  $\epsilon$  en 'cliquant dessus.
- Faire une sauvegarde de l'essai pour une comparaison ultérieure avec les essais précédents.



→ Placer des sondes pour vérifier la pente de la rampe de l'essai en régime final.


→ Comparer les valeurs obtenues avec les valeurs précédentes.

→ Dans zone "commentaire" inscrire votre nom, votre groupe et TP puis faire:

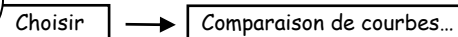
soit une impression ,

soit une copie d'écran afin de l'insérer dans un rapport (compréhensible)

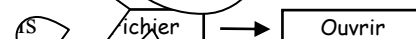
**E8. Refaire le même essai mais pour un régulateur à action proportionnelle et faire une comparaison des différentes réponses avec celle obtenue avec un correcteur simplement proportionnel.**

Dans plan "synoptique" cliquer sur bouton  et charger les différents fichiers.

- Choisir de comparer les évolutions



- Charger les différents fichiers



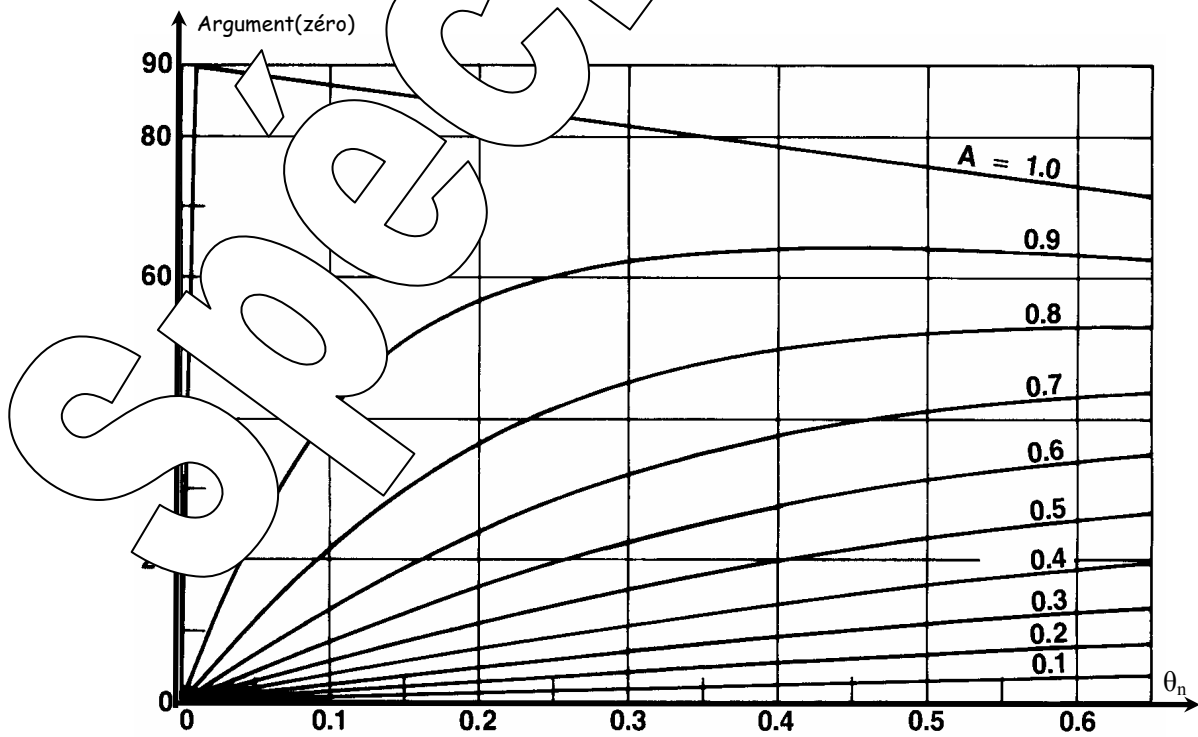
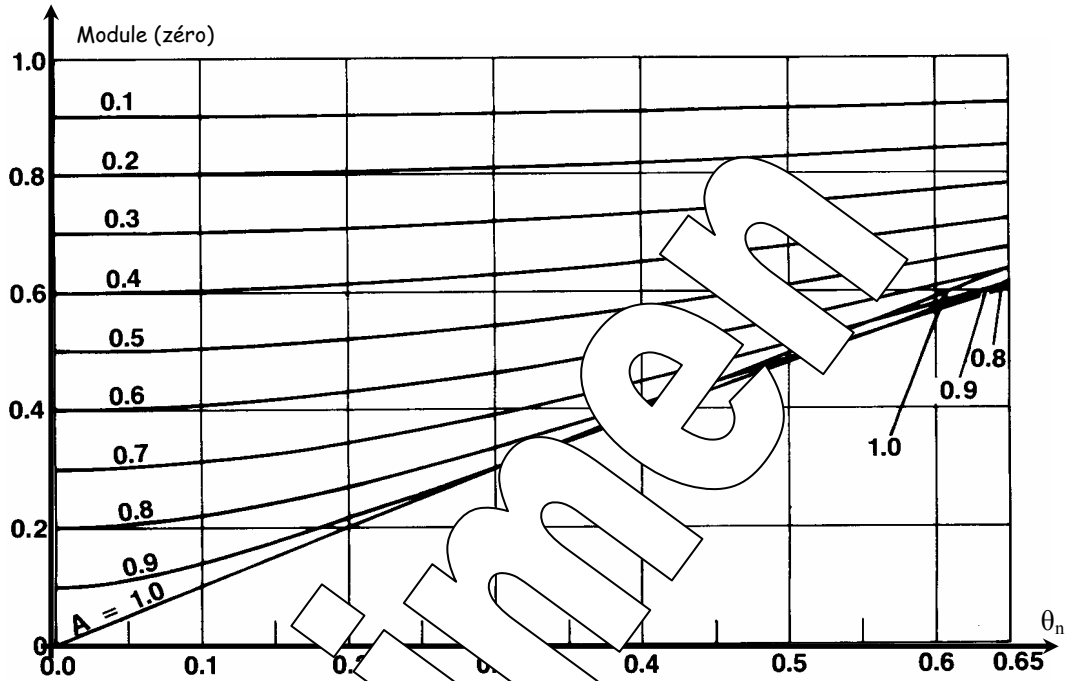


# 5. ANNEXES

## Module et argument "Zéro" numérique en régime harmonique

Module et argument d'un zéro numérique en régime harmonique

$$(1-A.z^{-1}) \rightarrow (1-A.e^{-Tep}) \rightarrow (1-A.e^{-j\omega Tc}) \rightarrow (1-A.e^{-j\theta n})$$



Page vierge

Spécimen

**Systemes asservis dans le  
domaine "numerique"  
ou "echantillonage"  
ou "discrétisation"**

**Dossier  
"RESSOURCES"**

**Spécimen**

Spécimen

## SOMMAIRE

|                                                                                 |          |
|---------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>1. Généralités</b>                                                           | <b>1</b> |
| 1.1. Définition:                                                                | 1        |
| 1.2. Opération d'échantillonnage:                                               | 1        |
| 1.3. Théorème de Shannon:                                                       | 1        |
| 1.4. Expression mathématique d'un signal échantillonné                          | 1        |
| 1.5. Bloqueur d'ordre zéro:                                                     | 1        |
| 1.6. Fonction de transfert du bloqueur d'ordre zéro:                            | 1        |
| <br>                                                                            |          |
| <b>2. Transformée en 'z'- Transformée inverse</b>                               | <b>1</b> |
| 2.1. Transformée en 'z' d'un signal échantillonné                               | 1        |
| 2.2. Transformée en 'z' inverse                                                 | 7        |
| 2.3. Théorèmes aux limites                                                      | 7        |
| <br>                                                                            |          |
| <b>3. Fonction de transfert en 'z'</b>                                          | <b>7</b> |
| 3.1. Définition                                                                 | 7        |
| 3.2. Application à la résolution d'un régime transitoire:                       | 7        |
| 3.3. Coefficient de transfert statique en gain numérique                        | 7        |
| 3.4. Synthèse d'une fonction de transfert en 'z'                                | 7        |
| <br>                                                                            |          |
| <b>4. Systèmes à servis échantillonnés</b>                                      | <b>7</b> |
| 4.1. Structure et fonctions                                                     | 7        |
| 4.2. Etude de la stabilité                                                      | 7        |
| 4.3. Etude de la stabilité                                                      | 7        |
| 4.4. Dynamique d'un système numérique du deuxième ordre                         | 7        |
| 4.5. Correction numérique (numérique) de type P; PI; PID                        | 7        |
| 4.6. Correction "Pôle" et "Zéro"                                                | 7        |
| 4.7. Synthèse de correcteurs numériques par choix FTBF F(z)                     | 7        |
| <br>                                                                            |          |
| Annexe 1: Liste de transformées en z                                            | 7        |
| Annexe 2: Abaque sur le comportement dynamique des systèmes du 2 <sup>ème</sup> | 7        |
| Annexe 3: Comportement pôle et de zéro numérique en régime harmonique           | 7        |

Spécimen

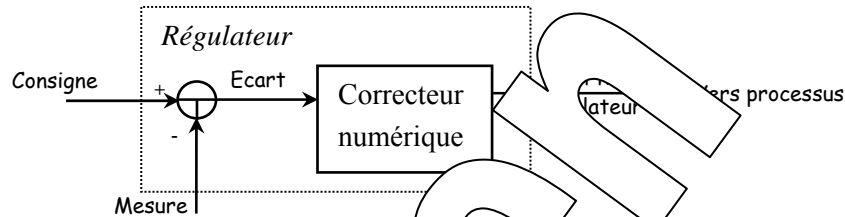
# 1. GENERALITES

## 1.1. Définition:

Une boucle d'asservissement est de type "numérique" (ou "échantillonné" ou "discret") si la fonction de correction est réalisée par un système programmable (Micro-contrôleur, carte à micro-processeur, ordinateur, voire automate programmable industriel).

Le programme réalisant la fonction de correction est exécuté à intervalles de temps réguliers appelé "période d'échantillonnage" (notée  $T_e$ ), contrairement aux systèmes dit "continus" dont l'action de correction est réalisée à tout instant.

Naturellement, la durée d'exécution du programme de calcul devra être nettement inférieure à  $T_e$ .

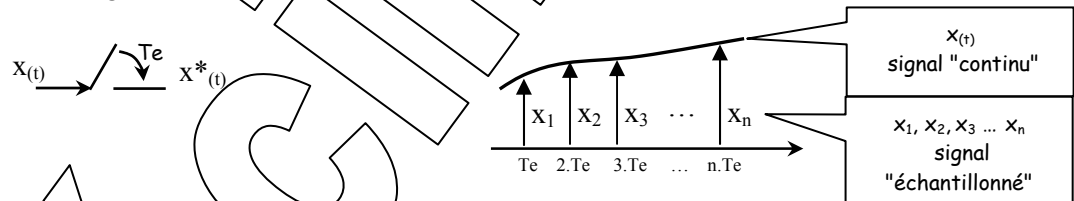


## 1.2. Opération d'échantillonnage:

A chaque période d'échantillonnage  $T_e$ , il y a acquisition de la valeur de l'écart (ou de la valeur de la consigne et de la mesure si la comparaison est utilisée dans le calcul). C'est l'opération d'échantillonnage ou de discrétisation.

On représente cette opération par le schéma ci-dessous.

On appelle signal échantillonné ( $X^*(t)$ ), l'ensemble des valeurs acquises aux instants d'échantillonnage:



## 1.3. Théorème de Nyquist:

On ne perd pas d'information en échantillonnant un signal si la fréquence d'échantillonnage est au moins égale à deux fois la fréquence la plus élevée des fréquences contenues dans son spectre.

## 1.4. Expression mathématique d'un signal échantillonné :

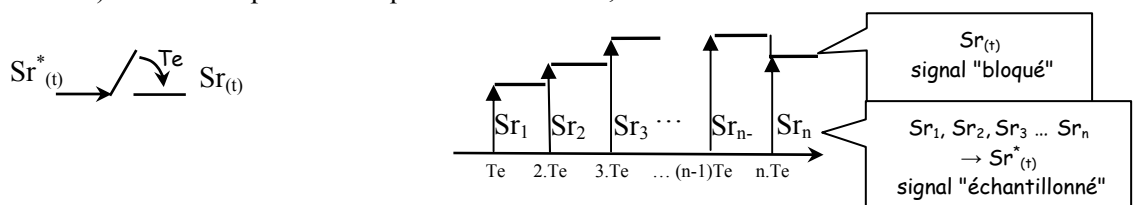
Un signal échantillonné est le produit du signal  $x$  avec une impulsion de Dirac apparaissant à l'instant  $n.T_e$ .

On peut donc écrire l'ensemble des échantillons:

$$X^*(t) = \sum_{n=0}^{n=\infty} X(n.T_e) \cdot \delta_{(t-n.T_e)}$$

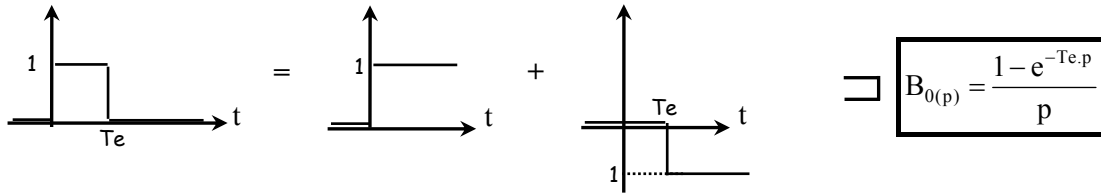
## 1.5. Fonction de bloc d'ordre zéro:

Entre deux périodes d'échantillonnage, la commande du processus est maintenue constante, égale au résultat du dernier calcul du correcteur. Cette fonction qui maintient la commande constante (pente nulle) est réalisée par un "bloqueur d'ordre zéro";



### 1.6. Fonction de transfert du bloqueur d'ordre zéro:

On rappelle que la fonction de transfert d'un système n'est autre que la transformée de Laplace de sa réponse impulsionnelle (sa réponse à une impulsion de Dirac) soit



## 2. TRANSFORMEE EN 'Z'- TRANSFORMEE INVERSE

### 2.1. Transformée en 'z' d'un signal échantillonné

La transformée en 'z' d'un signal échantillonné est déduite (à partir de la transformée de Laplace)

$$X^*(t) = \sum_{n=0}^{n=\infty} X(n.T_e) \cdot \delta(t-n.T_e) \quad \Rightarrow \quad X^*(p) = \sum_{n=0}^{n=\infty} X(n.T_e) \cdot e^{-n.T_e.p}$$

La transformée en 'z' s'obtient par le changement de variable  $z = e^{Te.p}$

Ce qui conduit à: 
$$X^*(p) = \sum_{n=0}^{n=\infty} X(n.T_e) \cdot e^{-n.T_e.p} = \sum_{n=0}^{n=\infty} X(n.T_e) \cdot z^{-n}$$

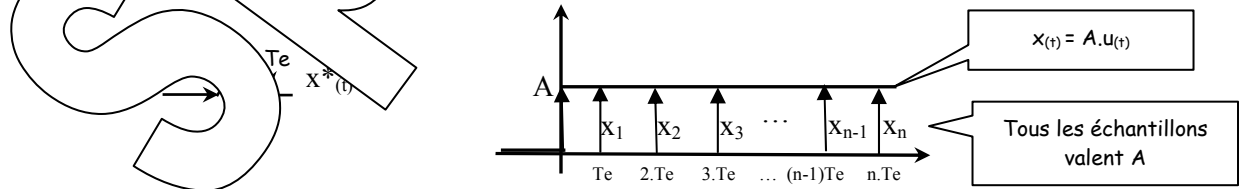
**Remarque:**

- La transformée en 'z' ne s'appliquant qu'à un signal échantillonné, on peut tout de même imaginer la transformée en 'z' d'un signal continu en considérant un échantillonneur fictif générant les échantillons du signal.

- Sachant que la transformée de Laplace d'un retard pur de valeur Tr est  $e^{-Tr.p}$ , multiplier par  $z^{-1}$  la transformée en 'z' d'un signal échantillonné revient à le retarder d'une période d'échantillonnage.

**Exemple n°1**

Soit un signal échantillonné selon constant  $x(t) = A \cdot u(t)$



La transformée en 'z' a donc pour expression 
$$X(z) = \sum_{n=0}^{n=\infty} X(n.T_e) \cdot z^{-n} = \sum_{n=0}^{n=\infty} A \cdot z^{-n} = A \sum_{n=0}^{n=\infty} z^{-n}$$

La somme de la série de raison  $z^{-1}$  a pour expression:

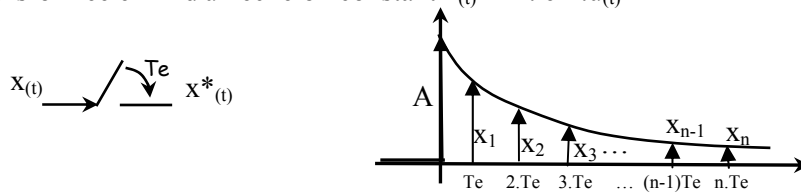
$$X(z) = \frac{A}{1 - z^{-1}} = A \frac{z}{z - 1}$$

Remarque: On rappelle que la transformée de Laplace de  $x(t)$  est  $X(p) = A/p$ . Un pôle à l'origine dans le plan de Laplace devient un pôle à 1 en 'z'.



**Exemple n°2**

Soit la transformée en 'z' d'un échelon constant  $x(t) = A \cdot e^{-t/\tau} \cdot u(t)$



La transformée en 'z' a donc pour expression:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{n=\infty} x(n \cdot Te) z^{-n} = \sum_{n=0}^{n=\infty} A e^{-\frac{nTe}{\tau}} z^{-n} = A \sum_{n=0}^{n=\infty} e^{-\frac{nTe}{\tau}} z^{-n}$$

Si on pose  $\alpha = e^{-Te/\tau}$  la somme de la série a pour expression

$$X(z) = A \frac{z}{z - \alpha}$$

**Remarque:**

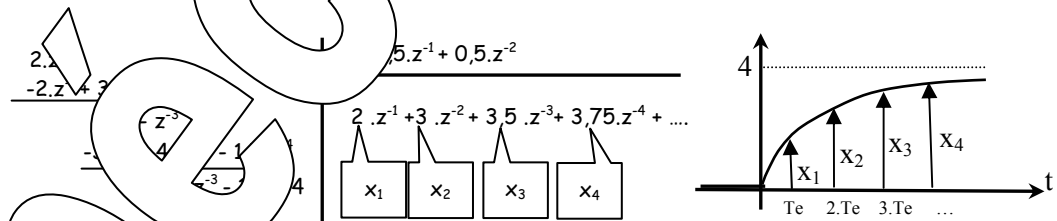
- Comme pour la transformée de Laplace, la transformée en 'z' d'un signal peut être recherchée dans des tables (voir table en Annexe 1)
- On rappelle que la transformée de Laplace de  $x(t) = A \cdot e^{-t/\tau} \cdot u(t)$  est  $X(s) = \frac{A}{s + 1/\tau}$ . Un pôle à  $-1/\tau$  dans le plan de Laplace, devient un pôle à  $e^{-Te/\tau}$  en 'z'.

**2.2. Transformée en 'z' inverse**

Il s'agit de déterminer la valeur des échantillons d'un signal à partir de la connaissance de sa transformée en 'z'.

Méthode: On effectue la division polynôme après avoir exprimé  $X(z)$  en fonction des puissances en  $z^{-1}$

Exemple: Soit la transformée  $X(z) = \frac{2 \cdot z}{(z-1)(z-0,5)} = \frac{2 \cdot z^{-1}}{1 - 1,5 \cdot z^{-1} + 0,5 \cdot z^{-2}}$



**Remarque:**

Comme pour la transformée de Laplace, la transformée en 'z' inverse d'un signal peut être recherchée dans des tables (voir table en Annexe 1).

**Théorème sur les limites**

**Théorème sur la valeur initiale:**

Permet de déterminer la valeur initiale d'un signal temporel à partir de la connaissance de sa transformée en 'z'.

$$\lim_{t \rightarrow 0} x(t) = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$$

**Théorème sur la valeur finale:**

Permet de déterminer la valeur finale d'un signal temporel à partir de la connaissance de sa transformée en 'z'

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \cdot X(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \left[ \frac{z-1}{z} X(z) \right]$$

### 3. FONCTION DE TRANSFERT EN 'Z'

#### 3.1. Définition

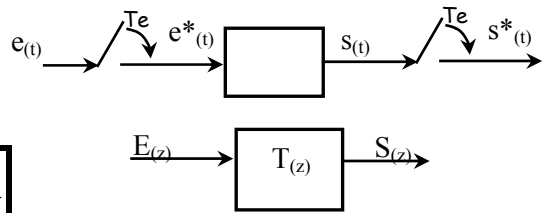
Soit un système linéaire ou une partie de système dont on considère l'entrée d'excitation  $e_{(t)}$  et sa sortie  $s_{(t)}$  supposé mis sous la forme ci contre:

Si à  $e^*_{(t)} \rightleftharpoons E_{(z)}$

et Si à  $s^*_{(t)} \rightleftharpoons S_{(z)}$

On en déduit la fonction de transfert en 'z' :

$$T_{(z)} = \frac{S_{(z)}}{E_{(z)}}$$



**Remarques:**

- Les échantillonneurs sont supposés synchrones (échantillons pris à mêmes instants).
- Comme pour les fonctions de transfert dans le domaine continu (en fait la transformée inverse de  $T_{(z)}$  n'a aucune signification physique).

#### 3.2. Application à la résolution d'un régime permanent

Connaissant le signal d'excitation  $e_{(t)}$ , donc sa transformée  $E_{(z)}$ , on calcule  $S_{(z)} = T_{(z)} \cdot E_{(z)}$ . Par transformée inverse (ou utilisation de la table de transformées) on en déduit  $s_{(t)}$ .

#### 3.3. Coefficient de transfert statique ou gain statique

Si l'excitation du système est une constante notée  $A$ , on en déduit sa transformée en 'z' :

$$E_{(z)} = A \cdot \frac{z}{z-1}$$

et la transformée de la sortie :

$$S_{(z)} = T_{(z)} \cdot E_{(z)} = T_{(z)} \cdot A \cdot \frac{z}{z-1}$$

Le système est dit stable si la valeur finale de  $s_{(t)}$  est également une constante, soit en appliquant le théorème sur la valeur finale :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s_{(t)} = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \cdot S_{(z)} = \lim_{z \rightarrow 1} \left[ \frac{z-1}{z} S_{(z)} \right] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[ \frac{z-1}{z} T_{(z)} \cdot A \cdot \frac{z}{z-1} \right] = \lim_{z \rightarrow 1} [T_{(z)} \cdot A.]$$

On définit alors le coefficient de transfert statique ou gain statique (noté GS):

$$GS = \lim_{t \rightarrow \infty} s_{(t)} = \frac{\lim_{z \rightarrow 1} T_{(z)} \cdot A}{A} = \lim_{z \rightarrow 1} T_{(z)}$$

Soit  $GS = T_{(z)}|_{z=1}$  à condition que  $T_{(z)}$  n'ait pas de pôle à  $z=1$

**Remarque:**

On rappelle que dans le domaine continu, le gain statique est égal à  $T_{(0)}$  à condition que  $T_{(p)}$  n'ait pas de pôle à  $p=0$  (système sans intégration).

### 3.4. Synthèse d'une fonction de transfert en 'z'

Il s'agit de déterminer la relation qui lie les échantillons d'entrée et de sortie (appelée relation de récurrence) d'un système échantillonné dont on connaît la fonction de transfert en 'z'.

**Méthode:**

- Mettre la fonction de transfert en fonction des puissances négatives de z (soit  $z^{-1}$ ,  $z^{-2}$  ...)
- En déduire la relation qui lie  $S_{(z)}$  et  $E_{(z)}$
- Exprimer la relation de récurrence sachant que multiplier par  $z^{-1}$  revient à retarder d'une période d'échantillonnage.

**Exemple:**

Soit la fonction de transfert :  $T_{(z)} = \frac{S_{(z)}}{E_{(z)}} = \frac{1 - z^{-1}}{1 - z^{-1} + 2z^{-2}}$

On en déduit la relation entrée / sortie:  $S_{(z)}(1 - z^{-1} + 2z^{-2}) = E_{(z)}$

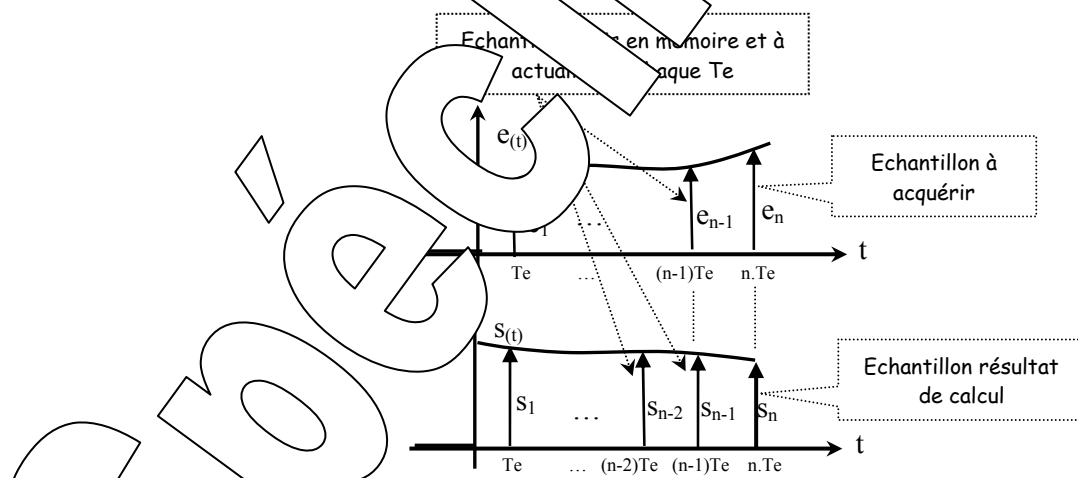
Soit:  $S_{(z)} - S_{(z)}z^{-1} + 2S_{(z)}z^{-2} = E_{(z)} - E_{(z)}z^{-1}$

On en déduit alors la relation de récurrence:  $s_{(n)} - s_{(n-1)} + 2s_{(n-2)} = e_n - e_{n-1}$

Soit l'expression donnant la valeur de la sortie à l'instant d'échantillonnage  $t = n.T_e$

$s_n = s_{n-1} - 2.s_{n-2} + e_n$

où;  $s_{n-1}$  est la valeur de s à l'instant d'échantillonnage précédent soit à  $t = (n-1)T_e$   
 $s_{n-2}$  est la valeur de s à 2 périodes d'échantillonnage précédentes soit à  $t = (n-2)T_e$   
 $e_n$  est la valeur de l'échantillon d'entrée présent soit à  $t = n.T_e$   
 $e_{n-1}$  est la valeur de l'échantillon d'entrée précédent soit à  $t = (n-1).T_e$



Dans le cas d'un correcteur numérique (ou d'un filtre numérique), la relation de récurrence déduite de sa fonction de transfert en 'z' n'est autre que la relation de calcul à programmer.

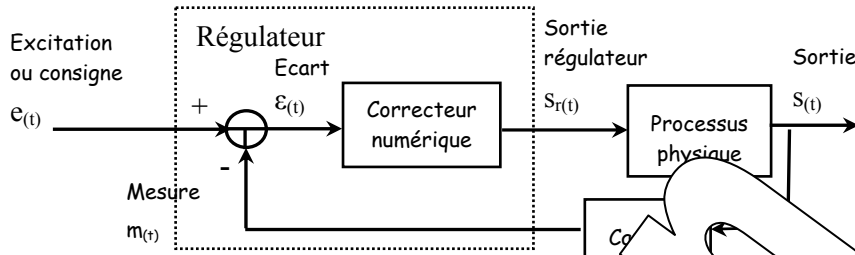
D'après l'exemple précédent,  $s_n$  est le résultat du calcul fait à l'instant d'échantillonnage  $t = n.T_e$ ,  $s_{n-1}$  est le résultat du calcul fait le coup d'avant (qu'il aura fallu mettre en mémoire),  $s_{n-2}$  le résultat de calcul fait deux coups avant (mis également en mémoire),  $e_n$  l'échantillon d'entrée à l'instant présent (qu'il faut acquérir) et  $e_{n-1}$  la valeur d'entrée acquise le coup d'avant (qu'il aura fallu mettre) en mémoire.

Les grandeurs mises en mémoire sont à actualiser une fois le calcul fait afin qu'elles soient disponibles lors du calcul suivant: dans l'exemple ( $e_{n-1} \leftarrow e_n$  et  $s_{n-2} \leftarrow s_{n-1}$  puis  $s_{n-1} \leftarrow s_n$ )

## 4. SYSTEMES ASSERVIS ECHANTILLONNES

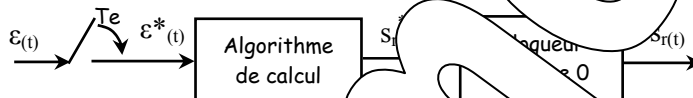
### 4.1. Structure et fonctions de transfert

Un système asservi échantillonné est composé d'un correcteur numérique, d'un processus et d'un capteur, l'ensemble constituant une boucle d'asservissement.



Remarque:

- Le correcteur numérique réalise un calcul à chaque période d'échantillonnage  $T_e$  en faisant intervenir l'échantillon de l'écart. Le résultat de calcul est alors une commande du processus. Cette commande est maintenue constante jusqu'au calcul suivant (le bloc de bloqueur d'ordre 0).

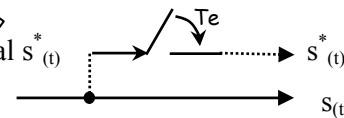


- La fonction "comparateur" est le plus souvent réalisée dans l'algorithme de calcul, soit

$$\epsilon_n = e_n - m_n \quad \text{On peut donc considérer les échantillons } \epsilon^*(t) \text{ et } m^*(t).$$

- Le processus fait partie du domaine continu (en sens asservisements'). On peut considérer les valeurs de  $s(t)$  aux instants d'échantillonnage.

Cela revient à envisager un échantillonneur



**Transformées en 'z':**

On considère les transformées en Laplace des différents signaux

$$\epsilon^*(t) \rightleftharpoons E(z) \quad S_r^*(t) \rightleftharpoons S_r(z) \quad s^*(t) \rightleftharpoons S(z)$$

**Fonctions de transfert:**

Si on note la fonction de transfert du processus:  $T_{(p)} = \frac{S_{(p)}}{S_r_{(p)}}$

Si on appelle la fonction de transfert du bloqueur d'ordre 0:  $B_{0(p)} = \frac{1 - e^{-T_e \cdot p}}{p}$

La fonction de transfert du capteur:  $\mu = \frac{M_{(p)}}{S_{(p)}}$

Si on note la fonction de transfert du correcteur numérique:  $k_{(z)} = \frac{S_r(z)}{\epsilon(z)}$

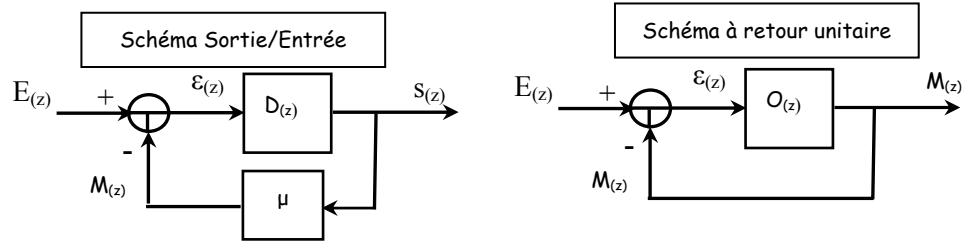
Si on rappelle la relation  $z = e^{T_e \cdot p}$  donc  $z^{-1} = e^{-T_e \cdot p}$ , on en déduit  $1 - e^{-T_e \cdot p} = 1 - z^{-1}$

On détermine la fonction de transfert en 'z' de la chaîne directe:

$$D_{(z)} = \frac{S_{(z)}}{\epsilon_{(z)}} = k_{(z)} \cdot (1 - z^{-1}) \rightleftharpoons \left[ \frac{T_{(p)}}{p} \right]$$

Transformée en 'z' par table

Soit les schémas blocs en 'z' :



Dans le cas du schéma à retour unitaire, le capteur est inclus dans la chaîne directe.

D'où la fonction de transfert de la boucle ouverte (boucle complète):  $O_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{\epsilon_{(z)}} = D_{(z)} \cdot \mu$

On peut en déduire les fonctions de transfert en boucle fermée

Pour schéma Sortie/Entrée

$$F_{(z)} = \frac{S_{(z)}}{E_{(z)}} = \frac{D_{(z)}}{1 + D_{(z)} \cdot \mu}$$

Pour schéma à retour unitaire

$$F_{u(z)} = \frac{M_{(z)}}{E_{(z)}} = \frac{O_{(z)}}{1 + O_{(z)}}$$

**Exemple:**

Soit un processus du premier ordre de fonction de transfert:  $T_{(p)} = \frac{S_{(p)}}{Sr_{(p)}} = \frac{\alpha}{1 + \tau.p}$

Soit un correcteur de fonction de transfert:  $K_{(z)} = \frac{Sr_{(z)}}{S_{(z)}} = \frac{c(z - A)}{z - 1}$

('C' est un coefficient constant et 'A' est le zéro du correcteur également constant)

On en déduit la fonction de transfert en chaîne directe:

$$D_{(z)} = \frac{S_{(z)}}{\epsilon_{(z)}} = \frac{c(z - A)}{z - 1} \cdot \frac{z - 1}{z} = \frac{c(z - A)(z - 1)}{z(z - 1)}$$

du numérateur du bloqueur (B<sub>0(p)</sub>)      Provient du dénominateur du bloqueur (B<sub>0(p)</sub>)

Soit, d'après les données:

$$D_{(z)} = \frac{(1 - \delta)z}{z - 1} = C.\alpha \frac{(z - A)(1 - \delta)}{(z - 1)(z - \delta)} \rightarrow D_{(z)} = C.\alpha.(1 - \delta) \frac{(z - A)}{(z - 1)(z - \delta)}$$

avec:  $\delta = e^{-T_e/\tau_0}$

Soit en définitive la fonction de transfert en boucle fermée:

$$F_{(z)} = \frac{C.\alpha.(1 - \delta) \frac{(z - A)}{(z - 1)(z - \delta)}}{1 + C.\alpha.(1 - \delta)\mu \frac{(z - A)}{(z - 1)(z - \delta)}} = \frac{C.\alpha.(1 - \delta)(z - A)}{(z - 1)(z - \delta) + C.\alpha.\mu(1 - \delta)(z - A)}$$

Soit en définitive:

$$F_{(z)} = \frac{S_{(z)}}{E_{(z)}} = \frac{C.\alpha.(1 - \delta)(z - A)}{z^2 + z[C.\alpha.(1 - \delta) - 1 - \delta] + [\delta - C.\alpha.(1 - \delta)A]}$$

Pour la fonction de transfert si boucle à retour unitaire, seul le numérateur est à multiplier par μ.

**4.2. Etude de la précision**

**Expression de l'écart:**

On rappelle qu'étudier la précision d'une boucle d'asservissement, c'est étudier la valeur de l'écart (écart = consigne - mesure) en régime permanent.

Dans le cas du schéma bloc 'à retour unitaire', on peut exprimer l'écart sous la forme:  $\varepsilon_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{O_{(z)}}$

Or:  $M_{(z)} = F_{u(z)} \cdot E_{(z)} = \frac{O_{(z)} \cdot E_{(z)}}{1 + O_{(z)}} \rightarrow \boxed{\varepsilon_{(z)} = \frac{E_{(z)}}{(1 + O_{(z)})}$

**Précision statique:**

Dans ce cas le système est excité par un échelon constant  $e_{(t)} = A \cdot u_{(t)}$  où  $u_{(t)}$  est la fonction existence.

On exprime la transformée en 'z' de cette excitation d'après tables:

L'expression de l'écart devient:  $\varepsilon_{(z)} = \frac{A \cdot z}{(z-1)(1 + O_{(z)})}$

On détermine le régime permanent grâce au théorème sur la valeur finale:

$\varepsilon = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \varepsilon_{(z)} = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{A \cdot z}{(z-1)(1 + O_{(z)})} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{A}{(1 + O_{(z)})}$

Il y a deux cas possibles:

→  $O_{(z)}$  n'a pas de pôle à  $z=1$ , soit:

L'écart tend vers une constante qu'on appelle l'écart statique

$\boxed{\varepsilon_s = \frac{A}{(1 + O_{(1)})}}$

→  $O_{(z)}$  a un pôle à  $z=1$ , soit:

L'écart tend vers 0, le système est dit "précis statiquement"  $\boxed{\varepsilon_s = 0}$

Remarque:

La particularité d'un système asservi est que la mesure rejoint la consigne en régime permanent, donc  $\lim_{t \rightarrow \infty} S = E$  et  $S = E / \mu$ .

La relation Sortie/Echelon dépend plus de la chaîne directe. Cette relation ne dépend plus que du coefficient de transfert du système.

**Précision dynamique:**

Le système est excité par un échelon constant  $e_{(t)} = V \cdot t \cdot u_{(t)}$  où  $u_{(t)}$  est la fonction existence.

On exprime la transformée en 'z' de cette excitation d'après tables:

$\boxed{E_{(z)} = \frac{V \cdot T \cdot e \cdot z}{(z-1)^2}}$

L'expression de l'écart devient:  $\varepsilon_{(z)} = \frac{V \cdot T \cdot e \cdot z}{(z-1)^2 (1 + O_{(z)})}$

On détermine le régime permanent grâce au théorème sur la valeur finale:

$\varepsilon = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \varepsilon_{(z)} = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{V \cdot T \cdot e \cdot z}{(z-1)^2 (1 + O_{(z)})} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{V \cdot T \cdot e}{(z-1)(1 + O_{(z)})}$

Il y a trois cas possibles:

→  $O_{(z)}$  n'a pas de pôle à  $z = 1$ , soit:  $\lim_{z \rightarrow 1} O_{(z)} = O_{(1)}$  ce qui entraîne:  $\varepsilon \rightarrow \infty$

→  $O_{(z)}$  a un pôle à  $z = 1$ , soit:  $\lim_{z \rightarrow 1} O_{(z)} = \infty$

Il faut alors lever l'indétermination car on a  $0 \cdot \infty$  au dénominateur.

Si on exprime  $O_{(z)}$  sous la forme  $O_{(z)} = \frac{O'_{(z)}}{(z-1)}$  (On extrait le pôle à 1 de  $O_{(z)}$ )

L'écart tend vers une constante qu'on appelle écart de traînage  $\varepsilon_T = \frac{V \cdot T_e}{O'_{(1)}}$

→  $O_{(z)}$  a deux pôles à  $z = 1$ , soit:

L'écart tend vers 0 et le système est dit "précis en régime permanent"

### 4.3. Etude de la stabilité

#### Etude générale

On rappelle que dans le domaine 'continu' une boucle d'asservissement est qualifiée de 'Stable' si sa fonction de transfert en boucle fermée  $F_{(p)}$  n'a pas de racine réelle négative.

En d'autres termes, si on exprime un pôle sous la forme  $P_1 = \alpha_1 + j\beta_1$ , le critère de stabilité impose que tous les  $\alpha_i$  soient strictement négatifs. Si ces pôles sur le plan complexe, ils devront être situés dans le demi-plan à gauche de l'axe imaginaire.

Or, on rappelle qu'un pôle  $P_1 = \alpha_1 + j\beta_1$  dans le domaine 'continu' se transforme en un pôle

$$\bar{Z}_1 = e^{\alpha_1 \cdot T_e + j\beta_1 \cdot T_e} = e^{\alpha_1 \cdot T_e} \cdot e^{j\beta_1 \cdot T_e} \text{ avec } \|\bar{Z}_1\| = e^{\alpha_1 \cdot T_e} \text{ et } \text{Arg}(\bar{Z}_1) = \beta_1 \cdot T_e$$

Le critère de stabilité "en régime permanent" se reformule en  $\|\bar{Z}_i\| < 1$

**Enoncé du critère de stabilité en régime permanent:**  
 Pour qu'une boucle d'asservissement numérique soit stable il faut que tous les pôles de sa fonction de transfert en boucle fermée aient des modules inférieurs à 1.  
 Si on place ces pôles sur le plan complexe, ils devront être situés à l'intérieur du cercle de rayon 1.

Remarque:

On peut utiliser le critère en échantillonné qu'en continu par un changement de variable:

$$z = \frac{1+w}{1-w}$$

Le critère de stabilité appliqué à  $F_{(w)}$  est le même que celui appliqué à  $F_{(p)}$ .

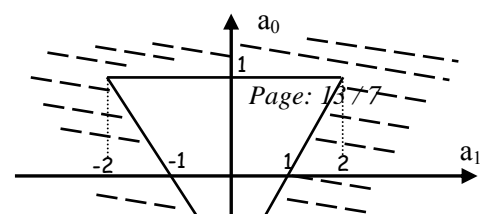
Il existe une méthode algébrique qui permet de savoir si les racines d'une équation algébrique ont un module inférieur à 1. Elle peut être appliquée comme critère de stabilité d'une boucle d'asservissement numérique. C'est le cas du critère de Jury.

- Pour un système du deuxième ordre

Si on met le dénominateur de  $F_{(z)}$  sous la forme:  $\text{Den}[F_{(z)}] = a_2 \cdot z^2 + a_1 \cdot z + a_0$

$$\begin{cases} a_2 + a_1 + a_0 > 0 \\ a_2 - a_1 + a_0 > 0 \\ \|a_0\| < a_2 \end{cases}$$

Le critère de stabilité de Jury impose les relations:



Si on met le dénominateur de  $F(z)$  sous la forme:

$$\text{Den}[F(z)] = z^2 + a_1 z + a_0 \quad (a_2 \text{ ramené égal à } 1)$$

le critère de stabilité de Jury devient:

$$\begin{aligned} a_0 &> -1 - a_1 \\ a_0 &> -1 + a_1 \\ \|a_0\| &< 1 \end{aligned}$$

Soit le domaine possible pour  $a_0$  en fonction de  $a_2$  ci-contre:

- Cas d'un système du troisième ordre

Le critère de Jury impose les contraintes suivantes:

$$\begin{aligned} \text{Den}_{(1)} &> 0 \\ \text{Den}_{(-1)} &< 0 \\ \|a_0\| &< a_3 \\ \|(a_0)^2 - (a_3)^2\| &< a_2 - a_1 \end{aligned}$$

#### 4.4. Dynamique des systèmes numérique du deuxième ordre

##### Hypothèses

On envisage le comportement suite à une excitation en continu d'un système dont la fonction de transfert peut se mettre sous la forme:

$$F(z) = k \frac{z - Z_0}{(z - \bar{P}_1)(z - \bar{P}_1^*)}$$

Avec  $Z_0$  un zéro réel et  $\bar{P}_1$  et  $\bar{P}_1^*$  deux pôles complexes conjugués tel que:  $\rho = |z|$  (module du pôle) et  $\theta$  l'argument

On peut se référer aux systèmes du deuxième ordre en exprimant le module et l'argument du pôle complexe sous la forme:

$$\rho = e^{-\zeta \cdot \omega_F \cdot T_e} \quad \text{et} \quad \theta = \arccos(\sqrt{1 - \zeta^2})$$

avec:  $\omega_F$  la pulsation propre en rad/s et  $\zeta$  le coefficient d'amortissement.

##### Abaque des lieux des pôles pour $\xi$ constant:

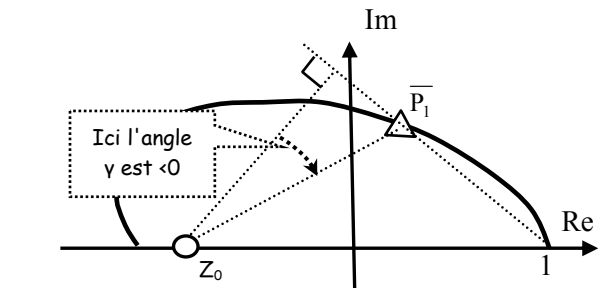
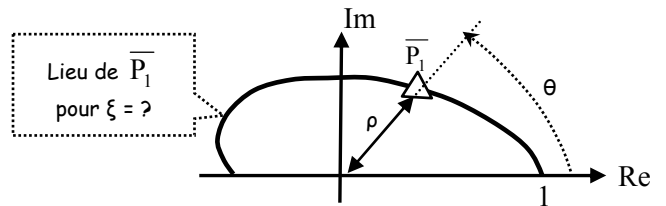
Pour  $\xi$  maintenu constant et  $\omega_F$  variable le pôle  $\bar{P}_1$  décrit une spirale logarithmique.

Voir les différents lieux pour différentes valeurs de  $\xi$  en Annexe 2.

##### Exploitation

Connaissant la fonction de transfert, on construit la fonction géométrique ci-contre:

- 1- on trace la droite passant par le point  $\bar{P}_1$  et  $Z_0$
- 2- on trace la droite joignant le point 1 à  $\bar{P}_1$
- 3- on abaisse la perpendiculaire depuis le  $Z_0$  à cette droite
- 4- on trace le segment de droite entre  $\bar{P}_1$  et  $Z_0$
- 5- on relève l'angle orienté  $\gamma$  (de la perpendiculaire vers le segment  $\bar{P}_1$  et  $Z_0$ )

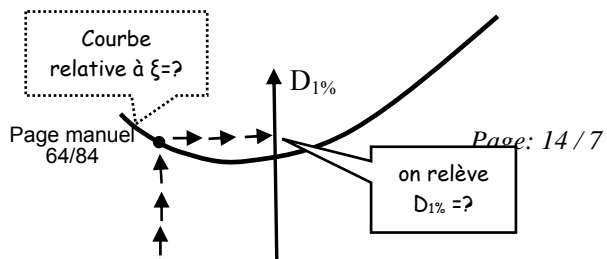


Remarque:

L'angle  $\gamma$  est compté positif s'il est dans le sens trigonométrique

##### Abaque des dépassements

Cet abaque donné en Annexe 2 permet de





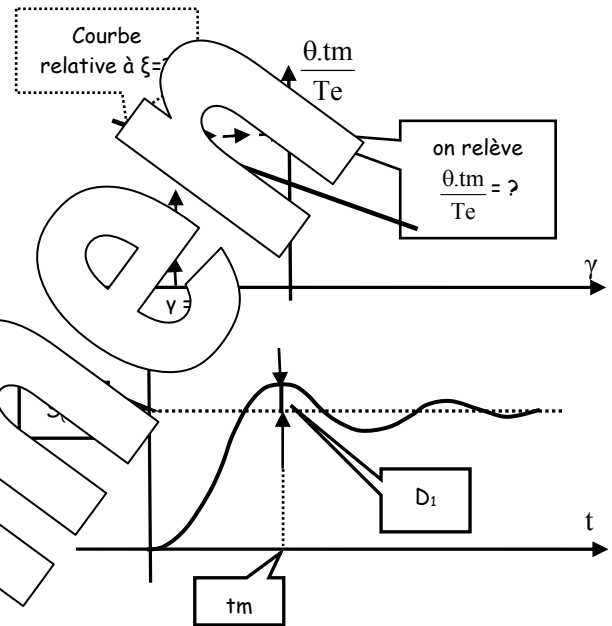
déterminer le premier dépassement relatif à partir de la connaissance du coefficient  $\xi$  et de l'angle déterminé précédemment:

- 1- on élève une droite à l'abscisse de  $\gamma$
- 2- on trace une horizontale au niveau de la courbe correspondant à  $\xi$
- 3- on relève la valeur du dépassement relatif ( $D_{1\%}$ )

**Abaque des temps de montée**

Cet abaque donné en Annexe 2 permet de déterminer l'instant du premier extremum :

- 1- on élève une droite à l'abscisse de  $\gamma$
- 2- on trace une horizontale au niveau de la courbe correspondant à  $\xi$
- 3- on relève la valeur  $\frac{\theta \cdot tm}{Te}$
- 4- on calcule le temps de montée; instant du premier extremum car on connaît  $\theta$  (l'argument du pôle  $\bar{P}_1$ ) et  $Te$  (période d'échantillonnage)



**4.5. Correction échantillonnée (numérique) de type P; PI; PID**

**4.5.1. Correcteur à action intégrale**

Rappel: Un correcteur à action intégrale impose la relation entrée / sortie:  $S_{r(t)} = \frac{1}{T_i} \int \epsilon_{(t)} dt$

avec:  $S_{r(t)}$  la sortie du correcteur qui est celle du correcteur  
 $\epsilon_{(t)}$  le signal - mesure qui est l'entrée du correcteur  
 $T_i$  la constante de temps d'intégration de dimension: [s]

Ce correcteur dans le domaine continu une fonction de transfert:

$$\epsilon_{(p)} \rightarrow T_{(p)} = \frac{1}{T_i \cdot p} \rightarrow S_{r(p)}$$

Pour un système échantillonné, un correcteur à action intégrale a pour fonction de transfert:

$$T_{(z)} = K_i \frac{z}{z-1} \rightarrow S_{r(z)} \quad \text{ou encore: } T_{(z)} = K_i \frac{1}{1-z^{-1}}$$

D'après la fonction de transfert du correcteur, on peut en déduire la relation de récurrence:

$$S_{r(z)} (1 - z^{-1}) = K_i \cdot \epsilon_{(z)} \rightarrow S_{r(z)} - S_{r(z)} \cdot z^{-1} = K_i \cdot \epsilon_{(z)} \rightarrow S_{r(z)} = S_{r(z)} \cdot z^{-1} + K_i \cdot \epsilon_{(z)}$$

On en déduit la relation de récurrence (relation entre les différents échantillons en se rappelant que: multiplier par  $z^{-1}$  c'est retarder d'une période d'échantillonnage.

où  $S_{r_n}$  est le résultat de  $S_{r_n} = S_{r_{n-1}} + K_i \cdot \epsilon_n$   $t = n \cdot T_e$ ;  $\epsilon_n$  la valeur de l'écart à  $t = n \cdot T_e$  et  $S_{r_{n-1}}$  la valeur du résultat de calcul le coup d'avant c'est-à-dire à  $t = (n-1) \cdot T_e$

**Application à la réponse du correcteur seul à un échelon constant de valeur A**

A  $t = Te$   $Sr_{n-1} = 0$  et  $\epsilon_n = A \rightarrow Sr_1 = Ki.A$

Pour tous les échantillons suivants  $Sr_n = Sr_{n-1} + Ki.A$

Si on représente la sortie régulateur au cours du temps, après bloquer,  $Sr(t)$  augmente d'une valeur constante  $Ki.A$ , à chaque période d'échantillonnage.

Globalement  $Sr(t)$  a l'allure d'une droite  $Y = a.X$

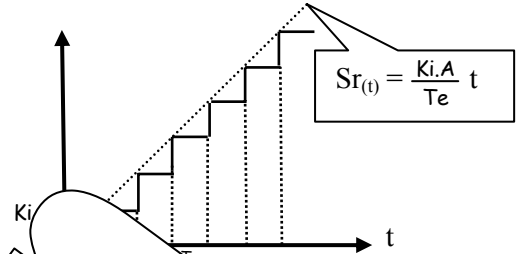
de coefficient directeur:  $a = Ki.A/Te$

**Analogie avec un correcteur à action intégrale de constante d'intégration  $Ti$ , dans le domaine continu:**

Dans les mêmes conditions d'excitation, la réponse est également une droite de la forme  $Y = a.X$  de pente  $a = A/Ti$

Soit par analogie:

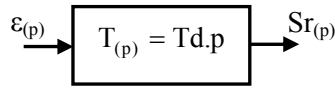
$$Ki = \frac{Te}{Ti}$$



**4.5.2. Correcteur à action dérivée**

Rappel: Un correcteur à action dérivée impose la relation  $Sr(t) = Td \frac{d\epsilon(t)}{dt}$

- avec:  $Sr(t)$  la sortie régulateur qui est celle du correcteur
- $\epsilon(t)$  l'écart = consigne - mesure qui est l'entrée du correcteur
- $Td$  la constante de temps de dérivation en secondes [s]



Ce qui donne dans le domaine continu une fonction de transfert:

Dans le domaine échantillonné, un correcteur à action dérivée a pour fonction de transfert:

$$T(z) = Kd \frac{z-1}{z} \quad \text{avec } Kd = Td \cdot \frac{1}{Te} \quad \text{soit } T(z) = Kd(1-z^{-1})$$

D'après la fonction de transfert du correcteur on peut en déduire la relation de récurrence:

$$Sr(z) = Kd \cdot \epsilon(z) (1 - z^{-1}) \rightarrow Sr(z) = Kd \cdot \epsilon(z) - Kd \cdot \epsilon(z) \cdot z^{-1}$$

On en déduit la relation de récurrence (relation entre les différents échantillons en se rappelant que multiplier par  $z^{-1}$  c'est retarder d'une période d'échantillonnage.

$$Sr_n = Kd \cdot \epsilon_n - Kd \cdot \epsilon_{n-1}$$

où  $Sr_n$  est le réglage du correcteur à  $t = n \cdot Te$ ;  $\epsilon_n$  la valeur de l'écart à  $t = n \cdot Te$  et  $\epsilon_{n-1}$  la valeur l'écart d'avant, c'est-à-dire à  $t = (n-1) \cdot Te$

**Application à la dérivation d'un correcteur seul à une rampe de pente V**

A  $t = Te$   $\epsilon_n = V \cdot Te$  et  $\epsilon_{n-1} = 0 \rightarrow Sr_1 = Kd.V.Te$

Pour tous les échantillons suivants  $Sr_n = Kd.V.Te$

Si on représente la sortie régulateur au cours du temps, après bloquer,  $Sr(t) = \text{constante} = Kd.V.Te$

Dans les mêmes conditions d'excitation, la réponse d'un correcteur à action dérivée dans le domaine continu est également une droite de la forme  $Y = C$  de valeur  $C = Td.V$

Soit par analogie:

$$Kd = \frac{Td}{Te}$$

### 4.5.3. Correcteur PI

Rappel: Un correcteur PI (action Proportionnelle+Intégrale) a pour fonction de transfert (dans le domaine continu:

$$\epsilon_{(p)} \rightarrow \boxed{T_{(p)} = K(1 + \frac{1}{Ti.p})} \rightarrow Sr_{(p)}$$

L'équivalent dans le domaine échantillonné (d'après chapitre précédent donne:

$$T_{(z)} = \frac{Sr_{(z)}}{\epsilon_{(z)}} = K(1 + Ki \frac{z}{z-1}) = K \frac{1-z^{-1} + Ki}{1-z^{-1}} = \frac{K(1+Ki) - K.z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

de la forme:  $\boxed{T_{(z)} = \frac{Sr_{(z)}}{\epsilon_{(z)}} = \frac{C_0 + C_1.z^{-1}}{1-z^{-1}}$  avec  $C_0 = K(1+Ki)$  ;  $C_1 = -K$  et  $Ki = Te/Ti$

Remarque: C'est une fonction de transfert avec un "Zéro" et un pôle à -1

Soit la relation de récurrence (relation de calcul) à programmer:  $\boxed{Sr_n = Sr_{n-1} + C_0.\epsilon_n + C_1.\epsilon_{n-1}}$

où  $Sr_n$  est le résultat de calcul du correcteur à  $t = n.Te$ ,  $Sr_{n-1}$  le résultat de calcul le coup d'avant soit à  $t = (n-1).Te$ ,  $\epsilon_n$  la valeur de l'écart à  $t = n.Te$  et  $\epsilon_{n-1}$  la valeur de l'écart le coup d'avant c'est-à-dire à  $t = (n-1).Te$

### 4.5.4. Correcteur PID

Rappel: Un correcteur PID (action Proportionnelle+Intégrale+Dérivée) a pour fonction de transfert (dans le domaine continu:

$$\epsilon_{(p)} \rightarrow \boxed{T_{(p)} = K(1 + \frac{1}{Ti.p} + Td.p)} \rightarrow Sr_{(p)}$$

L'équivalent dans le domaine échantillonné (d'après chapitre précédent donne:

$$T_{(z)} = \frac{Sr_{(z)}}{\epsilon_{(z)}} = K(1 + Ki \frac{z}{z-1} + \frac{Td}{z-1}) = K \frac{(1+Ki+Kd) - (1+2.Kd).z^{-1} + Kd.z^{-2}}{1-z^{-1}}$$

de la forme:  $\boxed{T_{(z)} = \frac{C_0 + C_1.z^{-1} + C_2.z^{-2}}{1-z^{-1}}$  avec:  $C_0 = K(1+Ki+Kd)$   
 $C_1 = -K(1+2.Kd)$   
 $C_2 = K.Kd$   
 $Ki = Te/Ti$  et  $Kd = Td/Te$

Soit la relation de récurrence (relation de calcul) à programmer:

$$\boxed{Sr_n = Sr_{n-1} + C_0.\epsilon_n + C_1.\epsilon_{n-1} + C_2.\epsilon_{n-2}}$$

où  $Sr_n$  est le résultat de calcul du correcteur à  $t = n.Te$ ,  $Sr_{n-1}$  le résultat de calcul le coup d'avant soit à  $t = (n-1).Te$ ,  $\epsilon_n$  la valeur de l'écart à  $t = n.Te$ ,  $\epsilon_{n-1}$  la valeur l'écart le coup d'avant c'est-à-dire à  $t = (n-1).Te$  et  $\epsilon_{n-2}$  la valeur l'écart à  $t = (n-2).Te$

En pratique il est préférable d'appliquer l'action dérivée sur la mesure M car elle ne présente pas de discontinuités:

$$Sr_{(z)} = \frac{C_0 + C_1.z^{-1}}{1-z^{-1}} \epsilon_{(z)} - C_2(1-z^{-1})M_{(z)} \text{ soit } Sr_{(z)}(1-z^{-1}) = (C_0 + C_1.z^{-1})\epsilon_{(z)} - C_2(1-z^{-1})^2 M_{(z)}$$

Soit la relation de récurrence:  $\boxed{Sr_n = Sr_{n-1} + C_0.\epsilon_n + C_1.\epsilon_{n-1} - C_2.(M_n - 2.M_{n-1} + M_{n-2})}$

avec:  $\boxed{C_0 = K(1+Ki); C_1 = -K; C_2 = K.Kd; Ki = Te/Ti \text{ et } Kd = Td/Te}$

### 4.6. Correction par "Pôle" et "Zéro"

### 4.6.1. Par "Zéro" numérique

#### → Fonction de transfert

Une correction par zéro numérique peut se mettre sous la forme:

$$T_{(z)} = \frac{Sr_{(z)}}{\epsilon_{(z)}} = C_0 + C_1 \cdot z^{-1}$$

$C_0 + C_1 \cdot z^{-1} = C_0(1 + (C_1/C_0) \cdot z^{-1})$  soit le "zéro" numérique noté

$$A = -\frac{C_1}{C_0}$$

#### → Relation de récurrence (ou relation de calcul)

D'après la fonction de transfert du correcteur:

$$Sr_{(z)} = (C_0 + C_1 \cdot z^{-1})\epsilon_{(z)} \rightarrow Sr_{(z)} = C_0 \cdot \epsilon_{(z)} + C_1 \cdot z^{-1} \cdot \epsilon_{(z)}$$

On en déduit la relation de récurrence (relation entre les différents écarts) en se rappelant que: multiplier par  $z^{-1}$  c'est retarder d'une période d'échantillonnage.

$$Sr_n = C_0 \cdot \epsilon_n + C_1 \cdot \epsilon_{n-1}$$

où  $Sr_n$  est le résultat de calcul du correcteur à  $t = n \cdot Te$ ;  $\epsilon_n$  la valeur de l'écart à  $t = n \cdot Te$  et  $\epsilon_{n-1}$  la valeur de l'écart à  $t = (n-1) \cdot Te$

#### → Comportement en régime statique:

D'après le chapitre traitant du comportement en régime statique (obtenue le gain statique en faisant  $z = 1$  dans la fonction de transfert, soit:

#### → Comportement en régime d'échelon constant

Exemple: Réponse à un échelon constant de 100 inc ( $C_0 = 2$ ,  $C_1 = -1,5$ )

Si un premier calcul est effectué à  $t = 0+$

A  $t = 0+$ ,  $\epsilon_{n-1} = 0$  et  $\epsilon_n = 100 \rightarrow Sr = 100 \times 2 = 200$  inc  
 A  $t = 1 \cdot Te$ ,  $\epsilon_{n-1} = 100$  et  $\epsilon_n = 100 \rightarrow Sr = 100 \times 2 - 1,5 \times 100 = 50$  inc

En fait, à chaque période  $Te$ ,  $Sr$  reste égale à 50 inc.

#### → Comportement en commande en rampe

Exemple: Réponse à une rampe (écart de vitesse) de  $V = 2000$  inc/s avec  $C_0 = 2$  et  $C_1 = -1,5$

La pente de 2000 inc/s correspond à un écart de position de 100 inc à  $t = 0,05$  s.  $1 \text{ tr/s} \cdot 2000 \cdot Te = 2000 \times 0,05 = 100 \text{ inc/Te}$

Si un premier calcul est effectué à  $t = 0+$

A  $t = 0+$ ,  $\epsilon_{n-1} = 0$  et  $\epsilon_n = 100 \rightarrow Sr_0 = 100 \times 2 = 200$  inc  
 A  $t = 1 \cdot Te$ ,  $\epsilon_{n-1} = 100$  et  $\epsilon_n = 200 \rightarrow Sr_1 = 200 \times 2 - 1,5 \times 100 = 250$  inc

A  $t = 2 \cdot Te$ ,  $\epsilon_{n-1} = 200$  et  $\epsilon_n = 300 \rightarrow Sr_2 = 300 \times 2 - 1,5 \times 200 = 300$  inc

A  $t = 3 \cdot Te$ ,  $\epsilon_{n-1} = 300$  et  $\epsilon_n = 400 \rightarrow Sr_3 = 400 \times 2 - 1,5 \times 300 = 350$  inc

En fait, à chaque période  $Te$ ,  $Sr$  augmente d'une valeur constante égale à 50 inc.

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |     |
| 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 | 550 | 600 | 650 |

On obtient  $Sr(t)$  l'équation d'une droite  $Y = a \cdot X + b$

de coefficient directeur:  $a = V \cdot (C_0 + C_1)$

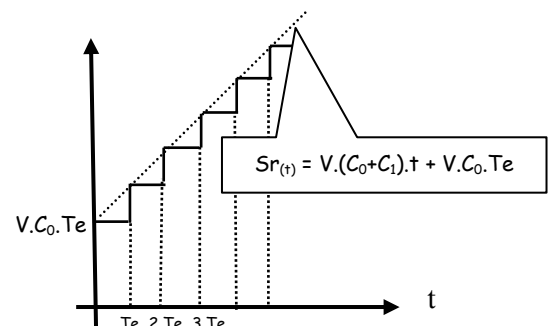
et une valeur à l'origine:  $b = V \cdot C_0 \cdot Te$

Analogie avec un correcteur à action proportionnelle et dérivée de constante de dérivation  $T_d$ , dans le domaine continu dont la fonction de transfert serait:

$$T_{(p)} = k(1 + T_d \cdot p) \text{ avec:}$$

$$C_1 = C_0 \left( \frac{T_d}{T_e} - 1 \right)$$

$$C_0 = k \cdot T_d / Te$$



→ **Comportement en régime harmonique:**

Le module et argument du "zéro" numérique en régime harmonique sont déduits de la fonction de transfert, en faisant  $z = e^{-Te.p}$  puis  $p = j\omega$ :

$$T_{(z)} = S_{r(z)} / \varepsilon_{(z)} = (1 - A.z^{-1}) \rightarrow (1 - A.e^{-Te.p}) \rightarrow (1 - A.e^{-j\omega Te})$$

Si on fait le changement de variable  $\omega.Te = \theta_n$

$$z \rightarrow e^{j\theta_n} = \cos(\theta_n) + j.\sin(\theta_n) \quad \text{et} \quad z^{-1} \rightarrow e^{-j\theta_n} = \cos(\theta_n) - j.\sin(\theta_n)$$

Soit pour le zéro numérique:  $1 - A.z^{-1} \rightarrow 1 - A(\cos \theta_n - j.\sin \theta_n) = (1 - A.\cos \theta_n) - j.\sin \theta_n$

Soit la contribution au module:

$$\|zéro\| = \sqrt{(1 - A.\cos \theta_n)^2 + (\sin \theta_n)^2}$$

et la contribution en argument:

$$\text{Arg}(zéro) = \text{ATAN} \left[ \frac{\sin \theta_n}{1 - A.\cos \theta_n} \right]$$

Pour des valeurs de A comprise entre 0 et 1, et des valeurs de  $\theta_n$  comprise entre 0 et 0,7 l'argument est positif. C'est en fait une correction à avance de phase (équivalente à une action dérivée).

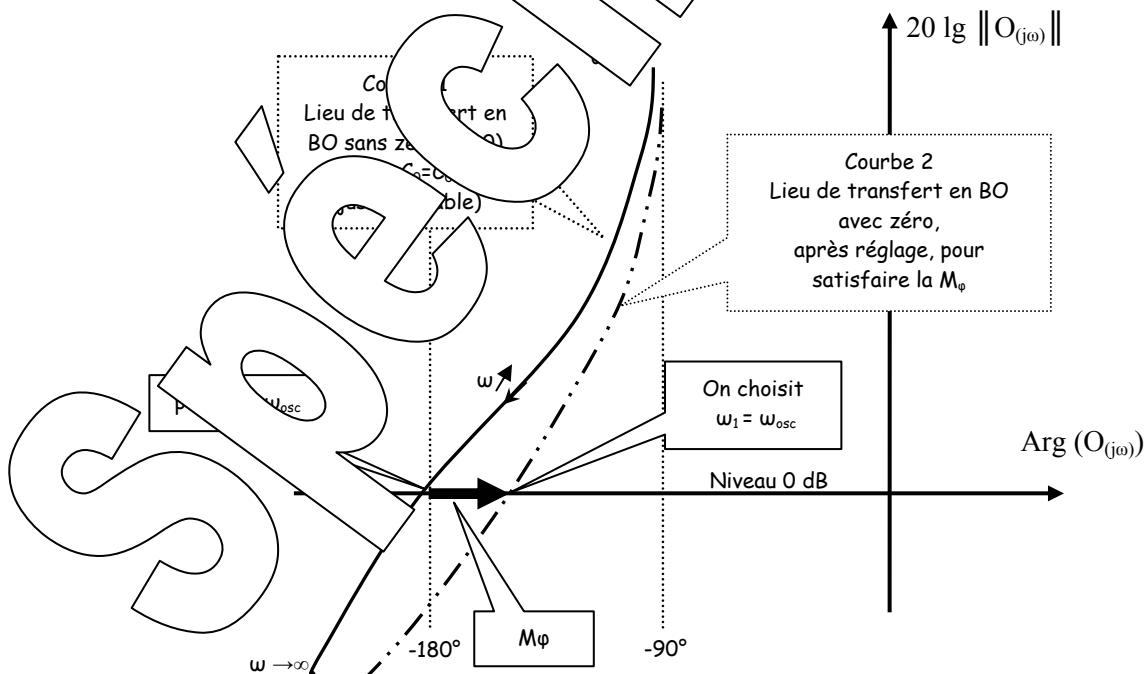
On reproduit en Annexe 3, des abaques qui donnent le module et l'argument en fonction de l'angle réduit  $\theta_n$ , avec pour paramètre le coefficient A

→ **Méthode de réglage**

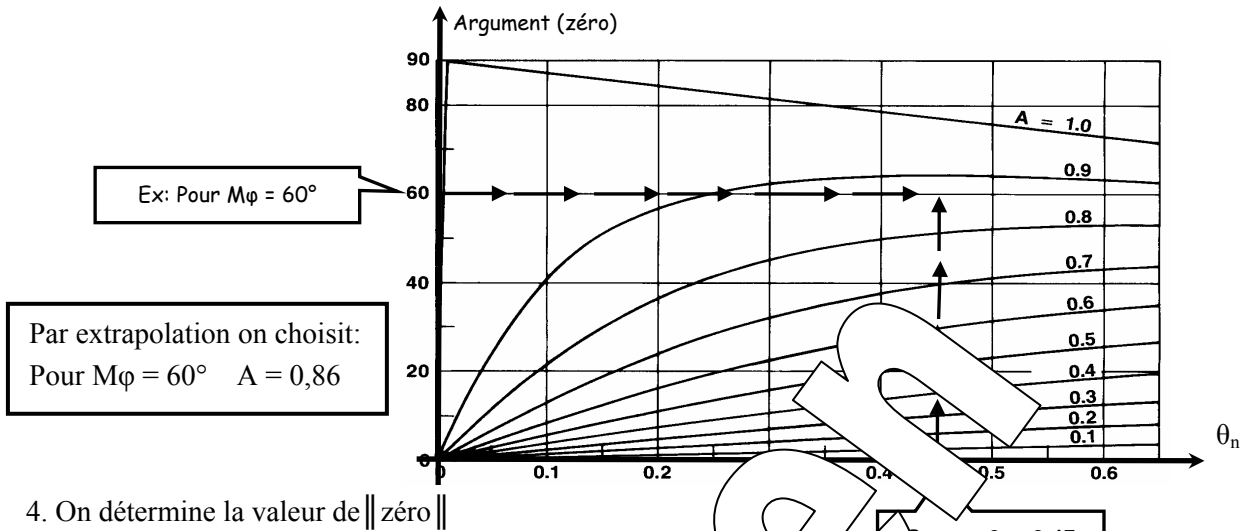
1. On recherche la juste instabilité du système par une action simplement proportionnelle (Faire  $C_1 = 0$  puis augmenter progressivement  $C_0$  jusqu'à obtenir un fonctionnement juste instable).

On relève alors la valeur de  $C_0$  qui rend le système juste instable (noté  $C_{0\text{ Critique}}$  ou  $C_{0c}$ ) ainsi que la pulsation des oscillations  $\omega_{osc}$ .

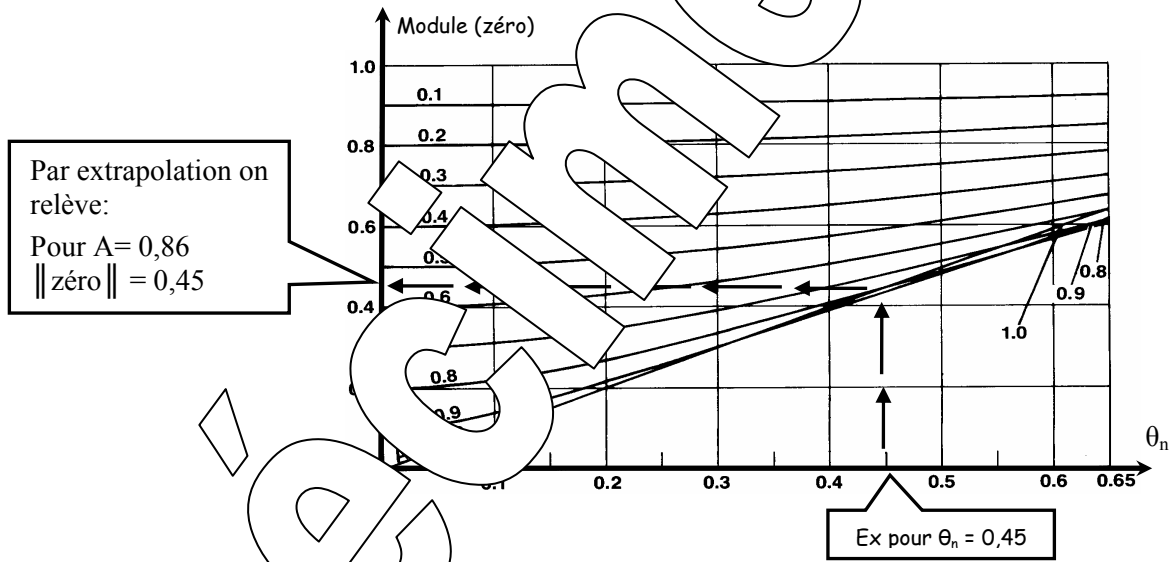
On détermine les valeurs des coefficients  $C_1$  si on souhaite que le zéro numérique crée une marge de phase notée "M $\phi$ " importante (de 45°)



- On calcule l'angle réduit  $\theta_n = \omega_{osc} \cdot T_e$
- On détermine la valeur de A en fonction de la marge de phase souhaitée



- On détermine la valeur de  $\|zéro\|$



- On détermine la valeur du coefficient  $C_0$ :  
D'après les représentations du plan de Black données précédemment:

de  $C_0 \cdot \|Zéro\| \cdot \|T_{(j\omega_{osc})}\| = 1$  avec  $\|T_{(j\omega_{osc})}\|$  le module du processus à la pulsation  $\omega_{osc}$

donc  $\|T_{(j\omega_{osc})}\| = \frac{1}{C_0 \cdot \|Zéro\|}$

Courbe 2  $\|T_{(j\omega_1)}\| = 1$  or on choisit  $\omega_{osc} = \omega_1$

$$\rightarrow C_0 \cdot \|Zéro\| \cdot \|T_{(j\omega_{osc})}\| = 1 \rightarrow C_0 = \frac{1}{\|Zéro\| \cdot \|T_{(j\omega_{osc})}\|} \rightarrow C_0 = \frac{C_{0critique}}{\|zéro\|} = ?$$

- On détermine la valeur du coefficient  $C_1$ :  $C_1 = -A \cdot C_0 = ?$

### 4.6.2. Par "Pôle" + "Zéro" numérique

#### → Fonction de transfert

Une correction par zéro numérique peut se mettre sous la forme:

$$T_{(z)} = \frac{Sr_{(z)}}{\varepsilon_{(z)}} = \frac{C_0 + C_1.z^{-1}}{1 + B_1.z^{-1}}$$

$C_0 + C_1.z^{-1} = C_0(1 + (C_1/C_0).z^{-1}) = 0$  soit le "zéro" numérique noté

$$A = -\frac{C_1}{C_0}$$

$1 + B_1.z^{-1} = 0$  soit le "Pôle" numérique noté

$$B = B_1$$

#### → Relation de récurrence (ou relation de calcul)

D'après la fonction de transfert du correcteur:

$$Sr_{(z)} (1 + B_1.z^{-1}) = (C_0 + C_1.z^{-1})\varepsilon_{(z)} \rightarrow Sr_{(z)} = \frac{C_0.\varepsilon_{(z)} + C_1.z^{-1}.\varepsilon_{(z)}}{1 + B_1.z^{-1}}$$

On en déduit la relation de récurrence (relation entre les résultats écarts en se rappelant que: multiplier par  $z^{-1}$  c'est retarder d'une période d'échantillonnage)

$$Sr_n = -B_1.Sr_{n-1} + C_0.\varepsilon_n + C_1.\varepsilon_{n-1}$$

où  $Sr_n$  est le résultat de calcul du correcteur à  $t = n.Te$ ;  $Sr_{n-1}$  est le résultat de calcul le coup d'avant soit à  $t = (n-1).Te$ ;  $\varepsilon_n$  la valeur de l'écart à  $t = n.Te$ ;  $\varepsilon_{n-1}$  la valeur de l'écart à  $t = (n-1).Te$

#### → Comportement en régime statique:

D'après le chapitre traitant du comportement en régime statique, on obtient le gain statique en

faisant  $z = 1$  dans la fonction de transfert

$$GS = T_{(1)} = \frac{C_0 + C_1}{1 + B_1}$$

#### → Application à la réponse à une rampe (échelle de vitesse) de $V=2000 \text{ inc/s}$

avec  $C_0=2$ ,  $C_1=-1,5$  et  $B_1=0,5$

La pente de  $2000 \text{ inc/s}$  correspond à  $2000 \text{ inc/min} = 1 \text{ tr/s}$   $2000.Te = 2000 \times 0,05 = 100 \text{ inc/Te}$

Si un premier calcul est effectué à  $t = 0$

A  $t = 0+$ ,  $\varepsilon_{n-1} = 0$   $\rightarrow Sr_0 = 100 \times 2 = 200 \text{ inc}$

A  $t = 1.Te$ ,  $\varepsilon_{n-1} = 100$   $\rightarrow Sr_1 = 200 \times 2 - 1,5 \times 100 - 0,5 \times 200 = 150 \text{ inc}$

A  $t = 2.Te$ ,  $\varepsilon_{n-1} = 200$   $\rightarrow Sr_2 = 300 \times 2 - 1,5 \times 200 - 0,5 \times 150 = 225 \text{ inc}$

A  $t = 3.Te$ ,  $\varepsilon_{n-1} = 300$   $\rightarrow Sr_3 = 400 \times 2 - 1,5 \times 300 - 0,5 \times 225 = 237 \text{ inc}$

etc ....

|        |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |    |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| n =    | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10 |
| $Sr_n$ | 200 | 150 | 225 | 237 | 281 | 309 | 345 | 377 | 411 | 444 |    |

La réponse  $Sr(t)$  tend vers une asymptote d'équation

$$Sr(t) = a.X + b$$

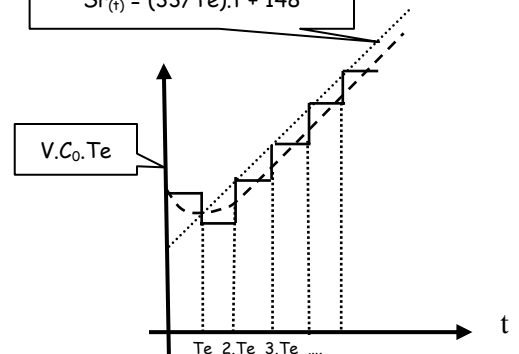
avec un coefficient directeur sensiblement égal à  $a=33/Te$

leur valeur initiale  $b = 148$

La constante de temps initiale vaut  $C_0.V$

Le résultat est donc globalement comparable à celle d'une rampe avec un Zéro seul mais avec une accentuation de l'effet d'anticipation.

$$Sr(t) = (33/Te).t + 148$$



→ **Comportement en régime harmonique:**

Le module et argument du "Pôle" numérique en régime harmonique sont déduits de la fonction de transfert, en faisant  $z = e^{-Te.p}$  puis  $p = j\omega$ :

- La fonction de transfert du au Pôle numérique peut se mettre sous la forme:  $\frac{1}{1 + B.z^{-1}}$

- En régime harmonique, dans le domaine continu, on fait  $p = j\omega$  dans les fonctions de transfert.

Or  $z = e^{Te.p}$  ce qui donne en régime harmonique:  $e^{Te.j\omega} = e^{j\omega.Te}$  si  $\omega.Te = \theta_n$

$$z \rightarrow e^{j\theta_n} = \cos(\theta_n) + j.\sin(\theta_n) \quad \text{et} \quad z^{-1} \rightarrow e^{-j\theta_n} = \cos(\theta_n) - j.\sin(\theta_n)$$

Soit pour le Pôle numérique:  $\frac{1}{1 + B.z^{-1}} \rightarrow \frac{1}{1 + B(\cos(\theta_n) - j.\sin(\theta_n))}$

Soit la contribution au module:

$$\|Pôle\| = \frac{1}{\sqrt{(1 + B.\cos\theta_n)^2 + (B.\sin\theta_n)^2}}$$

et la contribution en argument:

$$\text{Arg}_{(Pôle)} = \text{ATA} = \arctan\left(\frac{-B.\sin\theta_n}{1 + B.\cos\theta_n}\right)$$

- Pour des valeurs du coefficient B comprise entre 0 et 0,7 et de  $\theta_n$  comprise entre 0 et 0,7 l'argument est positif. C'est en fait une correction de phase (équivalente à une action dérivée). Cette avance de phase s'accompagne d'une diminution du module (<1).

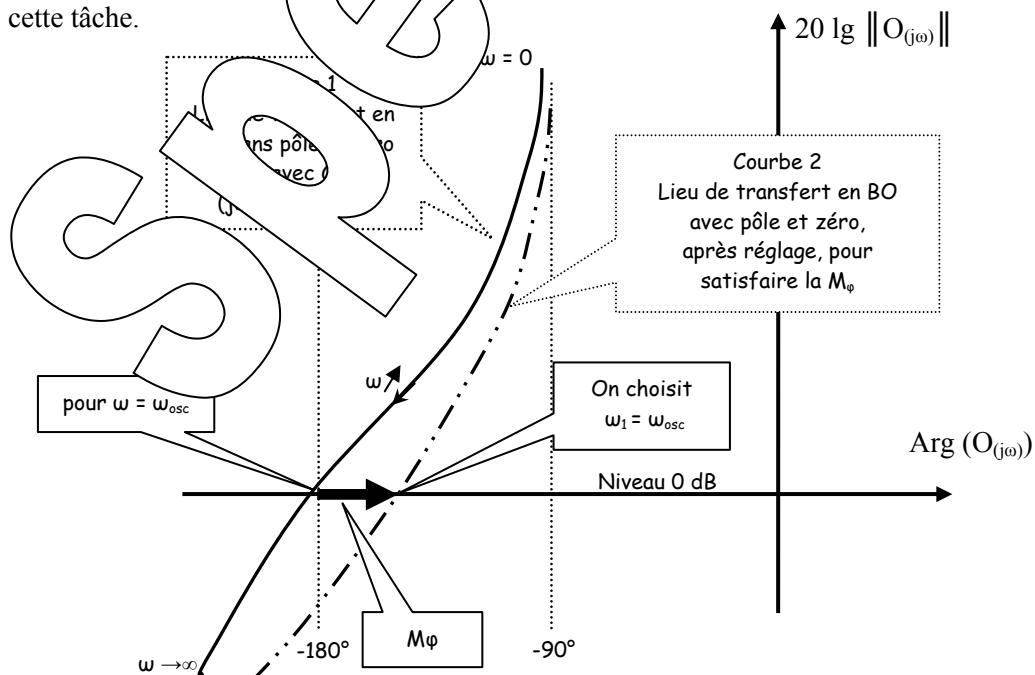
On reproduit en Annexe 3, des abaques qui donnent le module et l'argument en fonction de l'angle réduit  $\theta_n$ , avec pour paramètre le coefficient

→ **Méthode de réglage**

1. On recherche la juste instabilité du système réglé par une action simplement proportionnelle (Faire  $C_1=0$  et  $B_1=0$  puis augmenter progressivement  $C_0$  jusqu'à obtenir un fonctionnement juste instable).

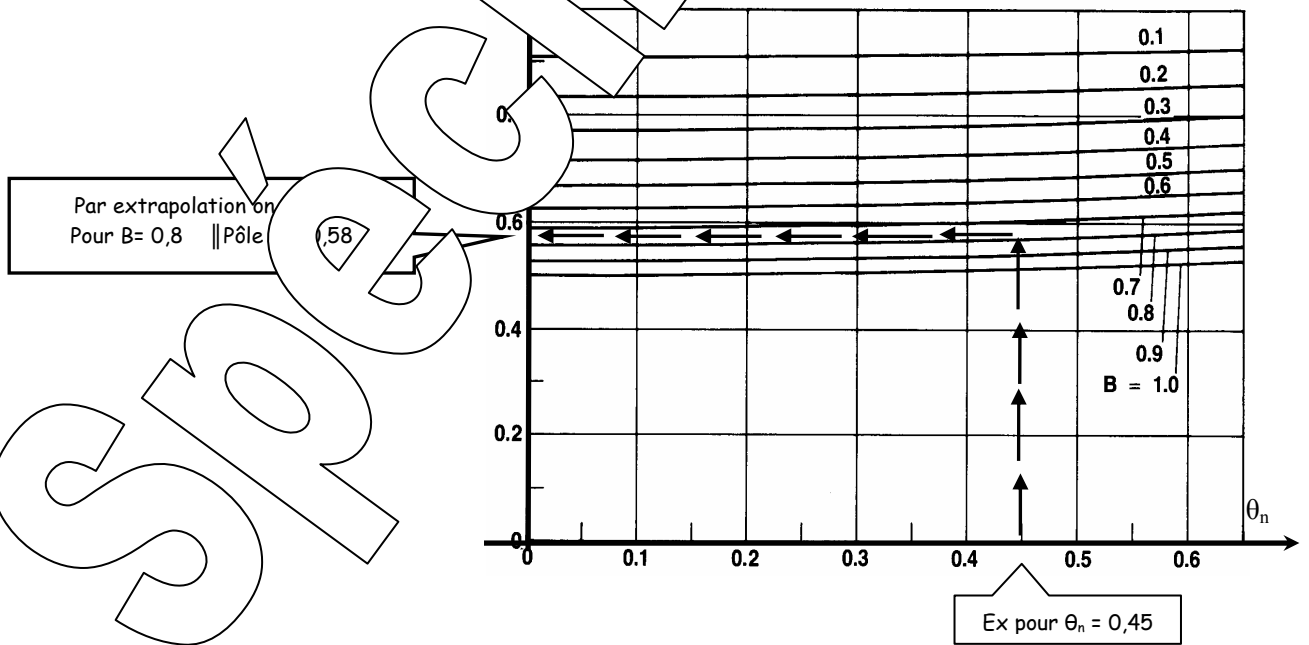
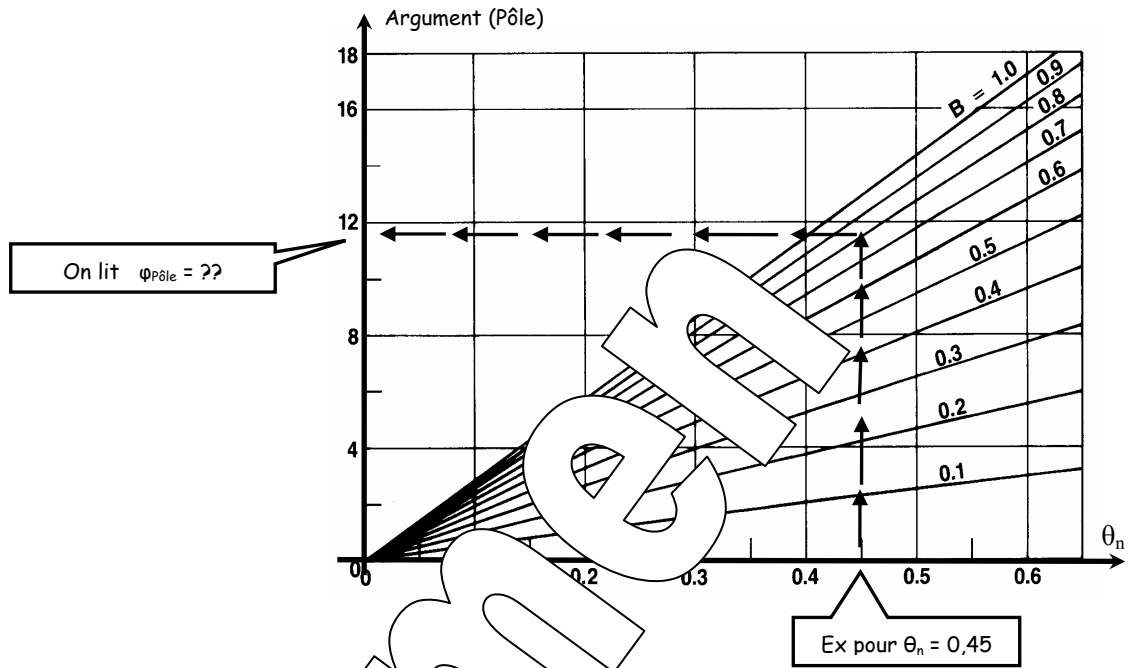
On relève alors la valeur de  $C_0$  qui rend le système juste instable (noté  $C_{0\text{ Critique}}$  ou  $C_{0c}$ ) ainsi que la pulsation des oscillations entretenues  $\omega_{osc}$ .

On détermine les valeurs de  $C_1$  et  $B_1$  si on souhaite que le pôle associé au zéro numérique crée une marge de phase notée " $M_\phi$ " imposée (de 45 à 60 °), les deux se répartissant cette tâche.





2. On calcule l'angle réduit  $\theta_n = \omega_{osc} \cdot T_e = ??$
3. On choisit à priori la valeur du pôle soit B par exemple:  $B_1=B=0,8$
4. On en déduit la contribution en phase et en module du pôle

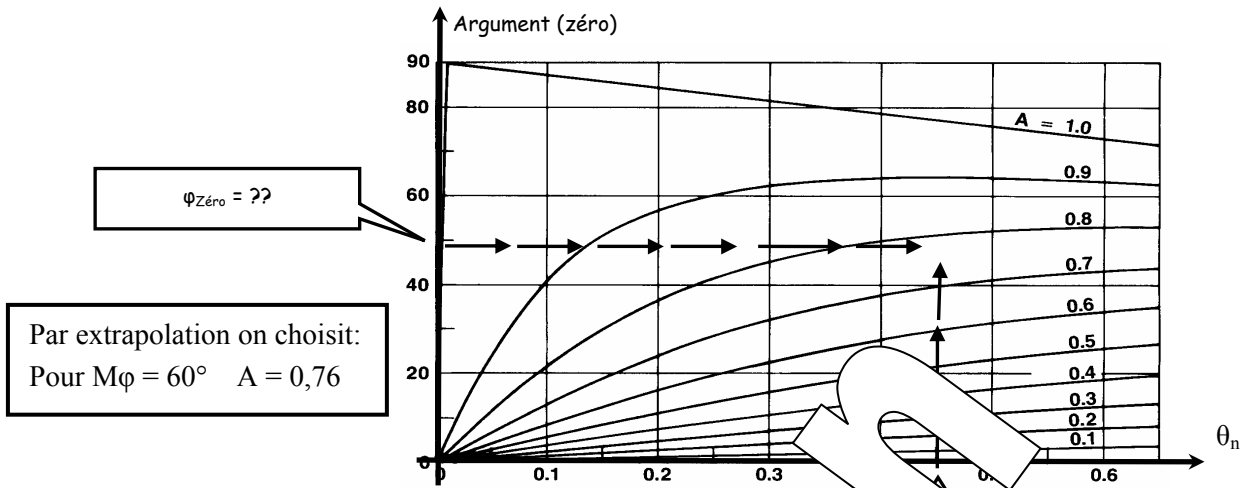


5. On calcule l'avance de phase que devra créer le zéro:

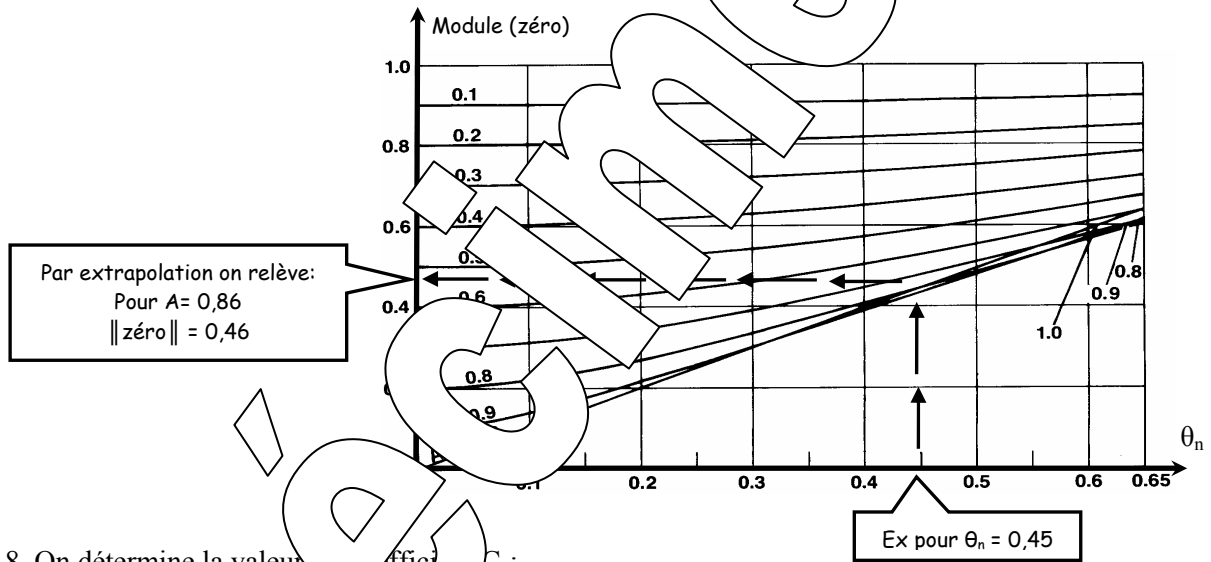
On sait que:  $M\varphi = \varphi_{Zéro} + \varphi_{Pôle}$

Donc:  $\varphi_{Zéro} = M\varphi - \varphi_{Pôle} = ??$

6. On détermine la valeur de A en fonction de l'avance de phase que devra créer le "Zéro"



7. On détermine la valeur de ||zéro||



8. On détermine la valeur du coefficient  $C_0$ :

D'après les représentations dans le plan de Black données précédemment:

Courbe 1  $\rightarrow$   $\|T_{(j\omega_{osc})}\| = 1$  avec  $\|T_{(j\omega_{osc})}\|$  le module du processus à la pulsation  $\omega_{osc}$

$$\|C_0\| \cdot \|Pôle\| \cdot \|Zéro\| \cdot \|T_{(j\omega)}\| = 1$$

$$\rightarrow C_0 = \frac{C_{0critique}}{\|Zéro\| \cdot \|Pôle\| \cdot \|T_{(j\omega_{osc})}\|} \rightarrow C_0 = \frac{C_{0critique}}{\|zéro\| \cdot \|Pôle\|} = ?$$

9. On détermine la valeur du coefficient  $C_1$ :  $C_1 = -A \cdot C_0 = ?$

10. On détermine la valeur du coefficient  $B_1$ :  $B_1 = B = ?$

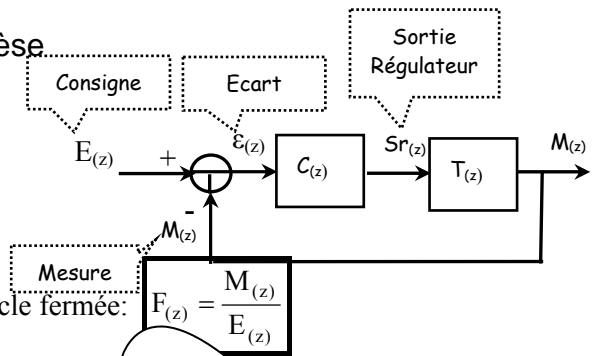
### 4.7. Synthèse de correcteurs numérique par choix de la fonction de transfert en boucle fermée F(z)

#### 4.7.1. Principe de la méthode de synthèse

Soit un système dont le schéma bloc est mis sous la forme ci-contre où:

$C(z)$  est la fonction de transfert du correcteur

$T(z)$  est la fonction de transfert du processus + capteur.



On choisit à priori la fonction de transfert en boucle fermée:

$$F(z) = \frac{M(z)}{E(z)}$$

Or:  $F(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{C(z) \cdot T(z)}{1 + C(z) \cdot T(z)} \rightarrow F(z)(1 + C(z) \cdot T(z)) = C(z) \cdot T(z) \cdot (1 - F(z)) = F(z)$

Soit la fonction de transfert du correcteur:

$$C(z) = \frac{F(z)(1 + T(z))}{T(z)(1 - F(z))}$$

Remarque: La limite de cette méthode de synthèse est dans l'réalisabilité pratique de  $C(z)$ .

#### 4.7.2. CHOIX n°1

$$F(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{k}{1 - kz}$$

$$C(z) = \frac{Sr(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{k}{(z-1) \cdot T(z)}$$

Les performances du système sont:

- En statique:  $F(1) = 1$  qui démontre que le système est précis statiquement
- Le système sera stable -1 < k < 2
- En dynamique, pour une consigne échelon constant, la réponse dépend de k
  - pour  $1 < k < 2$  la réponse est pseudo oscillatoire
  - pour  $k = 1$  la réponse est "pile"
  - pour  $0 < k < 1$  la réponse converge asymptotiquement vers la consigne (comme un 1<sup>er</sup> ordre)

La relation entre les échantillons est:  $M_n = k \cdot E_{n-1} + M_{n-1}(1-k)$

On obtient les valeurs des échantillons de M suivant k:

| n=      | 1   | 2    | 3     | 4      | 5      | 6      | 7      | 8     | 9     |
|---------|-----|------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|
|         |     | 0,75 | 0,875 | 0,9375 | 0,9685 | 0,9843 | 0,992  | 0,996 | 0,998 |
| $k=1$   | 1   | 1    | 1     | 1      | 1      | 1      | 1      | 1     | 1     |
| $k=0,5$ | 1,5 | 0,75 | 1,125 | 0,9375 | 1,0315 | 0,9843 | 1,0078 | 0,996 | 1,002 |

Si on choisit une consigne en rampe soit:  $E(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

l'expression de l'écart devient:

$$\varepsilon(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2} (1 - F(z)) = \frac{V \cdot T_e \cdot z \cdot (z-1)}{(z-1)^2 (z - (1-k))} = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)(z - (1-k))}$$

On détermine le régime permanent grâce au théorème sur la valeur finale:

Soit l'expression de l'erreur de traînage:  $\varepsilon_T = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \varepsilon(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{V \cdot T_e}{z - (1-k)} = \frac{V \cdot T_e}{k}$

Le système n'est donc pas précis dynamiquement.

4.7.3. CHOIX n°2 
$$F_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{E_{(z)}} = \frac{k(z - Z_0)}{z^2 + (k - 2).z + (1 - k.Z_0)}$$
 soit 
$$C_{(z)} = \frac{Sr_{(z)}}{\varepsilon_{(z)}} = \frac{k(z - Z_0)}{(z - 1)^2 . T_{(z)}}$$

Les performances du système sont:

- En statique:  $F_{(1)}=1$  ce qui démontre que le système est précis statiquement
- Le système sera stable  $0 < Z_0 < 1$  et que  $0 < k < \frac{4}{1 + Z_0}$

**Le couple  $k = 2$  et  $Z_0 = 0,5$  est un couple remarquable:**

La fonction de transfert devient alors égal à: 
$$F_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{E_{(z)}} = \frac{2z - 1}{z^2}$$
 et 
$$C_{(z)} = \frac{Sr_{(z)}}{\varepsilon_{(z)}} = \frac{2(z - 0,5)}{(z - 1)^2 . T_{(z)}}$$

- En dynamique, pour une consigne en échelon constant unitaire
- La relation de récurrence entre les échantillons est:  $M_n = 2.M_{n-1} - M_{n-2}$
- Pour une réponse indicielle:  $M_1 = 2, M_2 = 1$  (Tous les autres échantillons valent 1)
- On est en présence d'une réponse "Pile".
- Il y a donc un dépassement de 100%

→ En dynamique, pour une consigne en rampe

L'expression de l'écart devient:

$$\varepsilon_{(z)} = \frac{V.T_e.z}{(z - 1)^2} (1 - F_{(z)}) = \frac{V.T_e.z(z - 1)}{(z - 1)^2} = \frac{V.T_e}{z - 1}$$

On détermine le régime permanent par la limite sur la valeur finale:

Soit l'expression de l'erreur de traînage: 
$$\lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \varepsilon_{(z)} = 0$$

Le système est donc précis dynamiquement.

Remarque:

Pour obtenir un dépassement plus faible sur la réponse en échelon, il faut choisir une valeur de  $k$  inférieure à 2

Exemple:

pour  $k=1,35$  et  $Z_0=0$ , la relation de récurrence devient:

$$M_n = 1,35.M_{n-1} - 0,675.E_{n-2} + 0,65 M_{n-1} - 0,325 M_{n-2}$$

Pour un échelon unitaire  $M_1 = 1,35$  et pour les suivants  $M_n = 0,675.M_{n-1} + 0,65 M_{n-1} - 0,325 M_{n-2}$

On calcule les valeurs des différents échantillons pour un échelon de 1

|       |      |      |        |      |       |       |       |       |      |
|-------|------|------|--------|------|-------|-------|-------|-------|------|
|       | 1    | 2    | 3      | 4    | 5     | 6     | 7     | 8     | 9    |
| $M_n$ | 1,35 | 0,98 | 1,2453 | 0,98 | 0,907 | 0,946 | 0,995 | 1,014 | 1,01 |

Le dépassement est donc limité à 55% et la mesure se stabilise à 1 en régime final.

### 4.7.4. CHOIX de $F_{(z)}$ sous la forme deuxième ordre

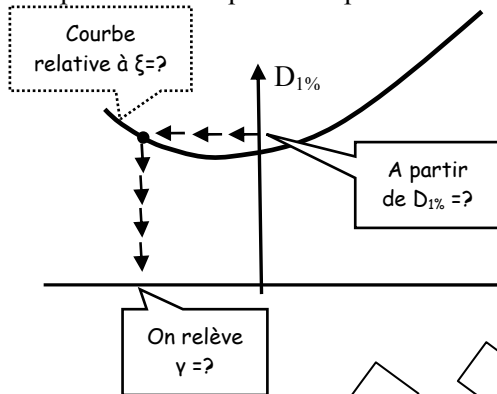
Soit: 
$$F_{(z)} = k \frac{z - Z_0}{(z - \bar{P}_1)(z - \bar{P}_1^*)} = k \frac{z - Z_0}{z^2 + a_1 z + a_0}$$

**Principe:** La synthèse de  $F_{(z)}$  se fait à partir du cahier des charges de l'asservissement en utilisant les abaques des système du deuxième ordre numérique.

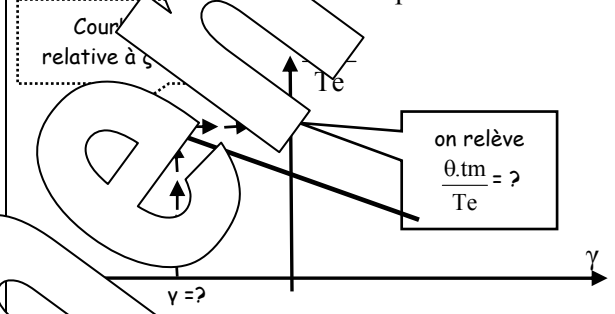
**Etape 1:** Définition des performances attendues

- Précision statique: soit  $F_{(1)}=1$
- Degré de stabilité: Dépassement  $D_{1\%} = ??$  et amortissement  $\xi = ?$
- Rapidité: Temps de montée  $t_m/Te = ?$

**Etape 2:** Détermination de l'angle  $\gamma$  à partir de l'abaque des dépassements

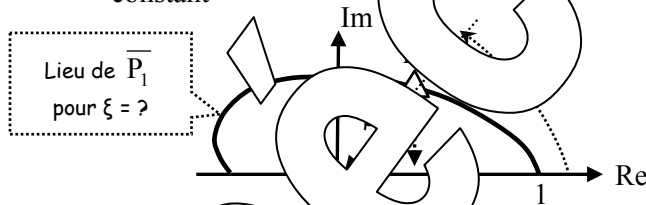


**Etape 3:** Détermination de l'angle  $\theta$  à partir des temps de montée



On en déduit la valeur de l'angle  $\theta$  puisque l'on a défini le rapport  $t_m/Te$

**Etape 4:** Détermination des pôles à partir des lieux des pôles pour  $\xi$  constant

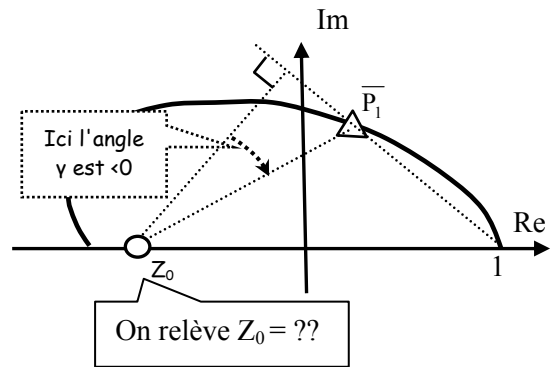


On détermine le pôle sous la forme  $\bar{P}_1$  et on écrit le dénominateur de

$$F_{(z)} = k \frac{z - Z_0}{(z - \bar{P}_1)(z - \bar{P}_1^*)} = k \frac{z - Z_0}{z^2 + a_1 z + a_0}$$

**Etape 5:** Détermination du "Zéro" (valeur de  $Z_0$ )

On complète la figure précédente:



**Etape 6:** détermination de la valeur du coefficient  $k$  à partir de la contrainte sur le gain statique:

soit 
$$F_{(1)} = k \frac{1 - Z_0}{(1 - \bar{P}_1)(1 - \bar{P}_1^*)} = k \frac{1 - Z_0}{1 + a_1 + a_0} \rightarrow k = \frac{1 + a_1 + a_0}{1 - Z_0}$$

**Etape 7:** On détermine la fonction de transfert du correcteur

$$C_{(z)} = \frac{F_{(z)}}{T_{(z)}(1 - F_{(z)})} = \frac{k(z - Z_0)}{T_{(z)}(z^2 + z(a_1 - k) + a_0 + k.Z_0)}$$

## 5. ANNEXES

### 5.1. Annexe n°1: Table de transformées en z

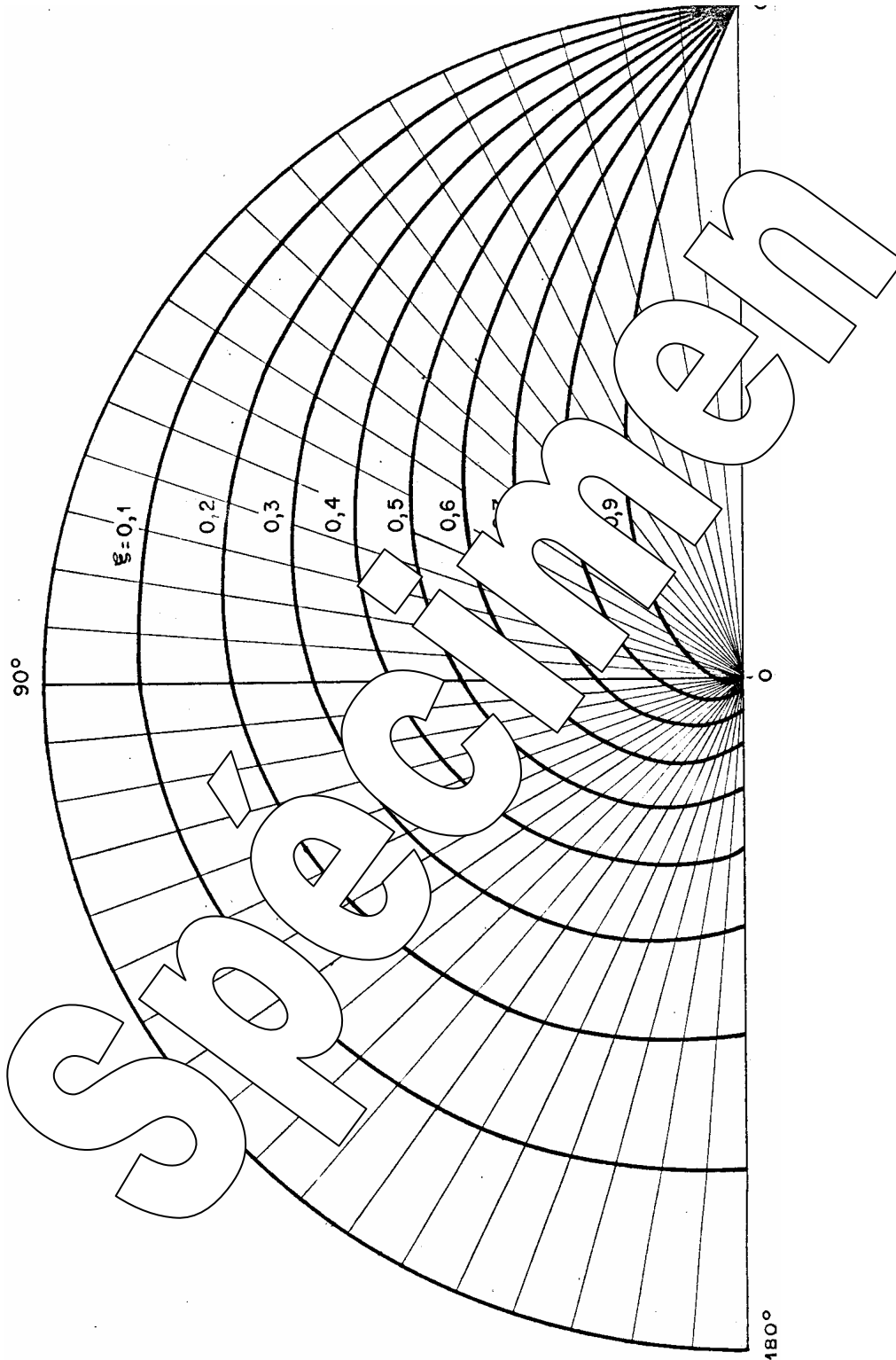
| Transformée en z                                                                                                                                                                                                                                                    | $f(k)$ pour $k \geq 0$ seulement                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                   |                             |            |      |                          |              |                                  |                |                                                           |                                         |                                            |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|------------|------|--------------------------|--------------|----------------------------------|----------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------------|--|
| $1$ ou $z^0$<br>$\frac{z}{z-1}$<br>$\frac{z}{(z-1)^2}$<br>$\frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$<br>$\frac{z(z^2+4z+1)}{(z-1)^4}$<br>$\frac{z}{z-a}$<br>$\frac{az}{(z-a)^2}$<br>$\frac{az}{(z-a)^2} + \frac{2a^2z}{(z-a)^3}$                                                      | $\delta(k)$<br>$\Gamma(k) (= 1 \text{ pour } k \geq 0)$<br>$a^k$<br>$ka^k$<br>$k^2a^k$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                   |                             |            |      |                          |              |                                  |                |                                                           |                                         |                                            |  |
| fonctions du temps échantillonnées<br>$t = k\Delta$                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                   |                             |            |      |                          |              |                                  |                |                                                           |                                         |                                            |  |
| $\frac{E_0}{z-1}$<br>$\frac{ak\Delta}{z-1}$<br>$\frac{e^{-k\frac{\Delta}{T}}}{z-1}$<br>$\frac{k\Delta e^{-k\frac{\Delta}{T}}}{z-1}$<br>$\frac{e^{-k\frac{\Delta}{T}} \sin(\omega_0 k\Delta + \varphi)}{z^2 - 2e^{-\Delta/T} \cos \omega_0 \Delta + e^{-2\Delta/T}}$ | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <th style="text-align: center;"><math>E_0 \cdot \Gamma(k\Delta) = E_0</math></th> <th style="text-align: center;"><math>E_0 \cdot \Gamma(t) = E_0</math></th> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>ak\Delta</math></td> <td style="text-align: center;"><math>at</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>e^{-k\frac{\Delta}{T}}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>e^{-\nu T}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>k\Delta e^{-k\frac{\Delta}{T}}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>t e^{-\nu T}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>e^{-k\frac{\Delta}{T}} \sin(\omega_0 k\Delta + \varphi)</math></td> <td style="text-align: center;"><math>e^{-\nu T} \sin(\omega_0 t + \varphi)</math></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>-\frac{\pi}{2} &lt; \varphi &lt; \frac{\pi}{2}</math></td> </tr> </table> | $E_0 \cdot \Gamma(k\Delta) = E_0$ | $E_0 \cdot \Gamma(t) = E_0$ | $ak\Delta$ | $at$ | $e^{-k\frac{\Delta}{T}}$ | $e^{-\nu T}$ | $k\Delta e^{-k\frac{\Delta}{T}}$ | $t e^{-\nu T}$ | $e^{-k\frac{\Delta}{T}} \sin(\omega_0 k\Delta + \varphi)$ | $e^{-\nu T} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ | $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ |  |
| $E_0 \cdot \Gamma(k\Delta) = E_0$                                                                                                                                                                                                                                   | $E_0 \cdot \Gamma(t) = E_0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                   |                             |            |      |                          |              |                                  |                |                                                           |                                         |                                            |  |
| $ak\Delta$                                                                                                                                                                                                                                                          | $at$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                   |                             |            |      |                          |              |                                  |                |                                                           |                                         |                                            |  |
| $e^{-k\frac{\Delta}{T}}$                                                                                                                                                                                                                                            | $e^{-\nu T}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                   |                             |            |      |                          |              |                                  |                |                                                           |                                         |                                            |  |
| $k\Delta e^{-k\frac{\Delta}{T}}$                                                                                                                                                                                                                                    | $t e^{-\nu T}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                   |                             |            |      |                          |              |                                  |                |                                                           |                                         |                                            |  |
| $e^{-k\frac{\Delta}{T}} \sin(\omega_0 k\Delta + \varphi)$                                                                                                                                                                                                           | $e^{-\nu T} \sin(\omega_0 t + \varphi)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                             |            |      |                          |              |                                  |                |                                                           |                                         |                                            |  |
| $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                   |                             |            |      |                          |              |                                  |                |                                                           |                                         |                                            |  |

| Transformée de Laplace | Signal analogique       | $h(t)$ | $h(k\Delta)$ | Signal échantillonné            | Transformée en z                                    |
|------------------------|-------------------------|--------|--------------|---------------------------------|-----------------------------------------------------|
| 1                      | $\delta(t)$             |        |              | $\delta(k\Delta)$               | $1 (z^0)$                                           |
| $e^{-pt}$              | $\delta(t - \tau)$      |        |              | $\delta[(k - k_0)\Delta]$       | $z^{-k_0}$                                          |
| $\frac{1}{p}$          | $\Gamma(t)$             |        |              | $\Gamma(k\Delta)$               | $\frac{z}{z-1}$                                     |
| $\frac{a}{p^2}$        | $at$                    |        |              | $ak\Delta$                      | $a\Delta \cdot \frac{z}{(z-1)^2}$                   |
| $\frac{b}{p^3}$        | $\frac{b}{2} \cdot t^2$ |        |              | $\frac{b}{2} \cdot k^2\Delta^2$ | $\frac{b}{2} \cdot \Delta^2 \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$ |
| $\frac{1}{p+a}$        | $e^{-at}$               |        |              | $(e^{-a\Delta})^k$              | $\frac{z}{z - e^{-a\Delta}}$                        |

|                                                                                   |                                                                                                                                                        |  |  |                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{1}{p(1 + \dots)}$                                                          | 1                                                                                                                                                      |  |  | $\frac{z(1 - e^{-\Delta T})}{(z-1)(z - e^{-\Delta T})}$                                                                                                                                                           |
| $\frac{1}{(1 + T p)^2}$                                                           | $\frac{t}{T} e^{-\alpha t}$                                                                                                                            |  |  | $\frac{\Delta \cdot z \cdot e^{-\Delta T}}{T^2(z - e^{-\Delta T})^2}$                                                                                                                                             |
| $\frac{1}{p(1 + \dots)}$                                                          | $(1 + \frac{t}{T}) e^{-\alpha t}$                                                                                                                      |  |  | $\frac{z\alpha \left[ z \left( -1 + \frac{1}{\alpha} - \frac{\Delta}{T} \right) - 1 + \alpha + \frac{\Delta}{T} \right]}{(z-1)(z-\alpha)^2}$<br>$\alpha = e^{-\Delta T}$                                          |
| $\frac{\omega_0}{\omega_0 p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$                            | $\frac{\omega_0}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot e^{-\xi\omega_0 t} \sin(\omega_2 t)$                                                                            |  |  | $\frac{\omega_0}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \frac{ze^{-\xi\omega_0\Delta} \sin(\omega_0\Delta\sqrt{1-\xi^2})}{D}$<br>$D = z^2 - 2ze^{-\xi\omega_0\Delta} \cos(\omega_0\Delta\sqrt{1-\xi^2}) + e^{-2\xi\omega_0\Delta}$ |
| $\frac{1}{p \left( 1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}$ | $1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot e^{-\xi\omega_0 t} \sin(\omega_2 t + \psi)$<br>$\omega_2 = \omega_0 \sqrt{1-\xi^2}$<br>$\psi = \text{Arccos } \xi$ |  |  | $\frac{z}{z-1} - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \frac{a_0 z^2 + a_1 z}{D}$<br>$a_0 = \sqrt{1-\xi^2}$<br>$a_1 = e^{-\xi\omega_0\Delta} \sin(\omega_0\sqrt{1-\xi^2} \Delta - \psi)$                                 |

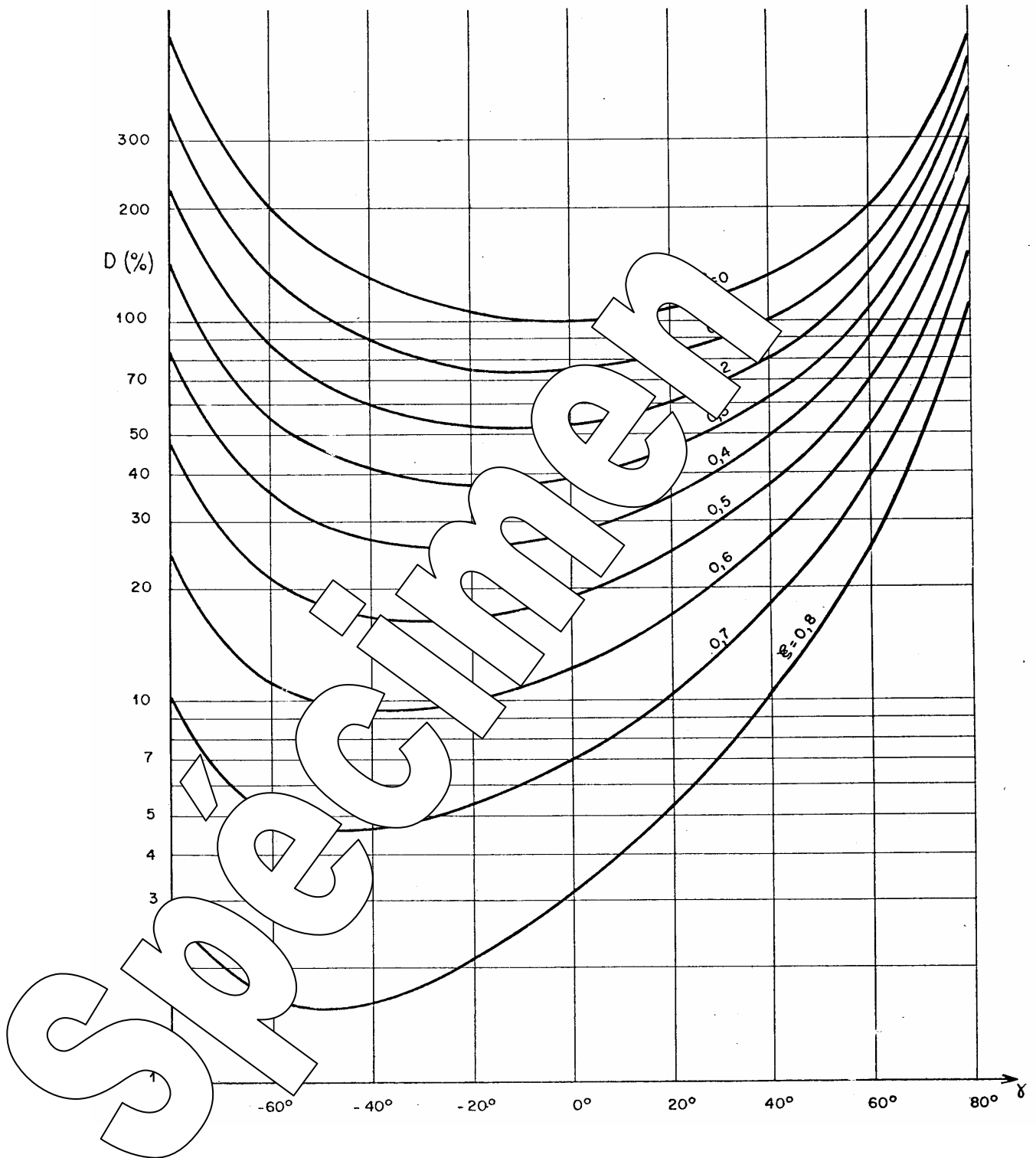
5.2. Annexe n°2: Abaque sur le comportement dynamique des systèmes du deuxième ordre

*Abaque des lieux des pôles à amortissement constant:*





**Abaque des dépassements réduits**



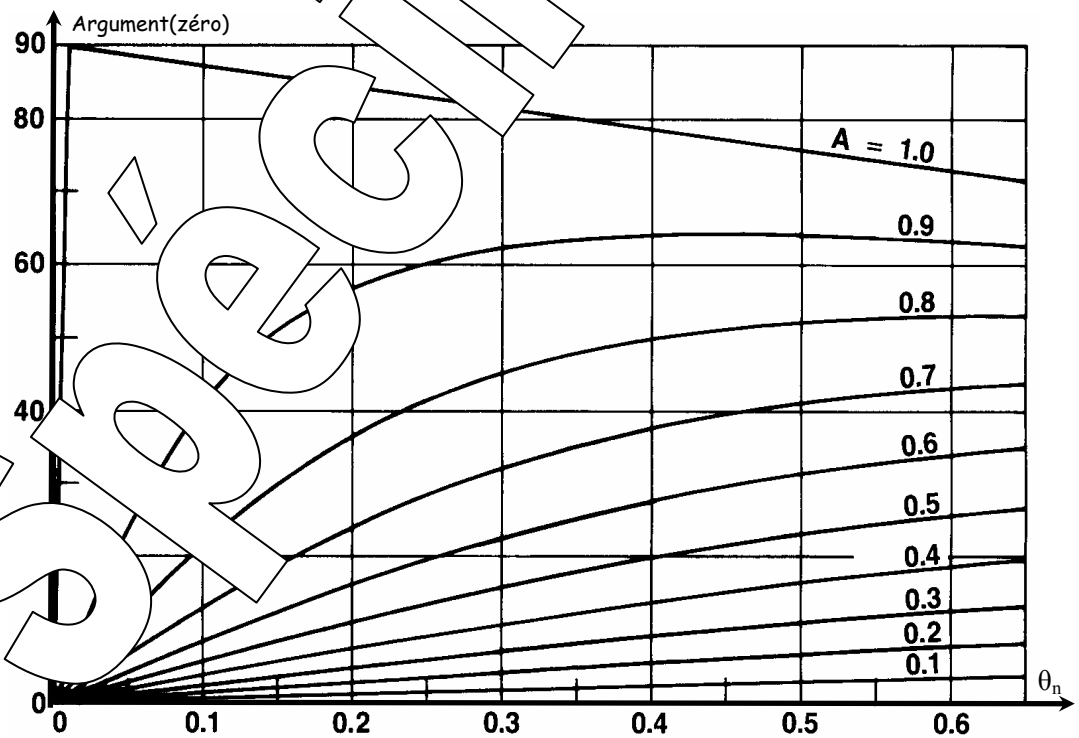
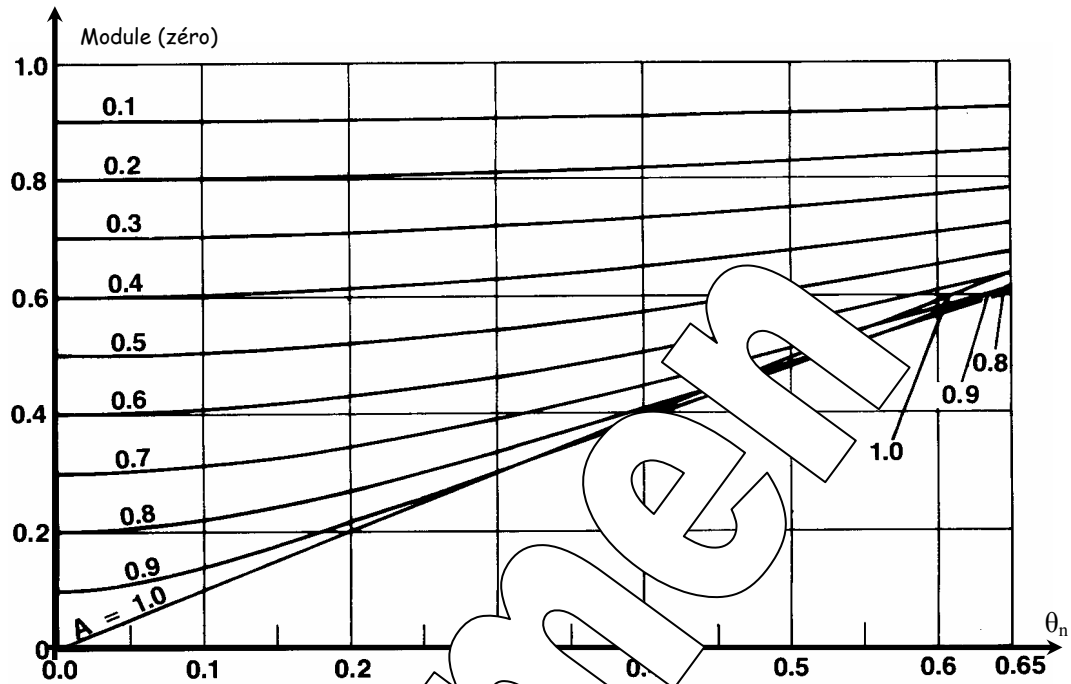
**Abaque des temps de montée**



### 5.3. Annexe n°3 Pôle et zéro numériques en régime harmonique

Module et argument d'un zéro numérique en régime harmonique

$$(1-A.z^{-1}) \rightarrow (1-A.e^{-Tep}) \rightarrow (1-A.e^{-j\omega T_e}) \rightarrow (1-A.e^{-j\theta_n})$$



**Module et argument d'un pôle numérique en régime harmonique**

$$1/(1+B.z^{-1}) \rightarrow 1/(1+B.e^{-T_e p}) \rightarrow 1/(1+B.e^{-j\omega T_e}) \rightarrow 1/(1+B.e^{-j\theta_n})$$

