

Asservissement Vitesse Position



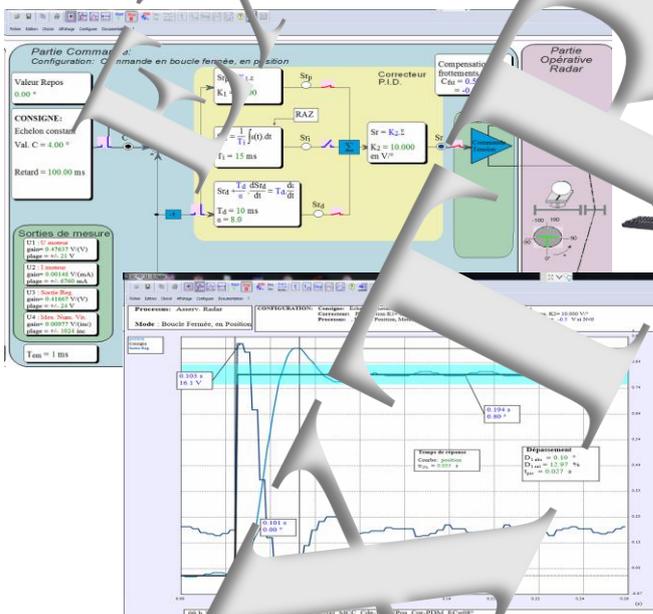
➤ Sur le système Radar Réf : ERD200

➤ Dans le domaine linéaire

Niveau	CITE 2011
Post secondaire	4
Supérieur court	5



Partie opérative
Réf : ERD 200 000



Logiciels sur PC : D_Radar
 Contrôle et commande : D_Radar
 Réf : ERD 200 100
 En options : D_Scil
 Prototypage matériel : D_Scil
 Réf : ERD 200 000
 Simulateur Scilab-XCos
 Compilateur « C »



Manuels de travaux pratiques :
 sujets et comptes rendus
 Niveau CITE V / (STS; IUT; Ingénieur)
 ERD 200 000 Manuel Sujets (9 sujets 72 pages)
 ERD 200 000 Manuel Comptes rendus (120 pages)
 Niveau CITE VII (Domaine numérique)
 ERD 200 000 Manuel Sujets (en développement)
 ERD 200 000 Manuel Comptes rendus (en développement)

Comptes rendus

EXTRAITS
EXTRAITS
EXTRAITS

SOMMAIRE:

Référence	Thème	Page
	<i>Série de TPs avec alimentation du moteur en courant</i>	
TP2-1_Cde-I_BO1_CR	Identification en Boucle Ouverte n°1	5
TP2-2_Cde-I_RVP_CR	Régulation de vitesse avec correcteur à action Proportionnelle	19
TP2-3_Cde-I_RVPI_CR	Régulation de Vitesse avec correcteur à action Proportionnelle + Intégrale	29
TP2-4_Cde-I_RPRT_CR	Régulation de position avec correcteur à action Proportionnelle + Réponse Tachymétrique	39
	<i>Série de TPs avec alimentation en tension</i>	
TP2-5_Cde-U_BO2_CR	Identification en Boucle Ouverte n°2	51
TP2-6_Cde-U_RVP_CR	Régulation de vitesse avec correcteur à action Proportionnelle	69
TP2-7_Cde-U_RVPI_CR	Régulation de Vitesse avec correcteur à action Proportionnelle + Intégrale	77
TP2-8_Cde-U_RPPD_CR	Régulation de Position avec correction Proportionnelle	87
TP2-9_Cde-U_RPPD_CR	Régulation de Position avec correction Proportionnelle + Dérivée	100

Page laissée vierge volontairement

EXTRAITS
EXTRAITS
EXTRAITS

Compte-Rendu
de travaux pratiques
sur système Radar (ERD200)
Niveau 2 TP n°5

Référence fichier :
TP2-5_ERD200_MCC_Cde-U_BO2_CR.word

**CARACTERISATION DU SYSTEME
EN BOUCLE OUVERTE (BO2)**

- Avec moteur à courant continu (MCC)
- Avec interface de puissance de type "Commande en **tension**"

Sommaire

1. PREDETERMINATIONS	2
1.1. Etude du système général – Frottements secs non compensés	2
1.1.1. Fonctions de transfert et schémas-blocs	2
1.1.2. Comportement en régime statique	3
1.1.3. Comportement en régimes dynamiques	3
1.2. Etude des frottements secs et compensés	6
1.2.1. Schéma blocs et fonctions de transfert	6
1.2.2. Comportement en régime statique	6
1.2.3. Comportement en régimes dynamiques	6
2. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS	10
2.1. Caractérisation en régime statique	10
2.1.1. Avec frottements secs non compensés	10
2.1.2. Avec frottements secs compensés	10
2.2. Caractérisation en régime dynamique	11
2.2.1. Réponse à un échelon constant	11
2.2.2. Comportement en régime sinusoïdal	12

1. PREDETERMINATIONS

1.1. Etude du cas général – Frottements secs non complétement négligeables

1.1.1. Fonctions de transfert et schémas-blocs

Equation fondamentale de la dynamique, pour un système à un degré de liberté : la rotation

L'équation fondamentale de la dynamique de la charge mécanique en rotation est donnée ci-contre:
 L'équation fondamentale de la dynamique de la charge mécanique en rotation est donnée ci-contre:
 La charge mécanique est de type frottement fluide $\Sigma (Couples appliqués) = J \cdot d^2\theta_m/dt^2 = J \cdot d\Omega_m/dt$
 si $\Omega \neq 0$, on obtient $C_m(t) - f \cdot \Omega_m(t) - Cs \cdot \text{signe}(\Omega_m) = J \cdot d\Omega_m/dt$
 si $\Omega = 0$, l'équation devient: $C_m(t) - Cr = 0$

Lois de fonctionnement, Transformées de "Laplace" et fonctions de transfert

On rappelle que l'on se place dans les conditions "réeliste" (toutes les conditions initiales nulles).

D'où le théorème sur la dérivation: $\frac{dy}{dt} \Rightarrow p \cdot Y(p) - Y(0)$ devient dans ces conditions $p \cdot Y(p)$

- La commande en tension est supposée parite parfaite:

$$u_{m(t)} = 1 \cdot Sr_{(t)} \quad] \quad U_{m(p)} = 1 \cdot Sr_{(p)}$$

- L'équation de la maille électrique d'inductance:

$$u_{m(t)} = L \frac{di_m}{dt} + R \cdot i_{m(t)} + e_{m(t)} \quad] \quad U_{m(p)} = L \cdot p \cdot I_{m(p)} + R \cdot I_{m(p)} + E_{m(p)}$$

Si on exprime le courant (car c'est le courant qui génère le couple)

$$I_{m(p)} (R + L \cdot p) = U_{m(p)} - E_{m(p)}$$

- Le couple électromagnétique développé par le moteur est directement proportionnel au courant dans l'induit:

k_m est la constante de couple $k_m = 43 \cdot 10^{-3} \text{N.m/A}$

$$C_{m(t)} = K_m \cdot I_{m(t)} \quad] \quad C_{m(p)} = K_m \cdot I_{m(p)}$$

- La force électromotrice est proportionnelle à la vitesse de rotation

(on peut démontrer que la constante de vitesse exprimée en rad/s/V est la constante de couple exprimée en N.m/A)

$$e_{m(t)} = C_e \cdot \Omega_{m(t)} \quad] \quad E_{m(p)} = K_e \cdot \Omega_{m(p)}$$

Le passage de la vitesse de rotation de l'arbre moteur en rad/s à la vitesse de rotation de la

Tourelle en tr/min/s si on note « r » le coefficient de réduction global $r = \frac{\Omega_m}{\Omega_T}$

$$N_{T(t)} = r \cdot (60/2\pi) \cdot \Omega_{m(t)} \quad] \quad N_{T(p)} = r \cdot (60/2\pi) \cdot \Omega_{m(p)}$$

On sait que la vitesse est la dérivée de la position

Le passage de la vitesse de rotation $N_{T(t)}$ (en tr/min) à la position angulaire de la tourelle $\theta_{T(t)}$ (en °) d'angle donne :

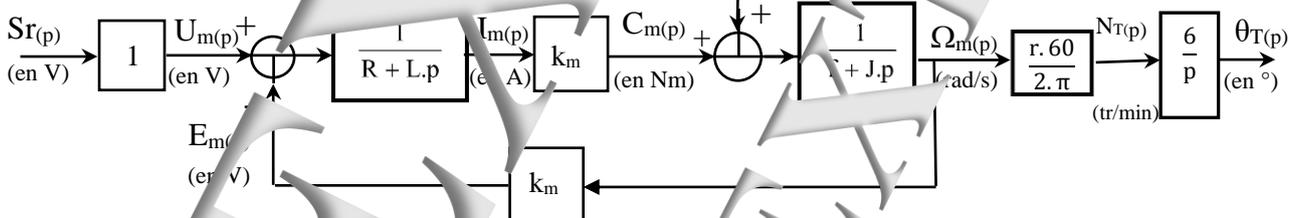
$$N_{T(t)} * 2\pi/60 = d\theta_T/dt * \pi/180 \quad] \quad 60 \cdot N_{T(p)} = p \cdot \theta_{T(p)}$$

L'équation fondamentale de la dynamique:

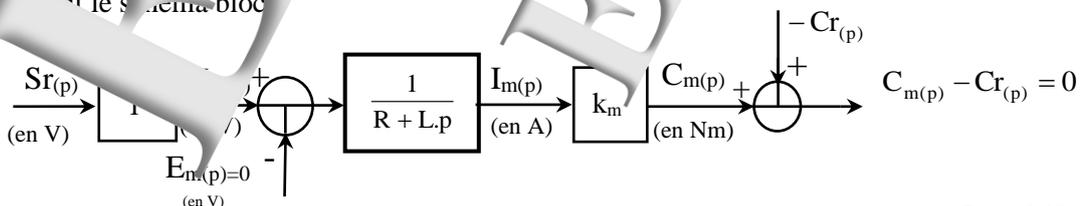
$$C_{m(t)} - f \cdot \Omega_{m(t)} - Cs \cdot \text{signe}(\Omega_m) = J \cdot d\Omega_m/dt$$

$$] \quad C_{m(p)} - f \cdot \Omega_{m(p)} - \frac{Cs}{p} \text{Signe}(\Omega_m) = J \cdot p \cdot \Omega_{m(p)}$$

Si $N_T \neq 0$ on en déduit le schéma bloc



Si $N_T = 0$ on en déduit le schéma bloc

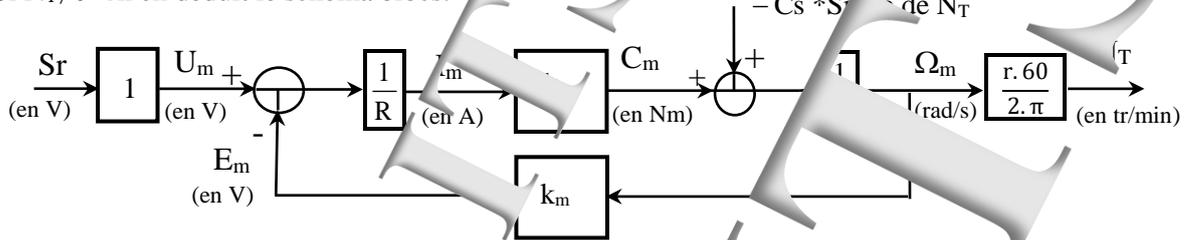


1.1.2. Comportement en régime statique

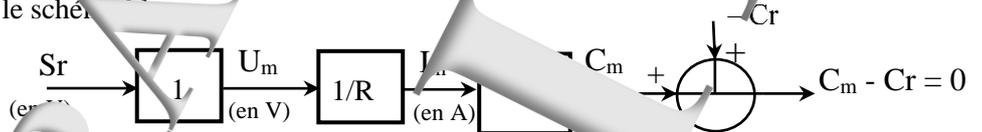
☞ **Schéma blocs en régime statique**

On rappelle que pour obtenir le coefficient de transfert statique déduit d'une fonction de transfert, il suffit de faire $p=0$ dans cette fonction de transfert.

- Si $N_T \neq 0$ on en déduit le schéma blocs:



- Si $N_T = 0$ on en déduit le schéma blocs:



☞ **Caractéristique statique**

- Pour $S_r = \text{Constante} > 0$, on aura:

$$N_T = \frac{r.60}{f.2.\pi} \left[\frac{k_m}{R} (S_r - N_T) - C_s \right] \rightarrow N_T = \frac{\frac{r.60}{f.2.\pi} \frac{k_m}{R} S_r - C_s}{1 + \frac{k_m}{Rf}}$$

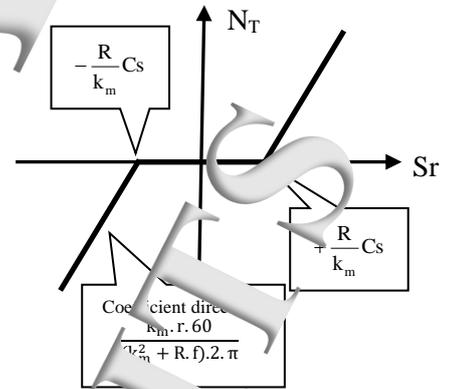
à condition que $\frac{k_m}{R} S_r - C_s > 0$ soit: $S_r > \frac{R.C_s}{k_m}$

- Pour $S_r = \text{Constante} < 0$, on aura:

$$N_T = \frac{R.C_s + \frac{r.60}{f.2.\pi} \frac{k_m}{R} S_r}{1 + \frac{k_m}{Rf}}$$

à condition que $\frac{k_m}{R} S_r + C_s < 0$ soit: $S_r < -\frac{R.C_s}{k_m}$

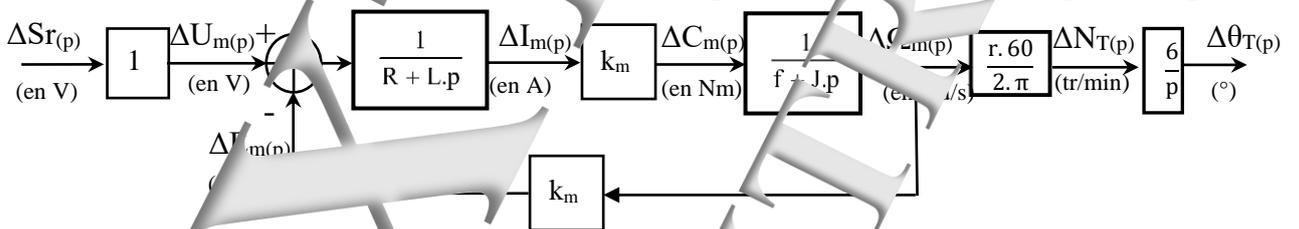
- Pour $-\frac{R.C_s}{k_m} < S_r < +\frac{R.C_s}{k_m}$ on aura: $N_T = 0$



1.1.3. Comportement en régime dynamiques

☞ **Schéma blocs en variations autour du point de repos**

Si la vitesse ne change pas de signe, le coefficient de frottement dû au frottement sec reste constant, donc ses variations sont nulles. On en déduit le schéma blocs valable pour des variations autour du point de repos:



☞ **Fonctions de transfert**

- **Fonction de transfert en vitesse**

Pour déterminer la F de T on exprime $\Delta N_{T(p)}$:
$$\Delta N_{(p)} = \frac{r.60}{2.\pi} \left[\frac{k_m}{(R+L.p)(f+J.p)} \right] (\Delta S_r(p) - k_m \frac{2.\pi}{r.60} \Delta N_{T(p)})$$

→
$$\Delta N_{T(p)} \left(1 + \frac{k_m^2}{(R+L.p)(f+J.p)} \right) = \frac{r.60}{2.\pi} \left[\frac{k_m}{(R+L.p)(f+J.p)} \right] \Delta S_r(p) \rightarrow \Delta N_{T(p)} = \frac{r.60}{2.\pi} \left[\frac{k_m}{(R+L.p)(f+J.p) + k_m^2} \right] \Delta S_r(p)$$

soit en dénotant $\alpha_u = \frac{r.60}{2.\pi} \left[\frac{k_m}{R.f + k_m^2} \right]$ et en mettant sous la forme proposée:
$$\frac{\Delta N_{T(p)}}{\Delta S_r(p)} = \frac{\alpha_u}{(1 + \tau_1.p)(1 + \tau_2.p)}$$

soit:
$$\alpha_u = \frac{k_m.r.60}{2.\pi(R.f + k_m^2)}$$
 et τ_1, τ_2 sont solutions de
$$1 + \frac{R.J + L.f}{R.f + k_m^2} p + \frac{L.J}{R.f + k_m^2} p^2 = 0$$

Si l'application numérique conduit à l'inégalité: $\frac{R.J}{R.f+k_m^2} \gg \frac{L}{R} > \frac{L.f}{R.f+k_m^2} = \frac{L}{R+(k_m^2/f)}$

On peut admettre les expressions des 2 constantes de temps: $\tau_1 \approx \frac{R.J}{R.f+k_m^2}$ et $\tau_2 \approx \frac{L}{R}$

Avec l'inégalité: $\tau_1 \gg \tau_2$ (rapport > à 5) on peut admettre la forme approchée $\frac{\Delta N_T(p)}{\Delta S_r(p)} \approx \frac{\alpha_u}{(1+\tau_1.p)}$

Remarque:

- La constante de temps dominante τ_1 est appelée également constante de temps "électromécanique" car elle met en œuvre le coefficient de type électrique "R" et les coefficients de type électromécanique "J" et "f".
- Si on compare τ_1 avec la constante de temps mécanique $\tau_m = J/f$ on a obligatoirement $\tau_1 < \tau_m$ et même généralement $\tau_1 \ll \tau_m$.

Application numérique en fonction des résultats obtenus lors du TP "BO1"

Pour $R_{moteur} = 4,97 \Omega$; $L = 3,77 \cdot 10^{-3} \text{ Hy}$; $f = 0,6 \text{ N.m/rad/s}$; $J = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$ et $K_m = 43 \cdot 10^{-3} \text{ N.m/A}$

Valeurs approchées des constantes de temps: $\tau_1 \approx \frac{R.J}{R.f+k_m^2} = 0,014 \text{ s}$ et $\tau_2 \approx \frac{L}{R} = 0,00076 \text{ s}$

On obtient les deux constantes de temps à partir de la solution de $1+0,0142.p+10^{-3}.p^2=0$

$\rightarrow x_1 = -74,6 \text{ rad/s}$ et $x_2 = -12,7 \text{ s}^{-1} \rightarrow \tau_1 = -\frac{1}{x_1} = 0,0134 \text{ s}$ et $\tau_2 = -\frac{1}{x_2} = 0,0008 \text{ s}$

On a bien $\tau_1 \gg \tau_2$ (rapport 166 fois)

et le coefficient de transfert statique: $\alpha_u = \frac{k_m.r.60}{2.\pi.(R.f+k_m^2)} = 1$

- Fonction de transfert simplifiée

Forme non simplifiée

$$\frac{\Delta \theta_{T(p)}}{\Delta S_r(p)} = \frac{\Delta N_T(p)}{\Delta S_r(p)} \cdot \frac{\Delta \theta_{T(p)}}{\Delta N_T(p)} = \frac{6.\alpha_u}{p(1+\tau_1.p)(1+\tau_2.p)}$$

Forme simplifiée

$$\frac{\Delta \theta_{T(p)}}{\Delta S_r(p)} \approx \frac{\alpha_u}{p(1+\tau_1.p)}$$

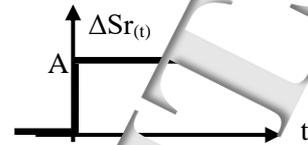
Réponse à une variation de commande en échelon constant

- En vitesse

$\Delta S_r(t) = A \cdot u(t)$ où $u(t)$ est la fonction échelon

Soit la transformée de Laplace de l'excitation

$\Delta S_r(p) = A \cdot \frac{1}{p}$

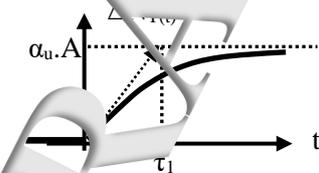


- Si on admet la forme simplifiée (si $\tau_1 \gg 5 \cdot \tau_2$):

On en déduit la transformée de Laplace de la variation de vitesse ΔN_T :

$\Delta V_{(p)} \approx \frac{\alpha_u}{1+\tau_1.p} \Delta S_r(p)$ d'où $\Delta N_T(p) \approx \frac{\alpha_u.A}{p(1+\tau_1.p)}$

Réponse si simplification possible



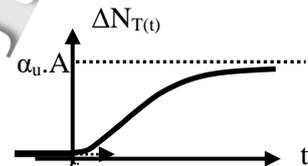
Par transformée inverse, on en déduit l'expression

$\Delta N_T(t) = \alpha_u.A \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$

Le temps de réponse à 5% est donné par la solution de

$\Delta V_{(t)} = 0,95 \cdot \alpha_u \cdot A$ soit $\frac{t}{\tau_1} = 3$ $\rightarrow \tau_{5\%} = 3 \cdot \tau_1$

Réponse si simplification impossible



- Si on ne peut admettre la simplification (car τ_1 n'est pas $> 5 \cdot \tau_2$):

$\Delta N_T(p) = \frac{\alpha_u}{(1+\tau_1.p)(1+\tau_2.p)} \Delta S_r(p)$ d'où $\Delta N_T(p) \approx \frac{\alpha_u.A}{p(1+\tau_1.p)(1+\tau_2.p)}$

Par transformée inverse, on en déduit l'expression de $N(t)$

$\Delta N_T(t) = \alpha_u.A \left[1 - \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \left(\tau_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \right]$

Le temps de réponse à 5% est donné par la solution de

$\left[\frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \left(\tau_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \right] = 0,05 \rightarrow \tau_{5\%} > 3 \cdot \tau_1$

Il n'y a pas de discontinuité de la pente au voisinage de 0 (caractéristique des système d'ordre >1)

Réponse si simplification possible

- En position

→ Si on admet la forme simplifiée (si $\tau_1 > 5 \cdot \tau_2$):

$$\Delta\theta_{T(p)} \approx \frac{\alpha_u}{p(1+\tau_1 p)} \Delta Sr_{(p)} \text{ d'où: } \Delta\theta_{T(p)} \approx \frac{6 \cdot \alpha_u \cdot A}{p(1+\tau_1 p)}$$

Par transformée inverse, on en déduit l'expression de $\Delta x(t)$

$$\Delta\theta_{T(t)} = 6 \cdot \alpha_u \cdot A \left[t - \tau_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) \right]$$

L'asymptote lorsque $t \rightarrow \infty$ a pour expression $\Delta\theta_{T(t)} = 6 \cdot \alpha_u \cdot A(t - \tau_1)$

D'où l'allure de la réponse donnée ci-centre

→ Si on ne peut admettre la forme simplifiée:

$$\Delta\theta_{T(p)} = \frac{6 \cdot \alpha_u}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)} \Delta Sr_{(p)} \text{ d'où: } \Delta\theta_{T(p)} = \frac{6 \cdot \alpha_u \cdot A}{p^2(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

L'allure de la réponse est peu n

Comportement en régime établi de variations harmoniques

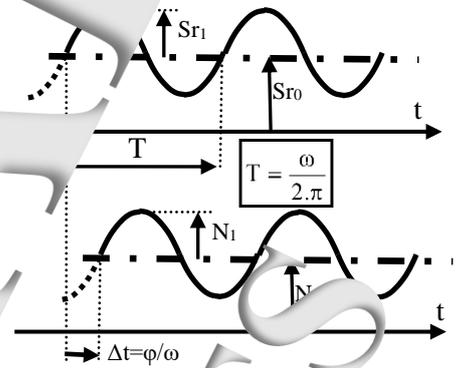
Soit le signal d'excitation $Sr(t) = Sr_0 + Sr_1 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Le système étant linéaire, on a $N_{T(t)} = N_0 + N_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_v)$

et $\theta_{T(t)} = \theta_0 + \theta_0 \cdot t + \theta_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_x)$

Si on choisit Sr_0 nul

D'où $N_{T(t)} = N_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_v)$ et $\theta_{T(t)} = \theta_0 + \theta_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_x)$



On peut exprimer la fonction de transfert sous la forme d'une fonction complexe (en faisant $p = j \cdot \omega$)

- Si on admet la forme simplifiée (si $\tau_1 > 5 \cdot \tau_2$):

- En vitesse

$$\frac{N_1}{Sr_1} \approx \frac{\alpha_u}{1 + j \cdot \omega \tau_1} \text{ où } Sr_1 \text{ est pris comme origine des phases}$$

On en déduit l'expression de N_1 : $N_1 \approx \left\| \frac{\alpha_u}{1 + j \cdot \omega \tau_1} \right\| \cdot Sr_1 = \frac{\alpha_u \cdot Sr_1}{\sqrt{1 + \tau_1^2 \cdot \omega^2}}$ et le déphasage: $\varphi_{(N_1/Sr_1)} = \text{Arg} \left[\frac{\alpha_u}{1 + j \cdot \omega \tau_1} \right] = -\text{ATAN}(\omega \cdot \tau_1)$

Pour une excitation à la pulsation particulière $\omega = 1/\tau_1$ on obtient:

$$N_1 \approx \frac{\alpha_u \cdot Sr_1}{\sqrt{2}} \text{ soit un rapport de amplitudes: } \frac{N_1}{Sr_1} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ et un déphasage } \varphi_{(N_1/Sr_1)} \approx -\text{ATAN}(1) = -45^\circ$$

- En position

$$\frac{\theta_1}{Sr_1} \approx \frac{6 \cdot \alpha_u}{j \omega (1 + j \cdot \omega \tau_1)} \text{ où } Sr_1 \text{ est pris comme origine des phases}$$

On en déduit l'expression de θ_1 : $\theta_1 \approx \left\| \frac{6 \cdot \alpha_u}{\omega (1 + j \cdot \omega \tau_1)} \right\| \cdot Sr_1 = \frac{6 \cdot \alpha_u \cdot Sr_1}{\omega \cdot \sqrt{1 + \tau_1^2 \cdot \omega^2}}$ et le déphasage: $\varphi_{(\theta_1/Sr_1)} \approx -\frac{\pi}{2} - \text{ATAN}(\omega \cdot \tau_1)$

Pour une excitation à la pulsation particulière $\omega = 1/\tau_1$ on obtient:

$$\theta_1 \approx \frac{\alpha_u \cdot Sr_1 \cdot \tau_1}{\sqrt{2}} \text{ soit un rapport de amplitudes: } \frac{\theta_1}{Sr_1} \approx \frac{\alpha_u \cdot \tau_1}{\sqrt{2}} \text{ et un déphasage } \varphi_{(\theta_1/Sr_1)} \approx -\frac{\pi}{2} - \text{ATAN}(1) = -135^\circ$$

- Si on ne peut admettre la forme simplifiée (car τ_1 n'est pas supérieure à $5 \cdot \tau_2$):

- En vitesse

$$\frac{N_1}{Sr_1} = \frac{\alpha_u}{(1 + j \cdot \omega \tau_1)(1 + j \cdot \omega \tau_2)} \text{ où } Sr_1 \text{ est pris comme origine des phases}$$

On en déduit l'expression de N_1 : $N_1 = \left\| \frac{\alpha_u}{(1 + j \cdot \omega \tau_1)(1 + j \cdot \omega \tau_2)} \right\| \cdot Sr_1 = \frac{\alpha_u \cdot Sr_1}{\sqrt{1 + \tau_1^2 \cdot \omega^2} \cdot \sqrt{1 + \tau_2^2 \cdot \omega^2}}$

et le déphasage: $\varphi_{(N_1/Sr_1)} = \text{Arg} \left[\frac{\alpha_u}{(1 + j \cdot \omega \tau_1)(1 + j \cdot \omega \tau_2)} \right] = -\text{ATAN}(\omega \cdot \tau_1) - \text{ATAN}(\omega \cdot \tau_2)$

Remarque:

Pour la pulsation particulière $\omega = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}}$ $N_1 \approx \frac{\alpha_u \cdot Sr_1}{\sqrt{(1 + \tau_1/\tau_2)(1 + \tau_2/\tau_1)}}$

soit un rapport de amplitudes: $\frac{N_1}{Sr_1} \approx \frac{\alpha_u}{\sqrt{(1 + \tau_1/\tau_2)(1 + \tau_2/\tau_1)}}$ et un déphasage $\varphi_{(N_1/Sr_1)} = -90^\circ$

- En position

$$\frac{\bar{\theta}_1}{Sr_1} = \frac{\alpha_u}{p(1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_2)} \text{ où } Sr_1 \text{ est pris comme origine des phases}$$

On en déduit l'expression de θ_1 : $\theta_1 = \frac{6\alpha_u}{j\omega(1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_2)}$ et $Sr_1 = \frac{6\alpha_u \cdot Sr_1}{\omega\sqrt{1+\tau_1^2\omega^2}\sqrt{1+\tau_2^2\omega^2}}$

et le déphasage: $\varphi(\theta_1/Sr_1) = \text{Arg} \left[\frac{6\alpha_u}{j\omega(1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_2)} \right] = -\frac{\pi}{2} - \text{ATAN}(\omega \cdot \tau_1) - \text{ATAN}(\omega \cdot \tau_2)$

Remarque:

Pour la pulsation particulière $\omega = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}}$

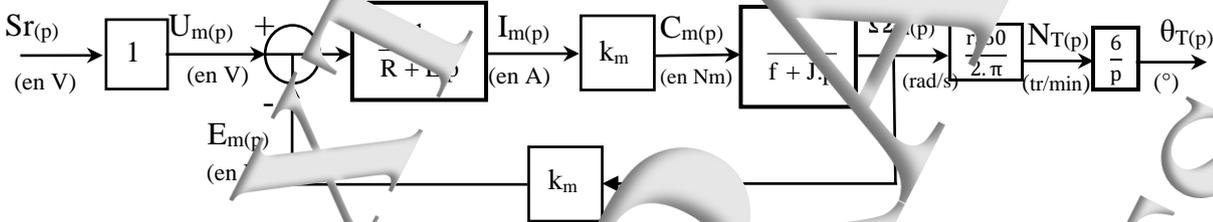
$\theta_1 \approx \frac{6\alpha_u \cdot Sr_1 \sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}}{\sqrt{(1+\tau_1/\tau_2)(1+\tau_2/\tau_1)}}$ soit un rapport de α_u et un déphasage $\varphi(\theta_1/Sr_1) = -180^\circ$

1.2. Etude du cas où les moments secs sont compensés

Ce qui a été démontré pour des variations autour d'un point de repos, a été démontré qu'il n'y ait pas de changement du signe de la vitesse, il vient même au voisinage de 0.

1.2.1. Schéma blocs et fonction de transfert

Si la vitesse ne change pas de signe, le couple résistant dû au frottement sec reste constant, donc ses variations sont nulles. On en déduit le schéma blocs valable pour les variations autour du point de repos:

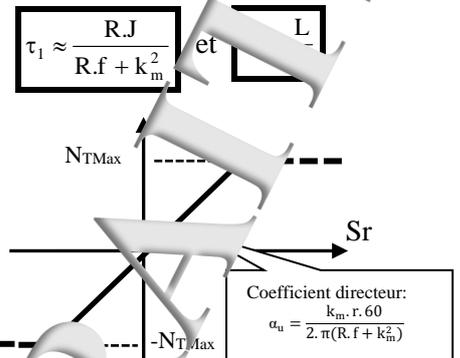


☛ Fonction de transfert $N_{T(p)}/Sr(p)$

On en déduit la fonction de transfert mise sous la forme:

$$\frac{N_{T(p)}}{Sr(p)} = \frac{\alpha_u}{\tau_1 \cdot p(1+\tau_2 \cdot p)}$$

avec τ_1 la constante de temps électromécanique et τ_2 une constante de temps proche de la constante de temps électrique. La limitation technologique N_{TMax} est toujours la même (42tr/min).



1.2.2. Comportement en régime stationnaire

Il suffit de faire $p = 0$ dans la fonction de transfert se $\frac{N_T}{Sr} = \alpha_u$. Ce qui conduit à une caractéristique de transfert linéaire.

1.2.3. Comportement en régimes dynamiques

1.2.3.1 Réponse à une commande constante

$Sr(t) = A \cdot u(t)$

- Si on admet la forme simplifiée (si $\tau_1 \gg 5 \cdot \tau_2$):

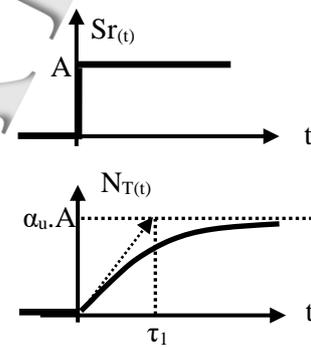
On en déduit la transformée de Laplace de la vitesse N:

$N_{T(p)} = \frac{\alpha_u}{1+\tau_1 \cdot p} \cdot Sr(p)$ d'où: $N_{T(p)} \approx \frac{\alpha_u \cdot A}{p(1+\tau_1 \cdot p)}$

Par transformée inverse, on déduit l'expression de $N_{T(t)}$

$N_{T(t)} = A(1 - e^{-t/\tau_1})$

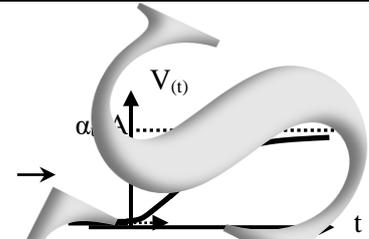
Le temps de réponse à 5% $\approx 3 \cdot \tau_1$



- Si on ne peut admettre la simplification (car τ_1 n'est pas $> 5. \tau_2$):

$$N_{T(p)} = \frac{\alpha_u}{(1+\tau_1.p)(1+\tau_2.p)} Sr(p)$$

d'où: $N_{T(p)} \approx \frac{\alpha_u}{p(1+\tau_1.p)(1+\tau_2.p)}$



Par transformée inverse, on en déduit l'expression de $V(t)$

$$N_{T(t)} = \alpha_u \cdot A \left[1 - \frac{1}{(\tau_1 - \tau_2)} \left(\tau_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \right]$$

Le temps de réponse à 5% est donné par la solution de

$$\left[\frac{1}{(\tau_1 - \tau_2)} \left(\tau_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \right] = 0,05 \rightarrow tr_{5\%} > 3 \cdot \tau_1$$

1.2.3.2 Comportement en régime harmonique établi

Soit le signal d'excitation $Sr = S_{r1} \cdot \sin(\omega.t)$

→ Comportement de la vitesse en rapport à la commande Sr

Le système étant linéaire, on aura $N_{T(t)} = N_1 \cdot \sin(\omega.t + \phi)$

Dans ce cas, on peut exprimer la fonction de transfert sous la forme d'une fonction complexe: ($p = j \cdot \omega$)

Si on admet la forme simplifiée (si $\tau_1 > 5. \tau_2$):

$$\frac{N_1}{S_{r1}} \approx \frac{\alpha_u}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_1} \text{ où } S_{r1} \text{ est pris comme origine des phases}$$

On en déduit l'expression de N_1 : $N_1 = \left\| \frac{\alpha_u \cdot S_{r1}}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_1} \right\| = \frac{\alpha_u \cdot S_{r1}}{\sqrt{1 + \tau_1^2 \cdot \omega^2}}$

et le déphasage: $\phi_{(N_1/S_{r1})} = \text{Arg} \left[\frac{\alpha_u}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_1} \right] = -\text{ATAN}(\omega \cdot \tau_1)$

Calcul des modules et arguments en fonction de valeurs caractéristiques de ω

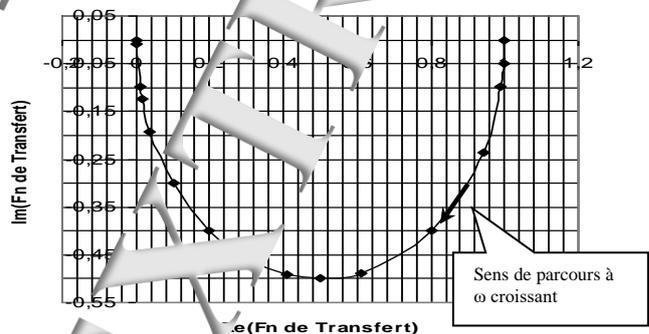
$\omega =$	0	$1/(10 \cdot \tau_1)$	$1/(2 \cdot \tau_1)$	$1/\tau_1$	$2/\tau_1$	$10/\tau_1$	∞
$\left\ \frac{N_1}{S_{r1}} \right\ =$	α_u	$\alpha_u / \sqrt{1,01}$	$\alpha_u / \sqrt{1,25}$	$\alpha_u / \sqrt{2}$	$\alpha_u / \sqrt{5}$	$\alpha_u / \sqrt{101}$	0
$20 \cdot \log \left[\left\ \frac{N_1}{S_{r1}} \right\ / \alpha_u \right] =$	0 dB	-0,1 dB	-0,4 dB	-3 dB	-7 dB	-20 dB	$-\infty$
$\phi(N_1/S_{r1}) =$	0	$-5,7^\circ$	-11°	-45°	$-63,5^\circ$	$-84,3^\circ$	-90°

D'où la bande passante à -3dB:

$$0 \leq BP_{-3dB} \leq 1/\tau_1$$

Lieux de transfert:

* dans le plan de Nyquist (plan complexe) en coordonnées réduites.
On peut démontrer que le lieu de transfert dans le plan complexe est un demi-cercle. Ce lieu peut être gradué en fonction de u (ou $u = \omega \cdot \tau_1$ en coordonnées réduites).

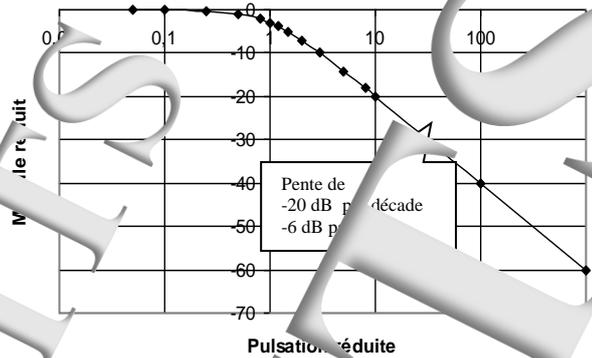


* dans le plan de Bode

- Graphe des rapports des amplitudes en coordonnées réduites:

Axe des x avec $x = \log(u) = \log(\omega \cdot \tau_1)$

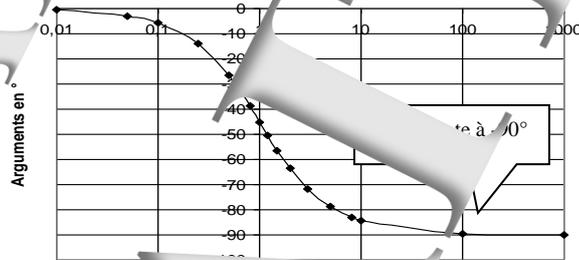
Axe des y avec $y = 20 \cdot \log \left[\left\| \frac{N_1}{Sr_1} \right\| / \alpha_u \right]$



- Graphe des déphasages en coordonnées réduites:

Axe des x avec $x = \log(u) = \log(\omega \cdot \tau_1)$

Axe des y avec $y = \varphi(N_1/Sr_1)$



- Si on ne peut admettre la simplification (car τ_1 n'est pas $\gg \tau_2$):

$$\frac{N_1}{Sr_1} = \frac{\alpha_u}{(1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_2)} \text{ ou } Sr_1 \text{ est pris comme origine des phases}$$

On en déduit l'expression de N_1 : $N_1 = \left\| \frac{\alpha_u}{(1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_2)} \right\| \cdot Sr_1 = \frac{\alpha_u \cdot Sr_1}{\sqrt{1+\tau_1^2\omega^2} \sqrt{1+\tau_2^2\omega^2}}$

et le déphasage: $\varphi_{(N_1/Sr_1)} = \text{Arg} \left[\frac{\alpha_u}{(1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_2)} \right] = \varphi(N_1/Sr_1) = -\text{ATAN}(\omega \cdot \tau_1) - \text{ATAN}(\omega \cdot \tau_2)$

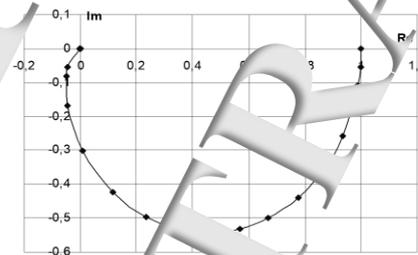
Pour $\omega \rightarrow 0$
 $N_1 \rightarrow \alpha_u \cdot Sr_1$
 $\varphi_{(N_1/Sr_1)} \rightarrow 0$

Pour $\omega = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}}$
 $N_1 = \frac{\alpha_u \cdot Sr_1}{\sqrt{1+\tau_1/\tau_2} \sqrt{1+\tau_2/\tau_1}}$ et $\varphi(N_1/Sr_1) = -90^\circ$

Pour $\omega \rightarrow \infty$
 $N_1 \rightarrow 0$
 (atténuation au rythme de -40dB/décade)
 et $\varphi_{(N_1/Sr_1)} \rightarrow -180^\circ$

Lieux de transfert en coordonnée réduite (réduit à 1 et $u = \tau_1 \cdot \omega$) et si on admet pour $\tau_2 = \tau_1/10$

- Dans le plan complexe (représentation de Nyquist)



- Représentation de BODE

Diagramme des modules

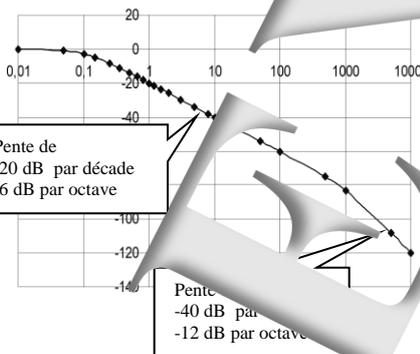
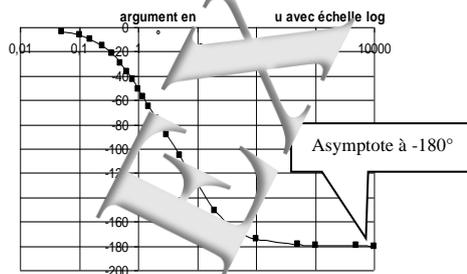


Diagramme des arguments



→ **Comportement de la position par rapport à la vitesse**

Le système étant linéaire, on aura $\theta_{T(t)} = \theta_0 + \theta_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$

Dans ce cas, on peut exprimer la fonction de transfert sous la forme d'une fonction complexe: $G(p) = \frac{6}{j \cdot \omega}$

$\frac{\theta_1}{N_1} = \frac{6}{j \cdot \omega}$ où N_1 est pris comme origine des phases

On en déduit l'expression de θ_1 : $\theta_1 = \left\| \frac{6}{j \cdot \omega} \right\| \cdot Sr_1 = \frac{6N_1}{\omega}$

Le rapport des amplitudes décroît au rythme de 20dB par Décade

On en déduit l'expression du déphasage: $\phi(\theta_1/Sr_1) = \text{Arg} \left[\frac{6}{j \cdot \omega} \right] = -\frac{\pi}{2}$

Le déphasage reste constant, indépendant de la pulsation, égal à $-\pi/2$

→ **Comportement de la position par rapport à la commande Sr**

- Si on ne peut admettre la simplification:

Le système étant linéaire, on aura $\theta_{T(t)} = \theta_0 + \theta_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$

Dans ce cas, on peut exprimer la fonction de transfert sous la forme d'une fonction complexe: $G(p) = \frac{6 \cdot \alpha_u}{j \cdot \omega (1 + j \cdot \omega \cdot \tau_1)(1 + j \cdot \omega \cdot \tau_2)}$

$\frac{\theta_1}{Sr_1} = \frac{6 \cdot \alpha_u}{j \cdot \omega (1 + j \cdot \omega \cdot \tau_1)(1 + j \cdot \omega \cdot \tau_2)}$ où Sr_1 est pris comme origine des phases

On en déduit l'expression de θ_1 : $\theta_1 = \left\| \frac{6 \cdot \alpha_u}{\omega \cdot (1 + j \cdot \omega \cdot \tau_1)(1 + j \cdot \omega \cdot \tau_2)} \right\| \cdot Sr_1 = \frac{6 \cdot \alpha_u \cdot Sr_1}{\omega \cdot \sqrt{1 + \tau_1^2 \cdot \omega^2} \cdot \sqrt{1 + \tau_2^2 \cdot \omega^2}}$

et le déphasage: $\phi(\theta_1/Sr_1) = \text{Arg} \left[\frac{6 \cdot \alpha_u}{j \cdot \omega (1 + j \cdot \omega \cdot \tau_1)(1 + j \cdot \omega \cdot \tau_2)} \right] = -\frac{\pi}{2} - \text{ATAN}(\omega \cdot \tau_1) - \text{ATAN}(\omega \cdot \tau_2)$

Pour $\omega \rightarrow 0$

$\theta_1 \rightarrow \infty$ et

$\phi(\theta_1/Sr_1) \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ et $\theta_1 = \frac{6 \cdot \alpha_u \cdot Sr_1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2}{\sqrt{1 + \tau_1^2 / \omega^2} \cdot \sqrt{1 + \tau_2^2 / \omega^2}} = \frac{6 \cdot \alpha_u \cdot Sr_1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$

Pour $\omega \rightarrow \infty$

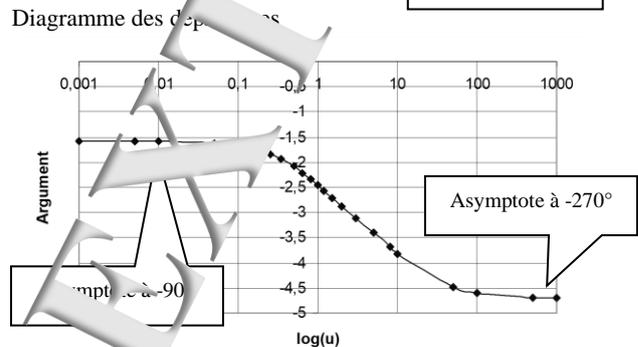
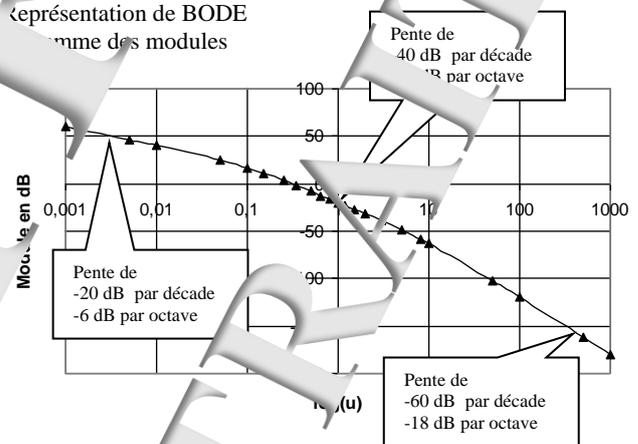
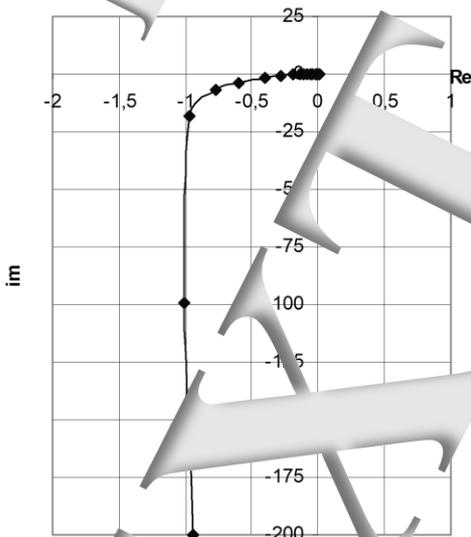
$\theta_1 \rightarrow 0$

(atténuation au rythme de -60dB/décade)

et $\phi(\theta_1/Sr_1) \rightarrow -270^\circ$

Lieux de transfert en coordonnées réduites (α_u réduit) et si on admet pour exemple $\tau_2 = \tau_1/10$

- Dans le plan complexe (représentation de N_1)



2. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

2.1. Caractérisation en régime statique

2.1.1. Avec frottements secs non compensés

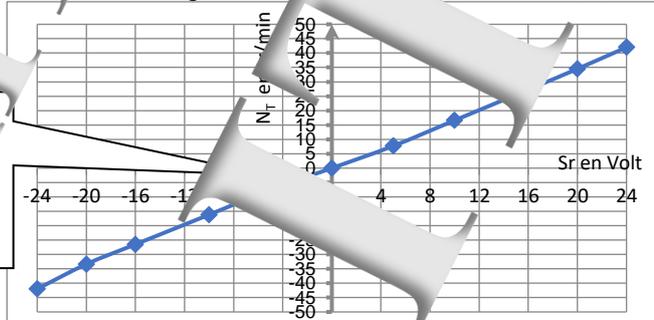
Expérimentation

Tableau des valeurs relevées:

Sr en Volt	N _T En tr/min
-24	-42
-20	-33,8
-16	-26,5
-10	-16,2
-5	-7,5
0	0
5	7,7
10	16,6
16	27,3
20	34,5
24	42

Cette caractéristique présente un seuil au N_T reste nul pour S_{r0-} < S_r < S_{r0+} S_{r0} appelée seuil de démarrage

Caractéristique de transmission statique: N_T = f (Sr)



Exploitation

On exploite les équations des courbes de tendance pour déterminer les seuils

→ Pour S_r > 0 $S_{r0+} = \frac{1,24}{1,8} = 0,688 \text{ v}$

→ Pour S_r < 0 $S_{r0-} = \frac{-1,24}{1,8} = -0,696 \text{ v}$

On pourra admettre

$S_{r0-} = -0,7 \text{ v}$ $S_{r0+} = +0,7 \text{ v}$

On en déduit:

$\alpha_u = 1,8 \text{ tr/min / Volt}$ $S_{r0} = 0,7 \text{ Volts} \rightarrow C_s = [(k_u.k_m)/R] S_{r0} = 1 * 43,2 * 10^{-3} / 4,97 = 8,7 * 10^{-3} \text{ N.m}$

Les valeurs de S_{r0} sont à introduire si on souhaite la compensation des frottements intrinsèques (C_{fsi}) (Paramètre U_{démarrage} dans le menu "Configuration" "Partie opérative")

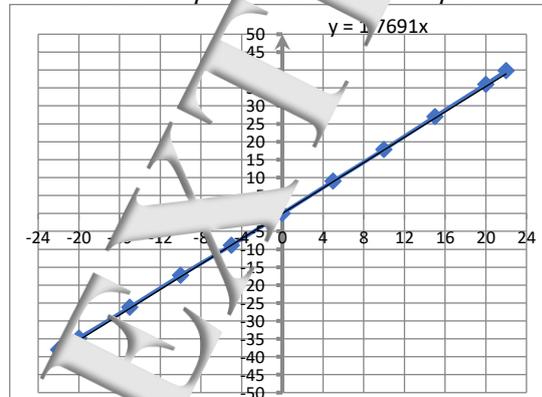
2.1.2. Avec frottements secs compensés

Expérimentation

Tableau des valeurs relevées:

Sr en Volt	N _T en tr/min
-22	
-20	
-15	-26,2
-10	-17,3
-5	8,9
0	0
5	9
10	17
15	27
20	37
22	47

Caractéristique de transmission statique: V = f (Sr)



Exploitation

Equation de la droite:

$N_T \approx 1,77 \cdot S_r$

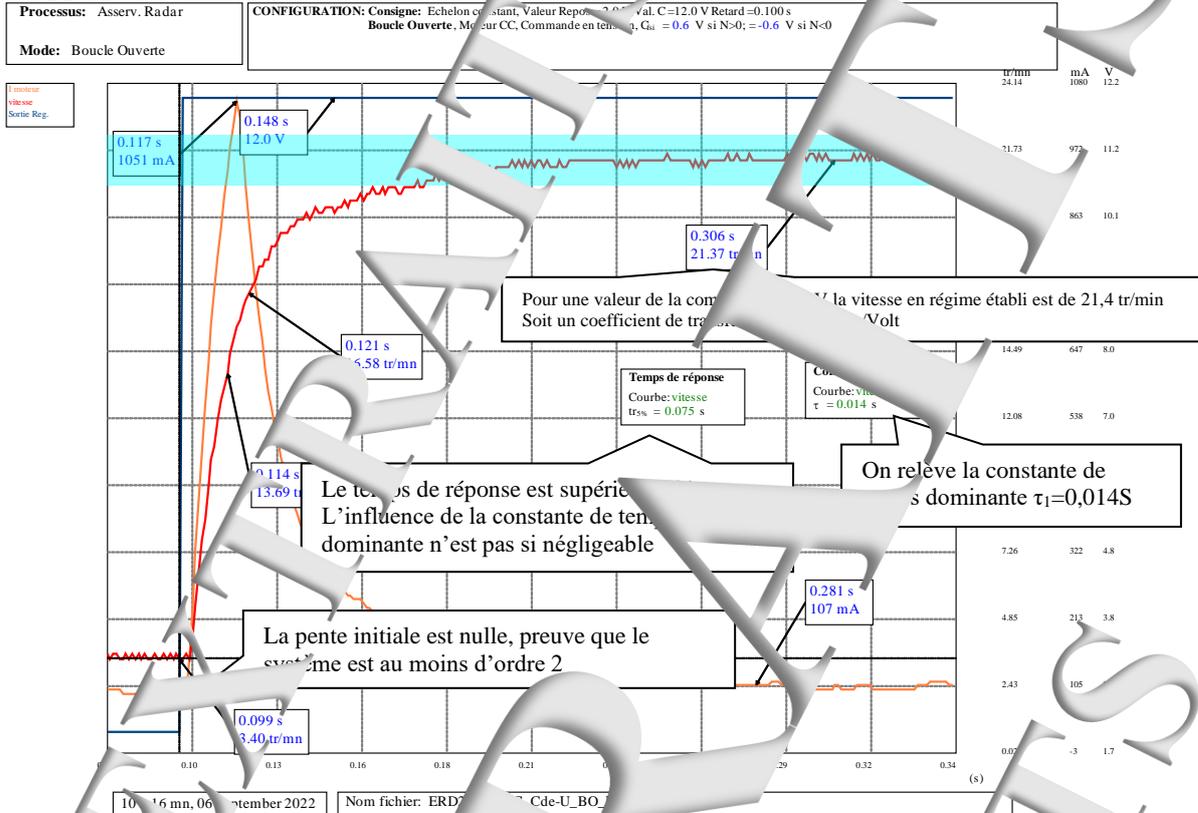
$\alpha_u = 1,77 \text{ tr/min / Volt}$

2.2. Caractérisation en régimes dynamiques

2.2.1. Réponse à un échelon constant

Expérimentation

On applique un échelon de commande constant de valeur $Sr = 2 \rightarrow 12V$.



Exploitations.

L'allure de la réponse est comparée à celle d'un système d'ordre 1 (réponse aperiodique sans dépassement). La constante de temps déterminée est appelée constante de temps dominante. Seule la pente initiale nulle laisse penser que le système est d'ordre supérieur.

On relève la valeur de la constante de temps dominante: $\tau_1 = 0,014s$ et le rapport statique en variation:

$$\Delta N_{T(\infty)} / \Delta Sr = (21,37 - 3,4) / 10 = 1,8 \text{ tr/min / Volt}$$

Ces résultats corroborent les prédéterminations.

Contrairement au même essai réalisé pour une commande en courant, la vitesse atteinte en régime permanent dépend de la tension appliquée aux bornes du moteur.

En régime permanent, le couple mécanique est théoriquement nul (frottement visqueux négligeable et frottements secs compensés). Le courant consommé est donc faible, ce qui est montré par le relevé expérimental. La maille électrique a pour expression: $U_m = E_m + R \cdot I_m$

- avec: E_m la force contre électro-motrice et $E_m = k_m \cdot \Omega_m$
- k_m la constante de couple $k_m = 4,5 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}/\text{A}$ (inverse de la constante de vitesse)
- Ω_m la vitesse de rotation en rad/s
- $R = R_m$ la résistance d'induit égale à 4,97 Ohms

On peut donc prédéterminer la vitesse atteinte en régime permanent:

Exemple pour $S_r = 12\text{V}$ sachant que $r = 0,008$

$$N_T = (r \cdot 60 / 2 \cdot \pi) (U_m - R \cdot I_m) / k_m \approx (r \cdot 60 / 2 \cdot \pi) S_r / k_m = 0,008 \cdot 60 \cdot 12 / 6,28 \cdot 0,0043 = 21,3 \text{ tr}/\text{min}/\text{s}$$

→ ce qui est vérifié par l'essai expérimental.

Dans ce cas la constante de temps dominante a pour expression théorique $\tau = J \cdot R / k_m^2$

A partir de la valeur de τ relevée on peut déterminer $J = 5,2 \cdot 10^{-6} \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$

A l'instant initial (instant où est appliqué la discontinuité de tension aux bornes du moteur) seules les résistances limitent l'amplitude de l'impulsion de courant absorbé;

$$I_{m \text{ max}} = \Delta S_r / R = 10/4,97 = 2 \text{ A}$$

La valeur réelle, également celle relevée, est plus faible de par la présence d'inductif de l'induit.

2.2.2. Comportement en régime sinusoïdal

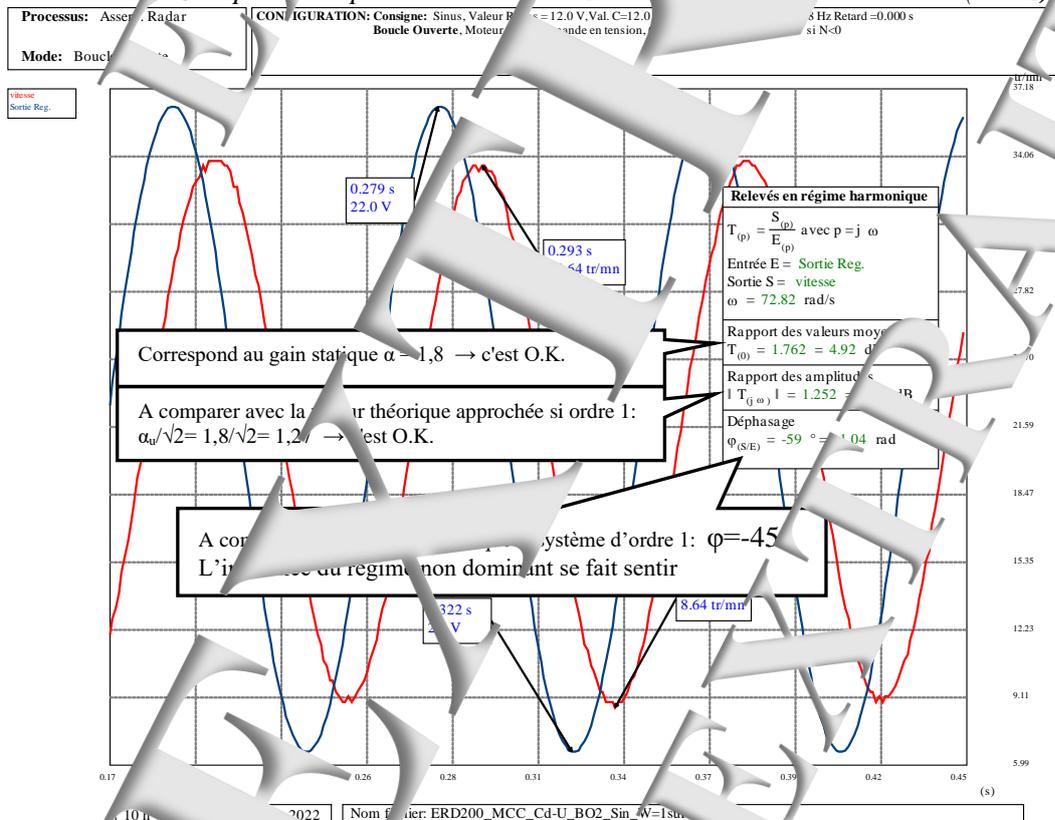
2.2.2.1 Etude du transfert Vitesse/commande

Essais expérimentaux

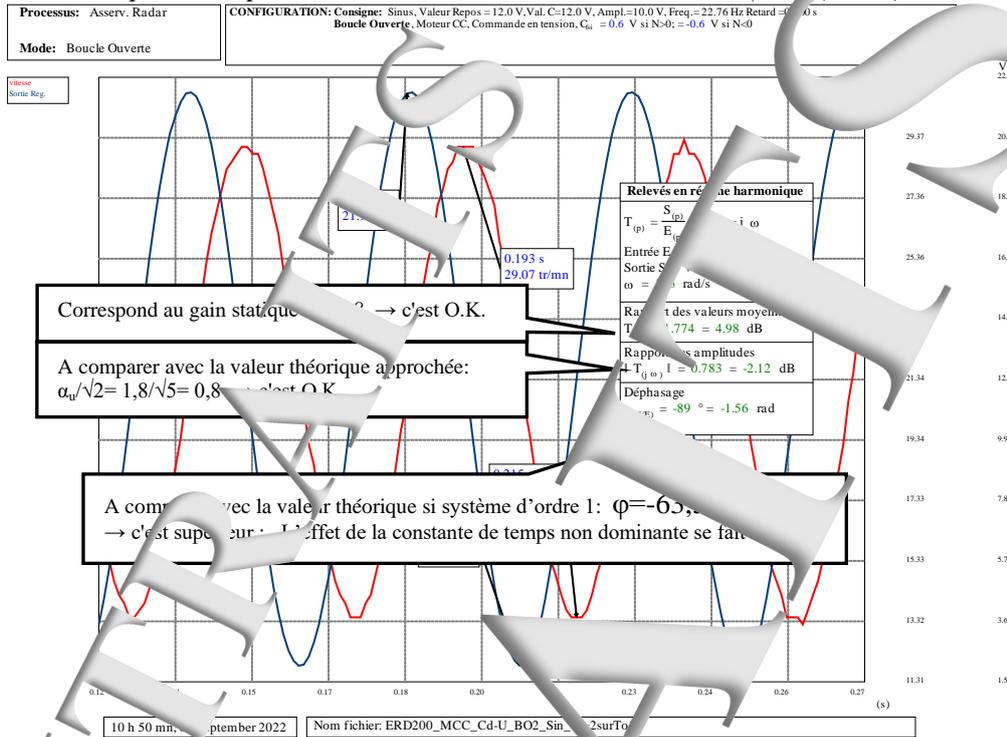
L'excitation au niveau du moteur a pour expression : $S_r = S_{r0} + S_{rM} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Avec S_{r0} la valeur moyenne et S_{rM} l'amplitude de la commande.

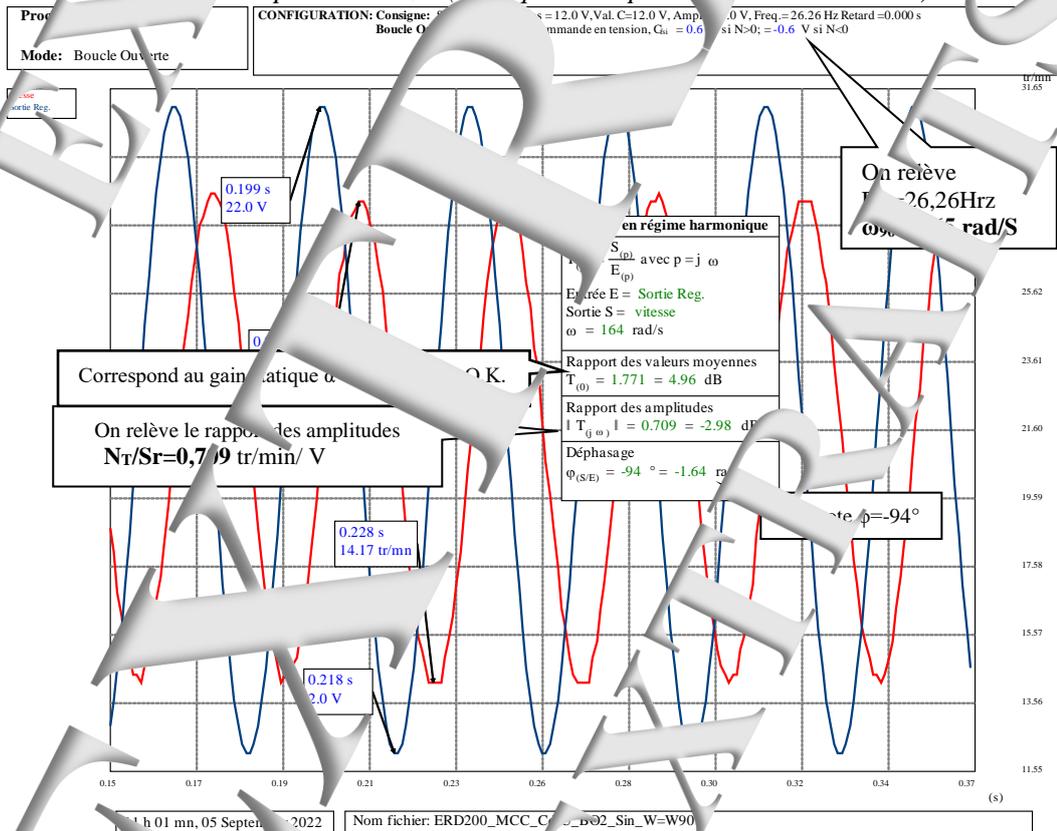
Essai n°1 : Pour la pulsation particulière $\omega = 1/\tau_i = 1/0,01471 \text{ s} = 68 \text{ rad/s} \rightarrow F = 1/(2 \cdot \pi \cdot \tau_i) = 11,38 \text{ Hz}$



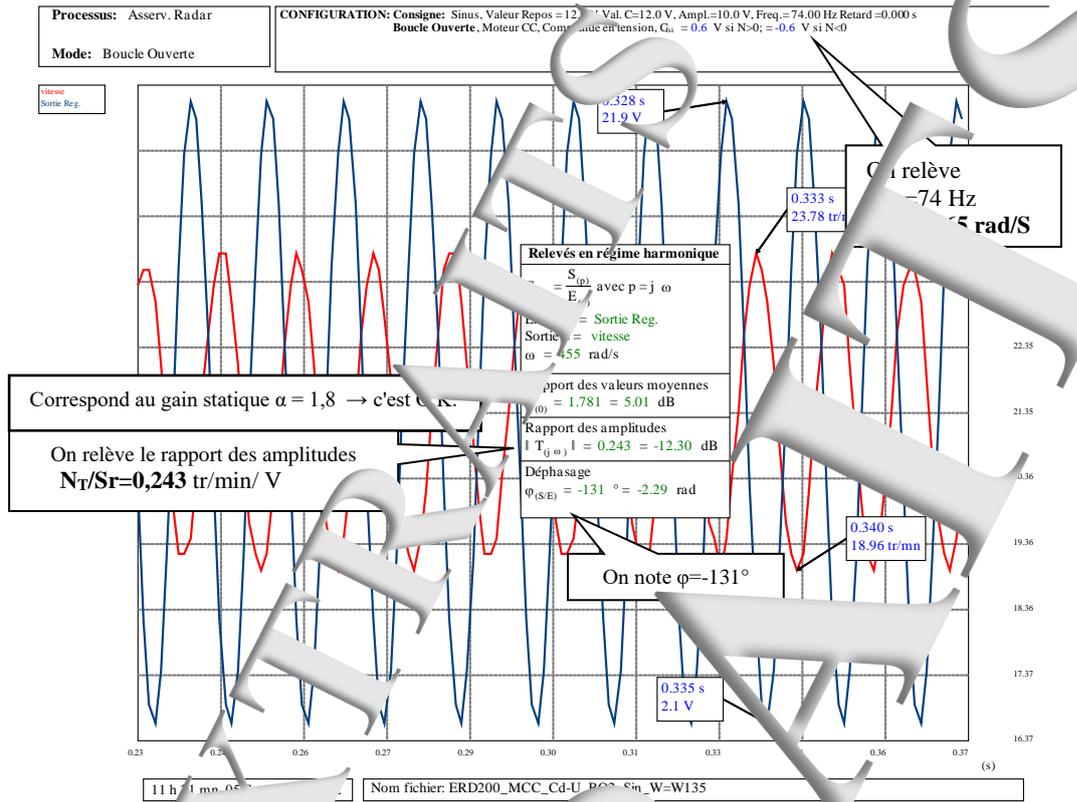
Essai n°2 : Pour la pulsation particulière $\omega = 2/\tau_1 = 143 \text{ rad/s} \rightarrow F = 2/(2 \cdot \pi \cdot \tau_1) = 22,75 \text{ Hz}$



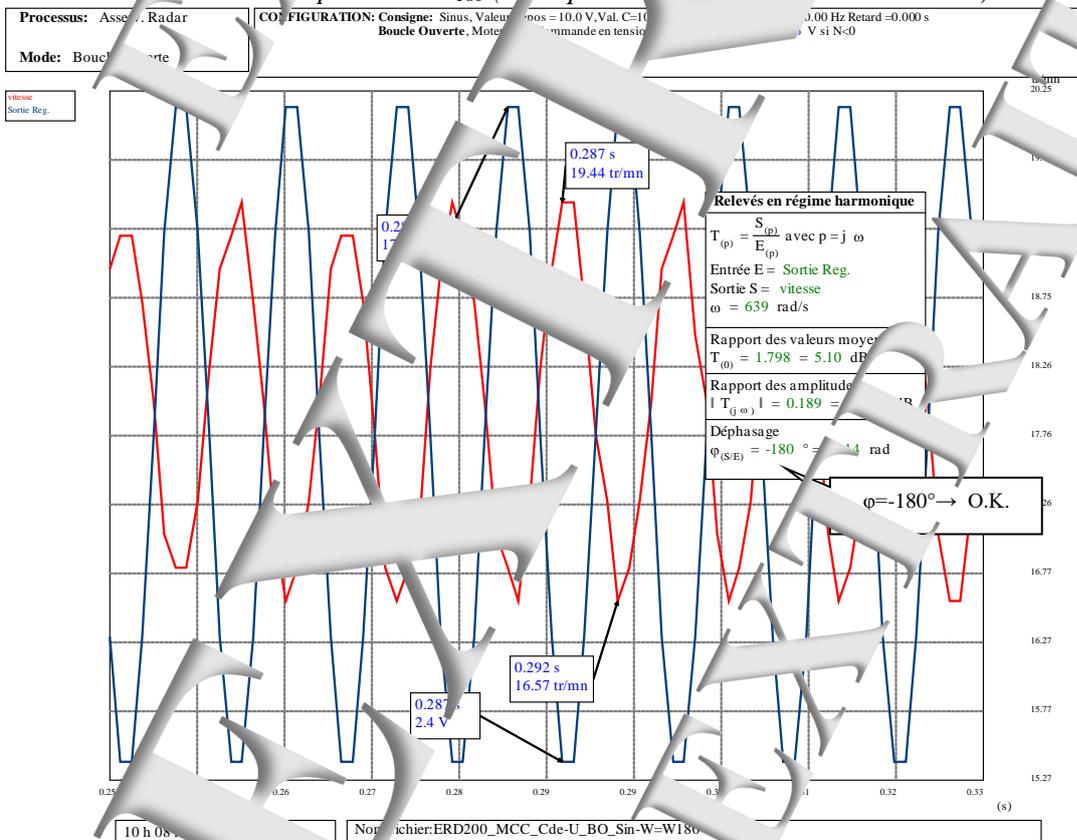
Essai n°3 Recherche de la pulsation ω_{90} (telle que le déphasage $\phi_{N_T/Sr}$ vaut -90°)



Essai n°4 : Recherche de la pulsation ω_{130} (telle que le déphasage N_T/sr vaut -130°)



Essai n°5 Recherche de la pulsation ω_{180} (telle que le déphasage N_T/sr vaut -180°)



Exploitations

☞ L'essai n°1 : A la pulsation de cassure $\omega = 1/\tau_1 = 71,4 \text{ rad/s}$

Le rapport des amplitudes est un peu inférieure a la valeur théorique obtenue pour un système d'ordre 1. L'influence du régime non dominant est plus grande sur le déphasage.

Modèle approché d'ordre 1

$$\frac{N_{T(p)}}{S_{r(p)}} = \frac{\alpha_u}{(1 + \tau_1 \cdot p)} \quad \tau_1 = 0,014 \text{ s}$$

On pourrait évaluer la constante de temps non dominante notée τ_2 en calculant le déphasage qui peut lui être affecté :

- déphasage dû à la mesure vitesse (échantillonnage de période $T_{ev} = 1 \text{ ms}$)
On admet un retard $T_{ev}/2$ → soit un déphasage $\varphi = (T_{ev}/2) \cdot \omega = 0,0005 \cdot 71,4 = 0,036 \text{ rad} = 2^\circ$
- déphasage dû à la constante de temps dominante $\varphi = -45^\circ$
- déphasage dû à la constante de temps non dominante $\varphi = 52 - 45^\circ - 2 = 12^\circ = 0,21 \text{ rad}$

D'où la valeur de la constante de temps non dominante : $\tau_2 = \text{tg}(0,21)/\omega = 0,00298 \text{ s}$

On calcule le rapport des amplitudes à cette pulsation particulière

$$\frac{N_1}{S_{r1}} = \frac{\alpha_u}{\sqrt{1+(1+\tau_1 \cdot \omega)^2} \cdot \sqrt{1+(1+\tau_2 \cdot \omega)^2}} = 1,24 \quad \text{valeur vérifiée expérimentalement}$$

☞ L'essai n°2 A la pulsation $\omega = 2/\tau_1 = 143 \text{ rad/s}$

La valeur du déphasage à la pulsation double de la pulsation de cassure ($\omega = 2/\tau_1$) est supérieure à celle qu'on obtiendrait si le système était d'ordre 1 pur. Les constantes non dominantes commencent à avoir de l'effet.

Si on suit la même démarche que précédemment

- déphasage dû à la mesure vitesse (échantillonnage de période $T_{ev} = 1 \text{ ms}$)
On admet un retard $T_{ev}/2$ → soit un déphasage $\varphi = (T_{ev}/2) \cdot \omega = 0,0005 \cdot 143 = 0,0715 \text{ rad} = 4^\circ$
- déphasage dû à la constante de temps dominante $\varphi = -\text{ATAN}(0,014 \cdot 143) = 1,1 \text{ rad} = -63,5^\circ$
- déphasage dû à la constante de temps non dominante $\varphi = 89 - 63,5^\circ - 4 = 21,5^\circ = 0,375 \text{ rad}$

D'où la valeur de la constante de temps non dominante : $\tau_2 = \text{tg}(0,375)/\omega = 0,0026 \text{ s}$

On calcule le rapport des amplitudes à cette pulsation particulière

$$\frac{N_1}{S_{r1}} = \frac{\alpha_u}{\sqrt{1+(1+\tau_1 \cdot \omega)^2} \cdot \sqrt{1+(1+\tau_2 \cdot \omega)^2}} = 0,75 \quad \text{valeur vérifiée expérimentalement}$$

☞ L'essai n°3 A la pulsation $\omega = 165 \text{ rad/s}$. La valeur du déphasage relevé : -94° .

Le déphasage dû à la mesure vitesse (échantillonnage de période $T_{ev} = 1 \text{ ms}$)

On admet un retard $T_{ev}/2$ → soit un déphasage $\varphi = (T_{ev}/2) \cdot \omega = 0,0005 \cdot 165 = 0,0825 \text{ rad} = 4,7^\circ$

Si on envisage un modèle d'ordre 2 le déphasage est de -90° à la pulsation particulière notée :

Modèle approché d'ordre 2

$$\frac{N_{T(p)}}{S_{r(p)}} = \frac{\alpha_u}{(1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)}$$

$$\omega = \omega_{90} = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}}$$

On en déduit la constante de temps non dominante $\tau_2 = \frac{1}{\tau_1 \cdot (\omega_{90})^2} = \frac{1}{0,014 \cdot (165)^2} = 0,00066 \text{ s}$

Ce résultat confirme le résultat précédent.

Le rapport entre les deux constantes de temps est de l'ordre de 8, on peut considérer, en première approximation, un régime du premier ordre dominant.

On vérifie le rapport des amplitudes, d'après les prédéterminations:

$$\frac{N_1}{S_{r1}} = \frac{\alpha_u}{\sqrt{1+\tau_1/\tau_2} \cdot \sqrt{1+\tau_2/\tau_1}} = \frac{1,8}{\sqrt{(1+\frac{0,014}{0,0026})(1+\frac{0,0026}{0,014})}} = 0,66 \quad \text{qui est très proche de la valeur mesurée.}$$

☞ L'essai n°4 A la pulsation $\omega = 640 \text{ rad/s}$

La valeur du déphasage est de -180° et le rapport d'amplitude est de 0,24

Cet essai expérimental sera exploité lors du TP 2-6 RVP, Recherche de la juste instabilité.

☞ L'essai n°5 A la pulsation $\omega = 640 \text{ rad/s}$. La valeur du déphasage vaut -180° .

Ce qui est une asymptote pour un système d'ordre 2.

Si on envisage un modèle d'ordre 3 le déphasage est de -180° à la pulsation particulière notée :

Modèle approché d'ordre 3

$$\frac{N_{T(p)}}{S_{r(p)}} = \frac{\alpha_u}{(1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)(1 + \tau_3 \cdot p)}$$

la pulsation particulière notée : $\omega = \omega_{180} = 640 \text{ rad/s}$

Contribution de τ_1 au déphasage : $-\text{ATAN}(\tau_1 \cdot \omega_{180}) = -83,7^\circ$

Contribution de τ_2 au déphasage : $-\text{ATAN}(\tau_2 \cdot \omega_{180}) = -5^\circ$

Contribution de l'échantillonnage mesure vitesse :

$$\frac{T_{ev}}{2} \omega_{180} = 0,32 \text{ rad} = 18,4^\circ$$

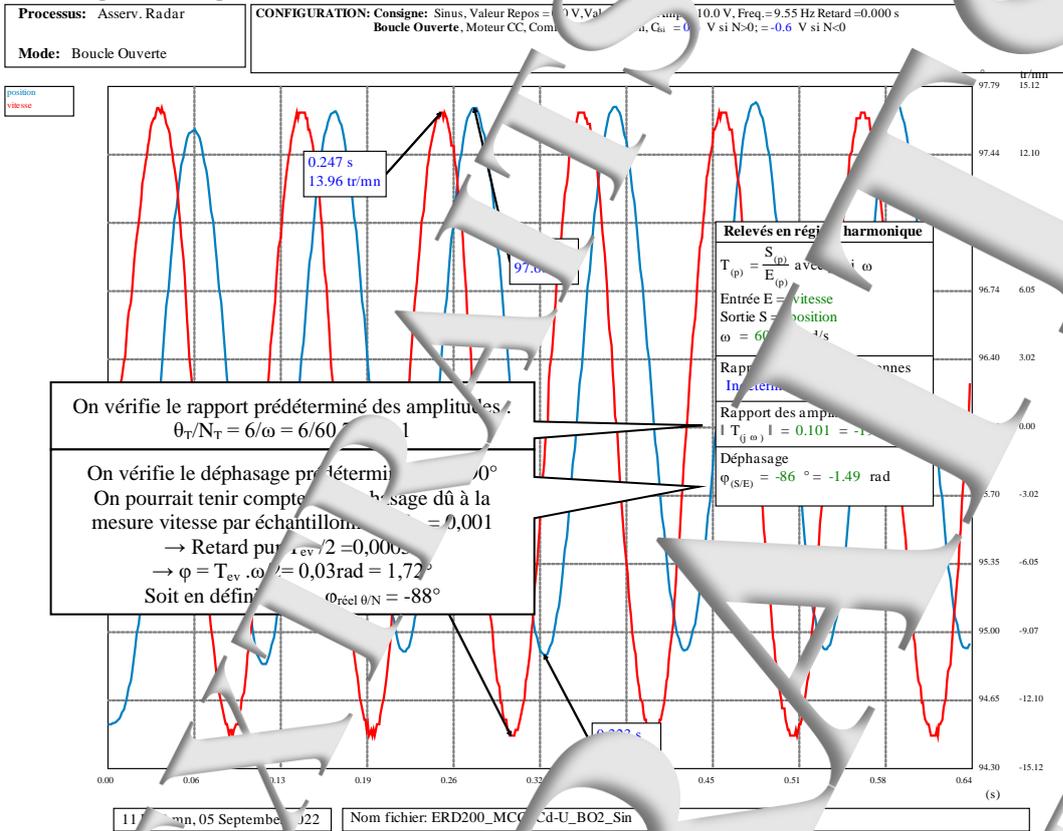
→ Contribution de la constante de temps $\tau_3 = -19^\circ$

On en déduit la constante de temps $\tau_3 = 0,00054 \text{ s}$

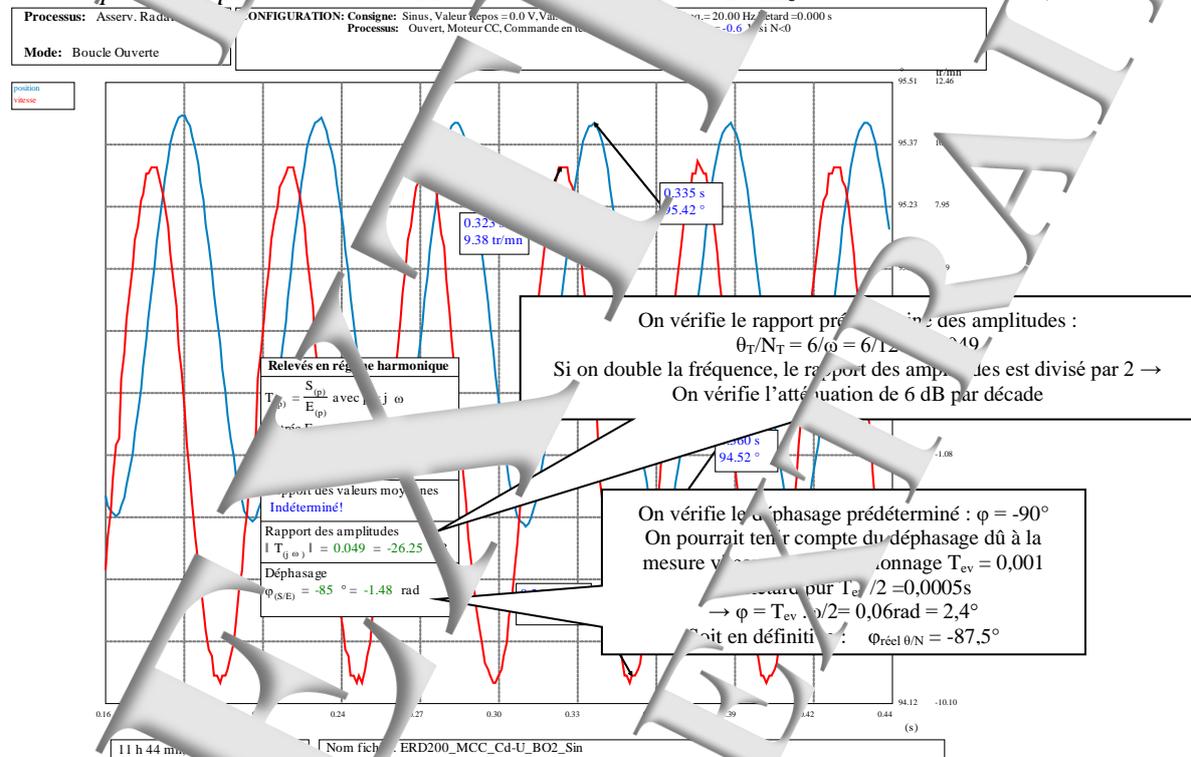
b/ Etude du transfert Position/vitesse (θ_T/N_T)

Conditions des essais $Sr(t) = Sr_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$; $Sr_M = 10V$;

☞ *Pour la pulsation particulière $\omega = 62,5 \text{ rad/s} \rightarrow F = \omega/2\pi = 10 \text{ Hz}$*



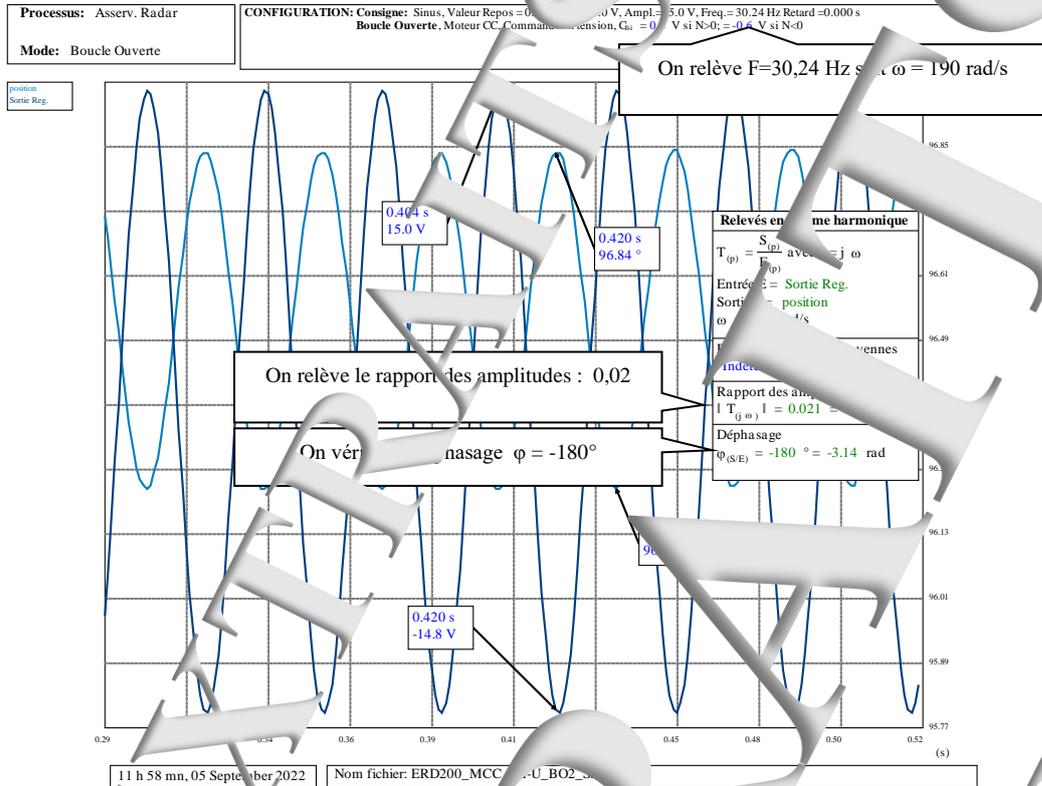
☞ *Pour la pulsation particulière $\omega = 125 \text{ rad/s} \rightarrow F = \omega/2\pi = 20 \text{ Hz}$*



c/ Etude du transfert Position/commande (θ_T/S_r)

Expérimentation

Recherche de la pulsation particulière ω telle que le déphasage soit égal à -180°



Exploitation

On vérifie que le déphasage est bien correcteur $\varphi_{(S/E)} = -180^\circ$

On relève la pulsation pour laquelle le déphasage est égal à $-180^\circ \rightarrow \omega_{180} = 190$ rad/s

On relève le rapport des amplitudes : 0,02

Cet essai permet de prédire le régime de juste instabilité de son boucle par la mesure positive, avec un correcteur à action proportionnelle. Le système devrait être juste instable si on donne au coefficient d'action P. la valeur $1/0,2 = 5$. Dans ces conditions, la pulsation des oscillations continues devrait être proche de 190 rad/s.

Page laissée vierge.

EXTRAITS
EXTRAITS
EXTRAITS

Compte-Rendu
de Travaux Pratiques
sur système radar (ERD200)
Niveau 2 TP n°8

Référence fichier :
TP2-8_ERD200_MCC_Cde-U_RPP_C-R.word

**ETUDE EN BOUCLE FERMEE, EN POSITION AVEC
CORRECTION PROPORTIONNELLE**

Réf: Cde-U_RPP

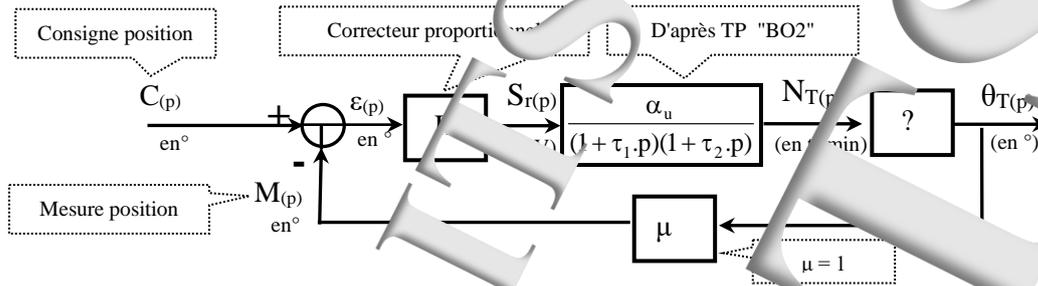
- Avec moteur à courant continu
- Avec interface de puissance de type commande en Tension
- Avec frottements secs compensés

Sommaire

1. Prédéterminations	2
1.1. Fonctions de transfert	2
1.2. Comportement en régime statique	3
1.3. Comportement en régimes dynamiques	3
1.3.1. Régime dominant	3
1.3.2. Réponse dans le cas d'une commande en échelon constant:	3
1.3.3. Comportement en régime établi	5
1.3.4. Comportement en régime de rampe	6
2. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS	7
2.1. Caractérisation en régime statique	7
2.2. Caractérisation en régimes dynamiques	7
2.2.1. Réponse à un échelon constant	7
2.2.2. Comportement en régime sinusoïdal	8
2.2.3. Comportement en rampe limitée	10
2.2.4. Comportement en profil trapézoïdal de vitesse	11
2.2.5. Comportement en balayage et en rampe	11
2.2.6. Comportement en balayage et en profil trapézoïdal de vitesse	12
2.2.7. Influence du coefficient d'action proportionnel	12
2.2.8. Etude de la stabilité	13

1. Prédéterminations

Rappel: Schéma blocs



1.1. Fonctions de transfert

☞ Fonction de transfert $\theta_{(p)}/N_{T(p)}$

On part de la relation $\Omega_{(t)} = \frac{2\pi}{60} N_{(t)}$ or: $\Omega_{(t)} = \frac{d\theta_{rad}}{dt}$ avec Ω en rad/s et θ en rad.

Par transformation de Laplace dans les conditions d'Heaviside: $\Omega_{(p)} = \frac{2\pi}{60} N_{(p)}$ et $\theta_{(p)} = p \cdot \theta_{rad(p)}$

Soit en définitive: $\frac{2\pi}{60} N_{T(p)} = p \cdot \frac{\pi}{180} \theta_{T(p)}$ $\rightarrow \frac{\theta_{T(p)}}{N_{T(p)}} = \frac{6}{p}$

☞ Fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \theta_{(p)}/C_{(p)}$

$$\frac{\theta_{T(p)}}{C_{(p)}} = \frac{6 \cdot K_o \cdot \alpha_u}{p(1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p) + 6 \cdot K_o \cdot \alpha_u \cdot \mu} = \frac{\frac{1}{\mu}}{1 + \frac{1}{6 \cdot K_o \cdot \alpha_u \cdot \mu} p + \frac{\tau_1 + \tau_2}{6 \cdot K_o \cdot \alpha_u \cdot \mu} p^2 + \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{6 \cdot K_o \cdot \alpha_u \cdot \mu} p^3}$$

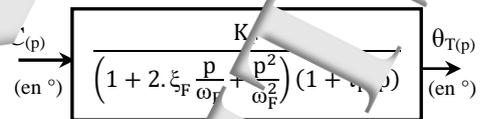
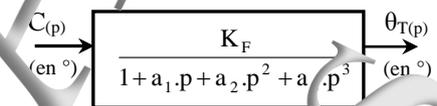
Par identification avec la forme proposée en posant $K_o = 6 \cdot K_o \cdot \alpha_u \cdot \mu$

$$\boxed{K_F = \frac{1}{\mu}} \quad \boxed{a_1 = \frac{1}{K_o}} \quad \boxed{a_2 = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K_o}} \quad \text{et} \quad \boxed{a_3 = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{K_o}}$$

Si on effectue le produit au dénominateur et qu'on identifie on obtient le système d'équations:

Par identification avec la forme proposée:

$$\boxed{\frac{2 \cdot \xi_F}{\omega_F} + \tau_F = \frac{1}{K_o}} \quad \boxed{\frac{2 \cdot \xi_F \cdot \tau_F}{\omega_F} + \frac{1}{\omega_F^2} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K_o}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{\tau_F}{\omega_F^2} = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{K_o}}$$



C'est un système de 3 équations pour déterminer K_o , ω_F , ξ_F et τ_F puisque les constantes de temps τ_1 et τ_2 ont été déterminées en TP "BO2"

On résout le système en choisissant a priori le coefficient d'amortissement.

☞ Pour $\xi_F = 0,5$ le système de trois équations devient

$$(1) \frac{1}{\omega_F} + \tau_F = \frac{1}{K_o} \quad (2) \frac{\tau_F}{\omega_F} + \frac{1}{\omega_F^2} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K_o} \quad \text{et} \quad (3) \frac{\tau_F}{\omega_F^2} = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{K_o}$$

Si on divise la première équation par la deuxième on obtient une équation qui est égale à la deuxième.

On en déduit l'expression:

$$\boxed{\omega_F = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2}}$$

On a ensuite un système de deux équations: (1) $\tau_1 + \tau_2 + \tau_F = \frac{1}{K_o}$ et (2) $(\tau_1 + \tau_2)^2 = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{K_o}$

dont la solution est: $\tau_1 + \tau_2 = \frac{1}{K_o} \left(1 - \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)^2} \right)$ et $\tau_F = \frac{(\tau_1 + \tau_2) \cdot \tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_1 \cdot \tau_2} \approx \tau_2$

D'après les résultats expérimentaux obtenus en TP "BO2":

$$\tau_1 = 0,014 \text{ s} \quad \tau_2 = 0,26 \text{ s} \quad \text{et} \quad \alpha_u = 1,8 \text{ tr}/(\text{min} \cdot V)$$

$$\omega_F = 60,2 \text{ rad/s} \quad K_o = 52,3 \text{ s}^{-1} \quad \text{soit} \quad K_2 = K = \frac{K_o}{6 \cdot \alpha_u \cdot \mu} = 4,84 \quad \text{et} \quad \tau_F \approx 0,0026 \text{ s}$$

☛ **Fonction de transfert de précision $\epsilon(p)/C(p)$**

$$\frac{\epsilon(p)}{C(p)} = \frac{\theta_T(p)}{C(p)} \cdot \frac{\epsilon(p)}{\theta_T(p)} = \frac{1}{1 + K \frac{\alpha_u}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)} \frac{6}{p} \mu} \quad \rightarrow \quad \frac{\epsilon(p)}{C(p)} = \frac{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p) + 6.K \mu}$$

1.2. Comportement en régime statique

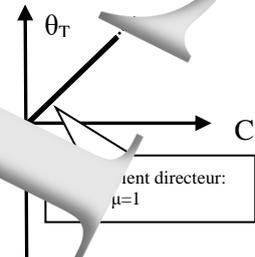
☛ **Coefficient de transfert statique**

Il suffit de faire $p=0$ dans la fonction de transfert:

$$\frac{\theta_T}{C} = K_F = \frac{1}{\mu} = 1$$

Le domaine de validité est imposé par la capacité de comptage du compteur pour signaux en quadrature de phase qui délivre la mesure numérique de position (voir TP "CP")

Pour l'erreur statique: $\epsilon_s = 0$. Le système est donc théoriquement précis statiquement et n'y a pas d'influence de la bande proportionnelle sur la caractéristique de transfert.



1.3. Comportement en régimes dynamiques

1.3.1. Régime dominant

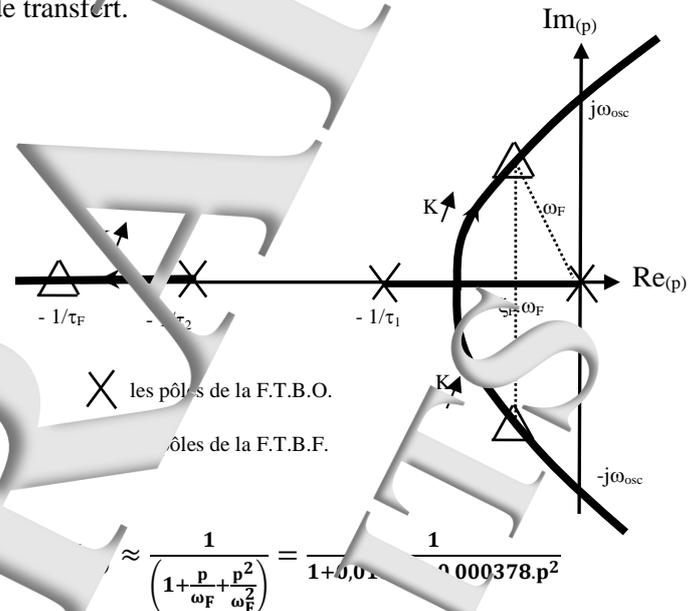
Le comportement en régime dynamique dépend des pôles de sa fonction de transfert. Ces pôles dépendent de la valeur du coefficient d'action proportionnelle K .

D'après le théorème d'Evans (lieux des pôles de $F(p)$ lorsque l'on fait varier K de 0 à ∞), on constate que les 2 pôles complexes conjugués sont dominants par rapport au pôle réel car ils sont situés plus près de l'origine.

Le pôle réel pourra être négligé si l'inégalité $1/\tau_F > 5 * (\xi_F * \omega_F)$ est satisfaite.

Soit, dans notre cas, pour $\xi_F = 0,5$, $1/\tau_F > 2,5 * \omega_F$

D'après l'application numérique, on pourra donc admettre la fonction de transfert en boucle fermée



1.3.2. Réponse dans le cas d'une commande en échelon constant:

$C(t) = A \cdot u(t)$ où $u(t)$ est la fonction existence] $C(p) = \frac{A}{p}$

Soit $\theta_T(p) \approx \frac{A}{p(1+2\xi_F \frac{p}{\omega_F} + \frac{p^2}{\omega_F^2})}$ [$\theta_T(t) \approx \frac{A}{\mu} \left[1 - e^{-\xi_F \omega_F t} \left(\sin(\omega_F \sqrt{1-\xi_F^2} t + \chi) \right) \right]$ avec $\chi = \text{ArcCos}(\xi_F)$]

A condition que le coefficient d'amortissement soit inférieur à 1. La réponse est donc pseudo oscillatoire (oscillations dont l'amplitude diminue avec le temps) avec une pulsation des pseudo oscillations $\omega = \omega_F \sqrt{1-\xi_F^2}$

Domaine de validité:

à $t=0^+$, la mesure vaut 0 (car $\theta_{(t^+)} = 0$) et lorsqu'on applique l'échelon de consigne A, la sortie régulée devient égal à $K.A$. à condition que cette valeur ne dépasse pas la valeur de saturation du régulateur.

$$-Sr_M < K.A < +Sr_M \quad \text{soit} \quad \frac{-Sr_M}{K} < A < \frac{+Sr_M}{K}$$

Or, puisque c'est une commande en tension et que la tension moteur est limitée à U_{max} (tension nominale), il faudra limiter A à la valeur: $A < \frac{24}{4,84} = 5^{\circ}$

Pour $\xi_F = 0,5$

- Temps de réponse à 5%

Sur l'abaque des temps de réponse réduits, on lit: $tr_{5\%} \cdot \omega_F \approx 5 \rightarrow tr_{5\%} \approx \frac{5}{60} = 0,083 \text{ s}$

- Dépassements

Sur l'abaque des dépassements en valeur relative, on lit:

- Premier dépassement: $D_{1r} \approx 0,15 = 15\%$

- Deuxième dépassement: $D_{2r} \approx 0,02$

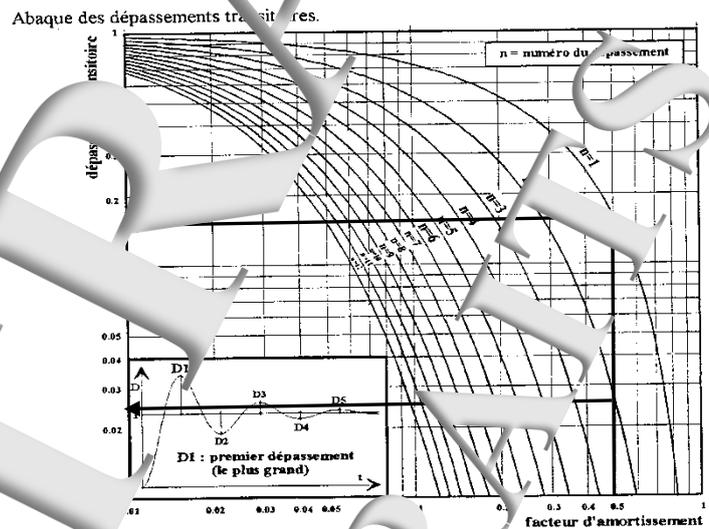
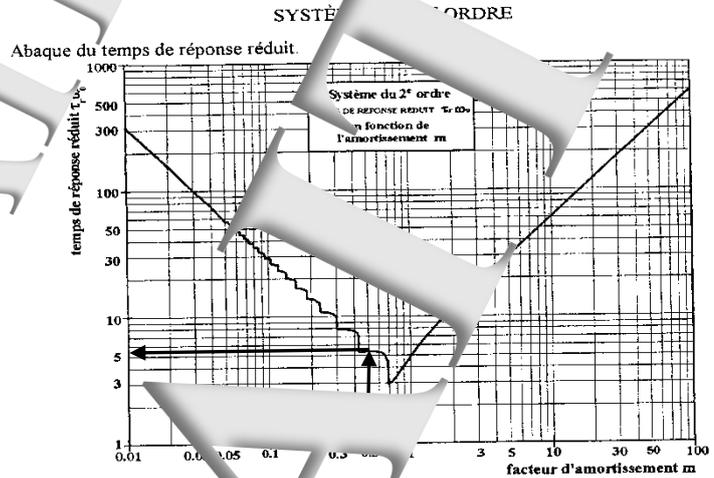
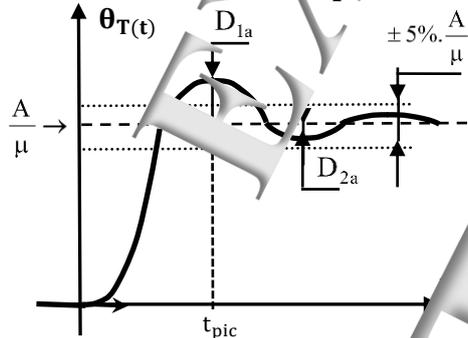
Seul le premier dépassement est supérieur à 5%

On en déduit les dépassements en valeur absolue:

- Premier dépassement: $D_{1a} \approx 0,15(A/\mu)$

- Deuxième dépassement: $D_{2a} \approx 0,025(A/\mu)$

- Allure de la réponse temporelle



L'instant du premier maximum noté t_{pic} est égal à une demi période des oscillations soit :

Etude de la stabilité

Le système étant du troisième ordre, il peut devenir juste instable pour une valeur particulière du coefficient d'action proportionnelle K. Ce risque est confirmé par les lieux d'Evans donnés précédemment; croisement de l'axe imaginaire.

Si le système est juste instable, la fréquence des oscillations entretenues notée ω_{osc} est solution de l'équation:

$$\text{Arg}[FTBO_{(j\omega)}] = -\pi \rightarrow -\frac{\pi}{2} - A \cdot \text{ATAN}(\tau_1 \cdot \omega_{osc}) - A \cdot \text{ATAN}(\tau_2 \cdot \omega_{osc}) = -\pi \rightarrow \omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}}$$

La valeur critique K_c (notée K_c) qui conduit à ce fonctionnement particulier est solution de:

$$\|FTBO_{(j\omega_{osc})}\| = 1 \rightarrow \frac{K_o_c}{\omega_{osc} \sqrt{1+(\tau_1 \cdot \omega_{osc})^2} \sqrt{1+(\tau_2 \cdot \omega_{osc})^2}} = 1 \rightarrow K_o_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_1} \rightarrow K_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_1 \cdot 6 \cdot \alpha_u \cdot \mu}$$

Application numérique: après les résultats obtenus en TP1 ($\tau_1 = 0,014S$; $\tau_2 = 0,0026S$ et $\alpha_u = 1,8$)

$$\omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}} = 165 \text{ rad/s} \quad K_o_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_2} = 456S^{-1} \quad K_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot 6 \cdot \alpha_u \cdot \mu} = 42 \text{ V/}^\circ$$

Evaluation de l'amplitude des oscillations entretenues

Pour que l'amplitude des oscillations soit bien stable, on choisit un coefficient K légèrement supérieur à la valeur critique. Les oscillations sont alors limitées par les valeurs de saturation de Sr. Le signal Sr(t) est donc alternatif sinusoïdal d'amplitude ±24V et de pulsation ωosc. Les amplitudes au niveau de la sortie θ peuvent être calculées à partir de la fonction de transfert θ/Sr :

$$\hat{\theta} = \frac{6 \cdot \alpha_u}{\omega_{osc} \sqrt{1 + (\tau_1 \cdot \omega_{osc})^2} \sqrt{1 + (\tau_2 \cdot \omega_{osc})^2}} \rightarrow \hat{\theta} = \frac{6 \cdot \alpha_u \cdot 24}{\omega_{osc} \sqrt{1 + (\tau_1 \cdot \omega_{osc})^2} \sqrt{1 + (\tau_2 \cdot \omega_{osc})^2}} \rightarrow \hat{\theta} = 0,73^\circ$$

Si on choisit un coefficient K très supérieur à Kc, le signal Sr(t) se déforme de plus en plus pour devenir un signal rectangulaire d'amplitude ±24V.



Le processus se comportant comme un filtre passe bas, la sortie θ restera sinusoïdale et pour le calcul de son amplitude, seul le fondamental de Sr(t) est à prendre en compte.

Amplitude du fondamental de Sr(t) $Sr_1 = \frac{4}{\pi} \cdot 24V$

L'augmentation de l'amplitude des oscillations au niveau de la sortie θ ne sera que de l'ordre de 4/π soit de l'ordre de 30% soit: $\hat{\theta}_{MAX} = \hat{\theta} \cdot \frac{4}{\pi} = 0,73^\circ \cdot \frac{4}{\pi} = 0,93^\circ$

1.3.3. Comportement en régime harmonique établi

Fonction de transfert en régime harmonique établi

On fait p=jω dans la fonction de transfert soit:

$$\frac{\hat{\theta}}{C} = \frac{K_F}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2 + j2\xi_F \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)\right] (1 + j\omega\tau_F)} \rightarrow \frac{\hat{\theta}}{C} = \frac{1/\mu}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2 + j2\xi_F \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)\right] (1 + j\omega\tau_F)}$$

soit le module (rapport des amplitudes)

$$\left\| \frac{\hat{\theta}}{C} \right\| = \frac{K_F}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi_F \frac{\omega}{\omega_F}\right]^2} \sqrt{1 + (\tau_F \cdot \omega)^2}}$$

et le déphasage (déphasage de θ/C)

$$\varphi_{(\theta/C)} = -\text{ATAN} \left(\frac{2\xi_F \frac{\omega}{\omega_F}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_F}\right)^2} \right) - \text{ATAN}(\omega\tau_F)$$

En coordonnées réduites u=ω/ωF et pour ξF=0,5

$$\left\| \frac{\hat{\theta}}{C} \right\| = \frac{K_F}{\sqrt{(1-u^2)^2 + u^2}} \quad \text{et} \quad \varphi_{(\theta/C)} = -\text{ATAN} \left(\frac{u}{1-u^2} \right)$$

Bande passante à -3dB

Pour ξF=0,5

Sachant que 20.log(√2)=3, la bande passante à -3dB est obtenue par la solution de $(1-u^2)^2 + u^2 = 2$

soit en posant x = u² → 1 - 2x + x² + x = 2 → x² - x - 1 = 0 → x = 1,618

→ u = 1,27 → $\omega_{BP} = 1,27 \cdot \omega_F$

Phénomène de résonance

On rappelle que dès que le coefficient d'amortissement ξ est inférieur à 0,707 soit (√2)/2 se produit le phénomène de résonance (le module passe par un maximum).

La pulsation pour laquelle se produit ce maximum (notée ωR) a pour expression: $\omega_R = \omega_F \sqrt{1 - 2\xi^2}$

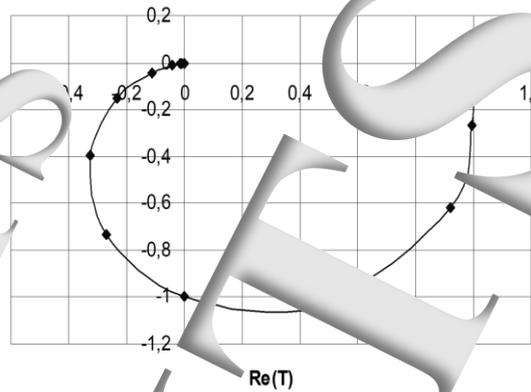
Pour ξ = 0,707 · ωF → Maximum = 1, soit 1,25 dB

Remarque: Pour ξ = 0, le maximum est infini, le système est alors instable.

Lieu de transfert dans le plan de Nyquist

- pour $\xi_F=0,5$:

u	Argument en rad	Module/ K_F
0	0	1
0,05	-0,050	1,0012
0,1	-0,100	1,004
0,5	-0,588	1,1094
0,707	-0,955	1,1547
1	-1,57	1
1,2	-1,920	0,782
1,5	-2,263	0,512
2	-2,551	0,2773
5	-2,934	0,0407
10	-3,039	0,0100
100	-3,13	0,001



On remarque que pour $u=1$ $\omega = \omega_F$ on a un module relatif égal à 1 et un argument égal à -90°

Lieux dans le plan de Bode

Diagramme des modules (rapport des amplitudes)

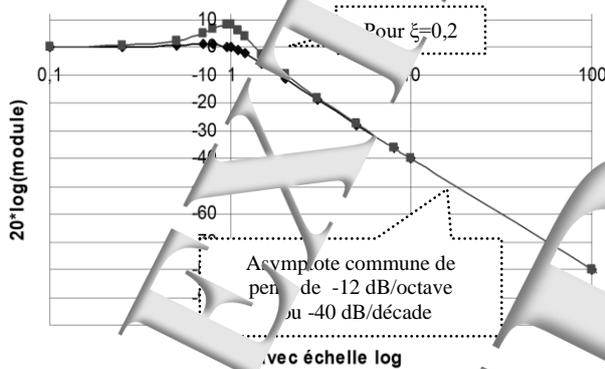
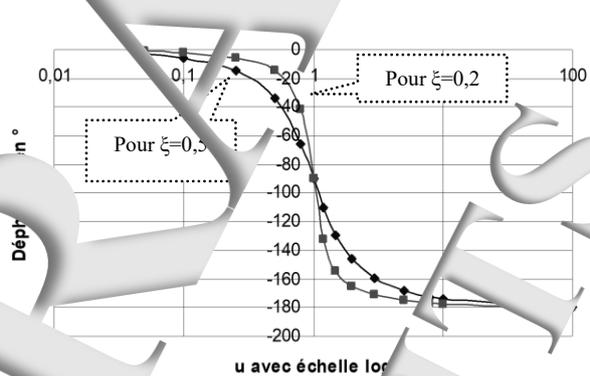


Diagramme des déphasages



Remarques:

Lorsque le coefficient d'amortissement diminue, le maximum du module augmente et la rotation de phase au voisinage de la pulsation propre est plus rapide.

Toutes les courbes des arguments passent par -90° à la pulsation propre (à $u=1$).

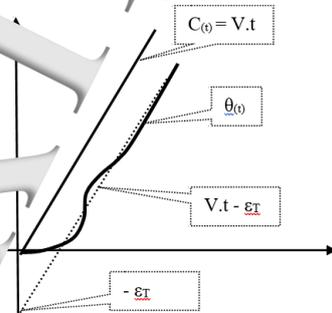
1.3.4. Comportement en régime de rampe

Expression de la réponse

$C(t) = V.t.u(t)$ où u est la fonction existence] $C(p) = \frac{V}{p^2}$

Soit $\theta_{T(p)} = \frac{K_F.V}{p^2(1+2\xi_F\frac{p}{\omega_F} + \frac{p^2}{\omega_F^2})}$ avec $K_F = \frac{1}{\mu} = 1$

Allure de la réponse



Par transformée inverse

$\theta_{T(t)} = \frac{V}{\mu} \left[t - \frac{2\xi_F}{\omega_F} - \frac{1}{\omega_F\sqrt{1-\xi_F^2}} e^{-\xi_F\omega_F t} \left(\sin(\omega_F\sqrt{1-\xi_F^2} t + \chi) \right) \right]$

avec $\chi = \text{ArcCos}(\xi_F)$

Expression de l'erreur en régime

$\epsilon(t) = C(t) - \theta_{T(t)}$ $\epsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} [C(t) - \theta_{T(t)}] = \frac{2\xi_F V}{\omega_F}$

2. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

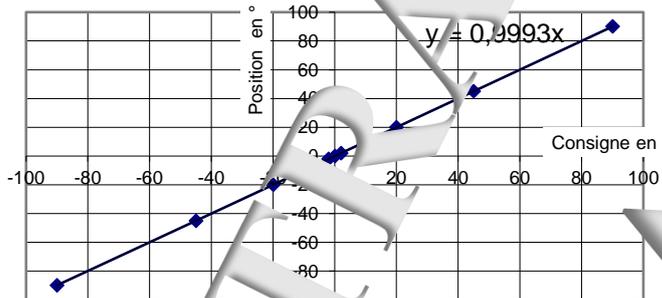
2.1. Caractérisation en régime statique

Relevé de la caractéristique de transfert statique

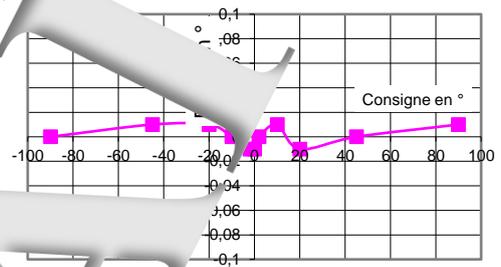
☞ Tableau de mesure et calcul de l'erreur statique notée ϵ_s :

Consigne C en °	-90	-45	-20	0	20	45	90
Position θ_T en °	-90	-45,01	-20,01	0	20,01	45	89,99
Ecart ϵ_s en °	0	0,01	0,01	0	-0,01	0	0,01

☞ Caractéristiques de transfert statique: $\theta_T = f(C)$



☞ Caractéristiques de précision statique: $\epsilon_s = f(C)$



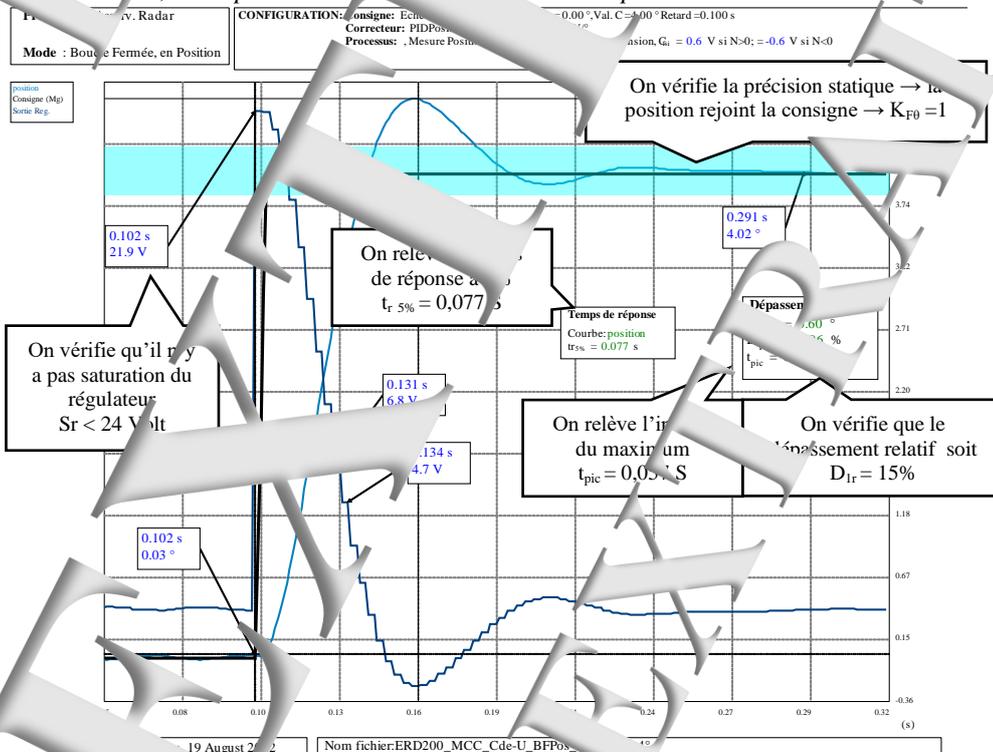
On constate une erreur statique de valeur aléatoire, dans la plage $\pm C_0$. Cette erreur statique est due au frottement sec, qui n'est pas compensé à 100%.

2.2. Caractérisation en régime dynamique

2.2.1. Réponse à un échelon constant

☞ Expérimentation

Pour $K_2 = 5,5 V/°$ pour obtenir une stabilité imposé



Exploitation

Le dépassement voisin de 15% conduit à un coefficient d'amortissement $\xi_F = 0,5$
 La pulsation propre ω_F peut être déduite :

→ de la valeur du paramètre t_{pic} $\omega_F = \frac{\pi}{t_{pic} \cdot \sqrt{1 - 0,057^2}} = \frac{\pi}{0,057 \cdot \sqrt{1 - 0,057^2}} = \frac{3,626}{0,057} = 63 \text{ rad/s}$

→ du temps de réponse à 5% $t_{r5\%}$ $\omega_F = \frac{5}{t_{r5\%} \cdot 0,077} = \frac{5}{0,077} = 65 \text{ rad/s}$

Résultats conformes aux prédéterminations.

On pourrait donc admettre la fonction de transfert approchée

$$F(p) = \frac{\theta_T(p)}{C(p)} = \frac{1}{1 + 2\zeta p + p^2}$$

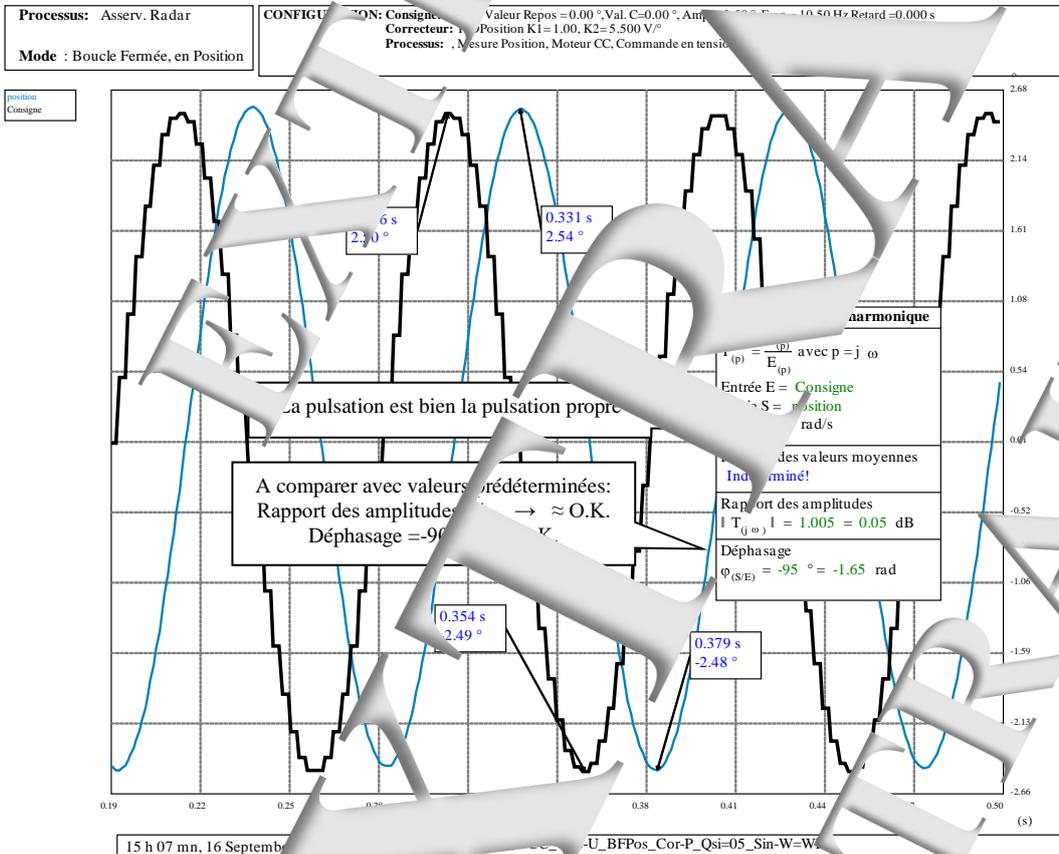
2.2.2. Comportement en régime sinusoïdal

Expérimentations

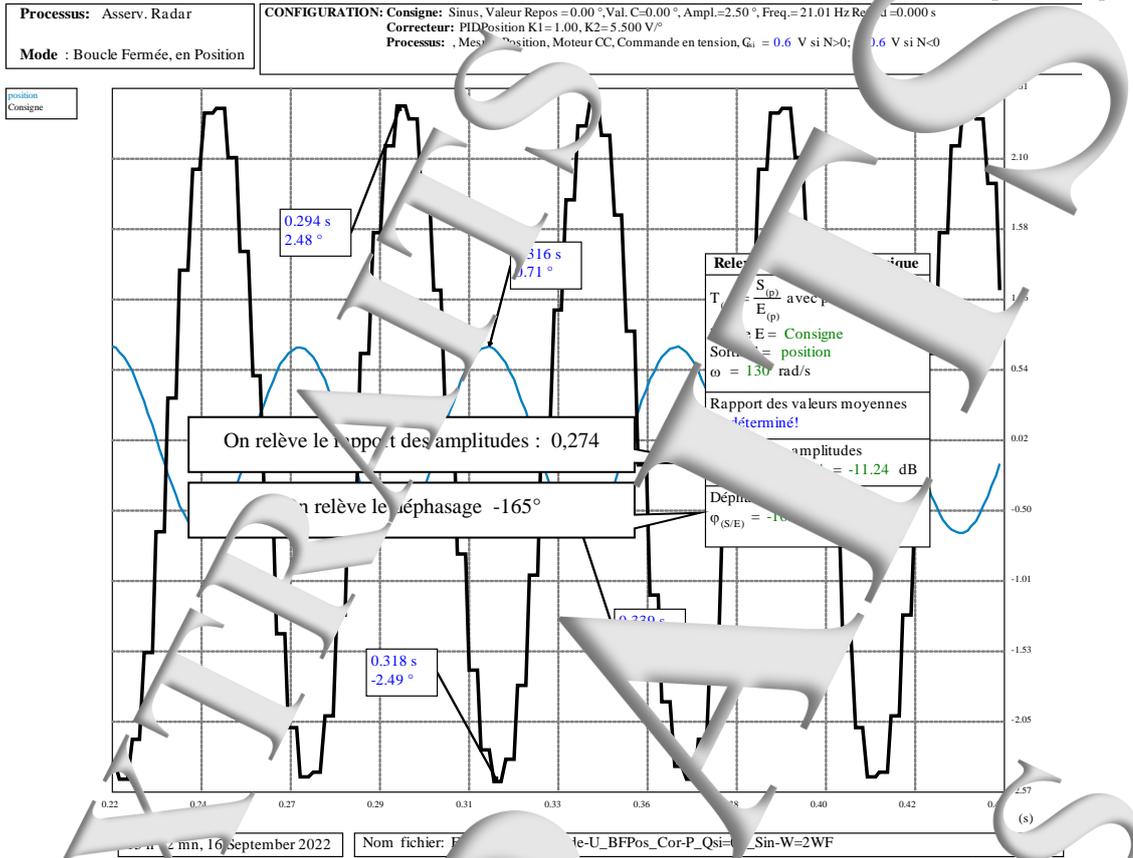
On excite le système par une commande $C_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$

→ Mode commande "Sinus" avec : Valeur $C = C_0 = 0^\circ$ l'angle de consigne moyenne,
 Amplitude $= C_M = 2,5^\circ$ l'amplitude de la composante sinusoïdale,

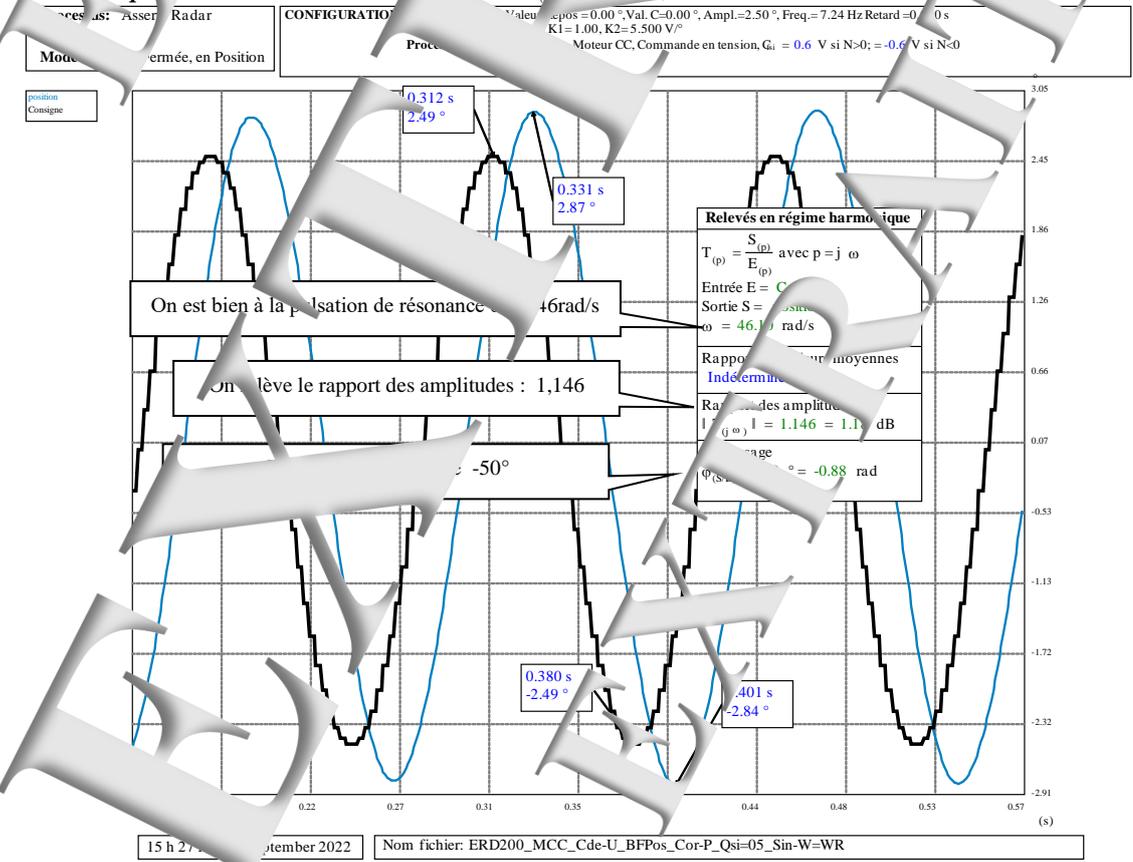
- Essai n°1 A la pulsation propre $\omega = 65 \text{ rad/s}$ → $F = \omega / 2\pi = 10,3 \text{ Hz}$ (A la pulsation propre)



- Essai n°2 Pour $\omega = 2 * \omega_F = 130 \text{ rad/s} \rightarrow F = \omega / 2 * \pi = 20,6 \text{ Hz}$ (Une octave au dessus de la pulsation propre)



- Essai n°3 A la pulsation de résonance $\omega = \omega_F \cdot \sqrt{2} = 7.65 = 46 \text{ rad/s}$



Exploitations

- **Essai n°1** à la pulsation propre $\omega = \omega_F = 65 \text{ rad/s}$

On constate que le déphasage est un peu supérieur à celui prédéterminé. En fait le système est d'ordre 3 et la constante de temps non dominante ($\tau_F \ll \tau_2 = 0,0026\text{s}$) a une petite influence sur le déphasage $\varphi_{du} \text{ à } \tau_F = -\text{ATAN}(\tau_F \cdot \omega) = -17,7^\circ$

- **Essai n°1** à la pulsation double (pour $u=2$) $\omega = 2 \cdot \omega_F = 130 \text{ rad/s}$

D'après les prédéterminations, si $\xi_F=0,5$ le rapport des amplitudes doit valoir 0,273 (quasiment -10 dB), ce qui est vérifié expérimentalement et le déphasage $-2,55 \text{ rad} = -146^\circ$. Or on relève -165°

Comme pour l'essai n°1, on constate que le déphasage est un peu supérieur à celui prédéterminé. En fait le système est d'ordre 3 et la constante de temps non dominante ($\tau_F \ll \tau_2$) a une petite influence sur le déphasage

$$\varphi_{du} \text{ à } \tau_F = -\text{ATAN}(\tau_F \cdot \omega) = -\text{ATAN}(0,0026 \cdot 2 \cdot 65) = -0,326 \text{ rad} = -18,7^\circ$$

Donc : $-146 - 18,7 = -164,7^\circ$ ce qui corroborent le résultat expérimental.

- **Essai n°3** à la pulsation de résonance (pour $u=0,707$) $\omega = 0,707 \cdot \omega_F = 46 \text{ rad/s}$

D'après les prédéterminations, si $\xi_F=0,5$ le rapport des amplitudes doit valoir 1,15 (soit $+1,2 \text{ dB}$), ce qui est vérifié expérimentalement et le déphasage $-0,955 \text{ rad} = -55^\circ$. Or on relève -50°

On pourrait donc compléter la fonction de transfert approchée :

$$F(p) \approx \frac{1}{(1 + \frac{p}{\tau_1} + \frac{p^2}{65^2}) \cdot (1 + 0,0026 \cdot p)}$$

2.2.3. Comportement en rampe limitée

Le système est excité par une consigne d'exp

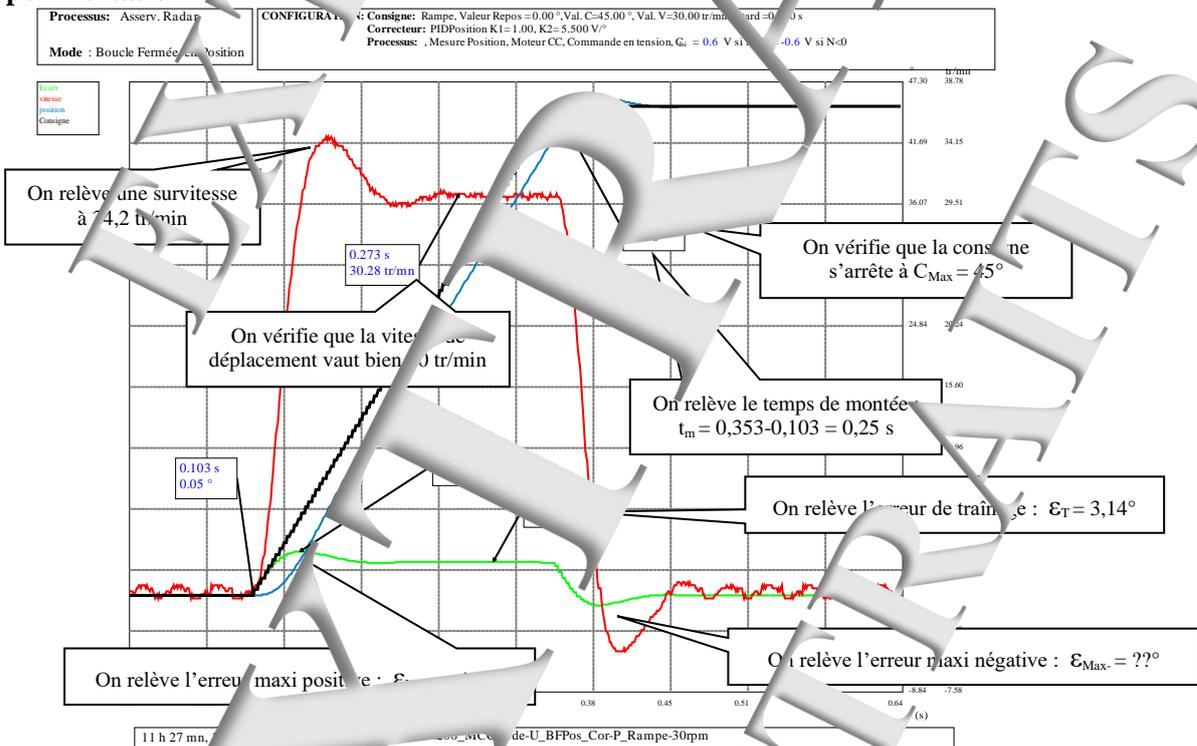
$$C(t) = V \cdot t \cdot u(t) \text{ et on étudie l'évolution de la position } \theta_T$$

Avec $u(t) \rightarrow$ la fonction « existence »

$V = 30 \text{ tr/min} \rightarrow$ la pente de la rampe en fait commande en échelon

Valeur $C = 45^\circ \rightarrow$ Valeur limite C_{Max}

Expérimentation



Exploitation

D'après l'ouvrage cité en référence¹, l'erreur ou écart tend vers une constante appelée « Erreur de traînage » et notée par l'expression $\epsilon_T = \frac{1}{6 \cdot k \cdot \alpha_u} = 30 \cdot \frac{360}{60} \cdot \frac{1}{6,5 \cdot 5,1,8} = 3,14^\circ$ ce qui corrobore le relevé expérimental ($\epsilon_{T \text{ mesuré}} = 3,14^\circ$).

On relève le maximum de l'écart : $\epsilon_{Max} = 4,07^\circ$

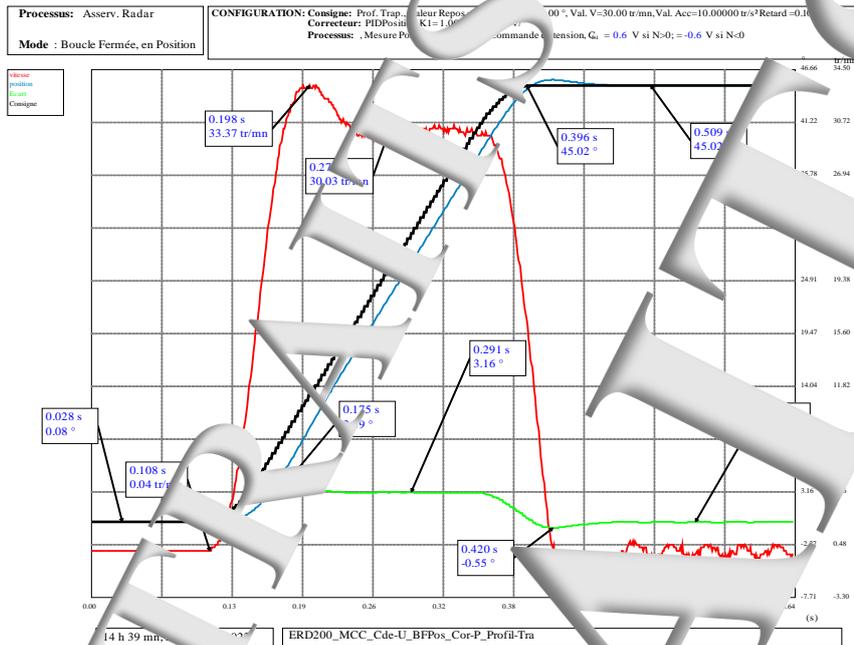
Soit un dépassement de l'écart $= 0,94^\circ$ soit 30%

Le temps de montée à être vérifié par : $\text{vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}} \rightarrow t_n = \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}} = \frac{45}{30 \cdot \frac{360}{60}} = 0,25 \text{ s}$

2.2.4. Comportement en profil trapézoïdal de vitesse

Idem 2.2.3 mais en plus on contrôle l'accélération et la décélération : Valeur A= 10 tr/s² → Valeur Accélération

Expérimentation



Exploitation

Tableau comparatif

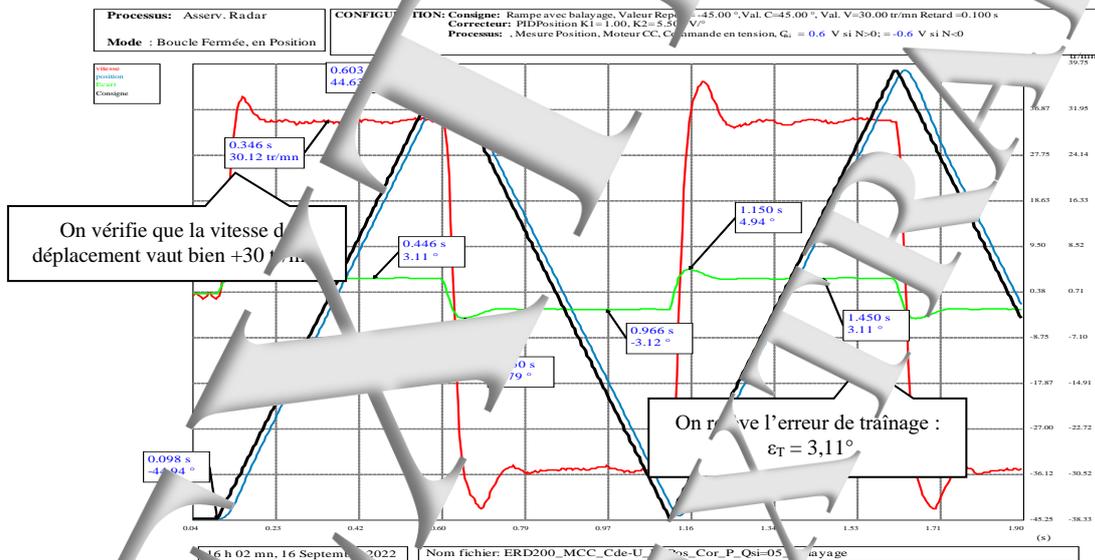
Commande	ε _T	ε _{Max+}	ε _{Max-}	Survitesse	Montée
Commande en profil	3,16°	3,89	-0,55°	37	0,25s

La commande en profil trapézoïdal permet de diminuer les erreurs maximales et la survitesse. Par contre le temps de montée est augmenté. Le contrôle des accélérations diminue les chocs par les transmissions.

2.2.5. Comportement en balayage de vitesse

Le système est excité par une consigne alternative, en rampe.

Expérimentation



Exploitation

D'après la consigne donnée en référence, l'erreur ou écart est d'un tiers une constante appelée « Erreur de traînage »

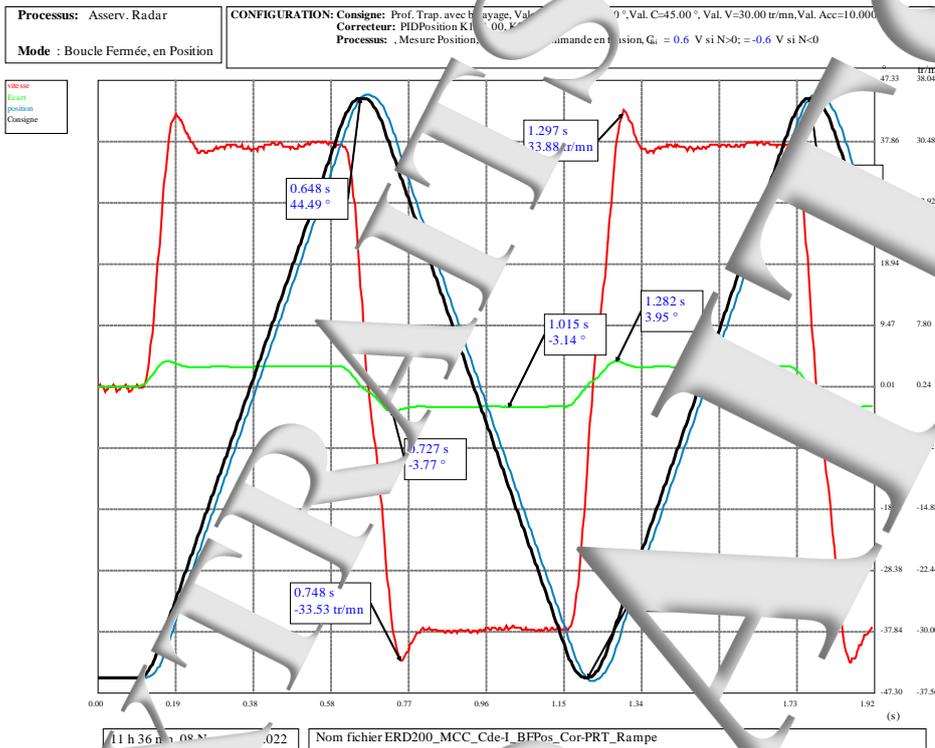
et notée ε_T et d'après la formule $\epsilon_T = V \frac{1}{6.k\alpha_u} = 30 \cdot \frac{360}{60} \cdot \frac{1}{6,5 \cdot 5,1,8}$ qui corrobore le relevé expérimental.

L'erreur de positionnement par rapport à la consigne ne dépasse pas 5°.

2.2.6. Comportement en balayage et en profil trapézoïdal de vitesse

Le système est excité par une consigne alternative, en profil.

Expérimentation



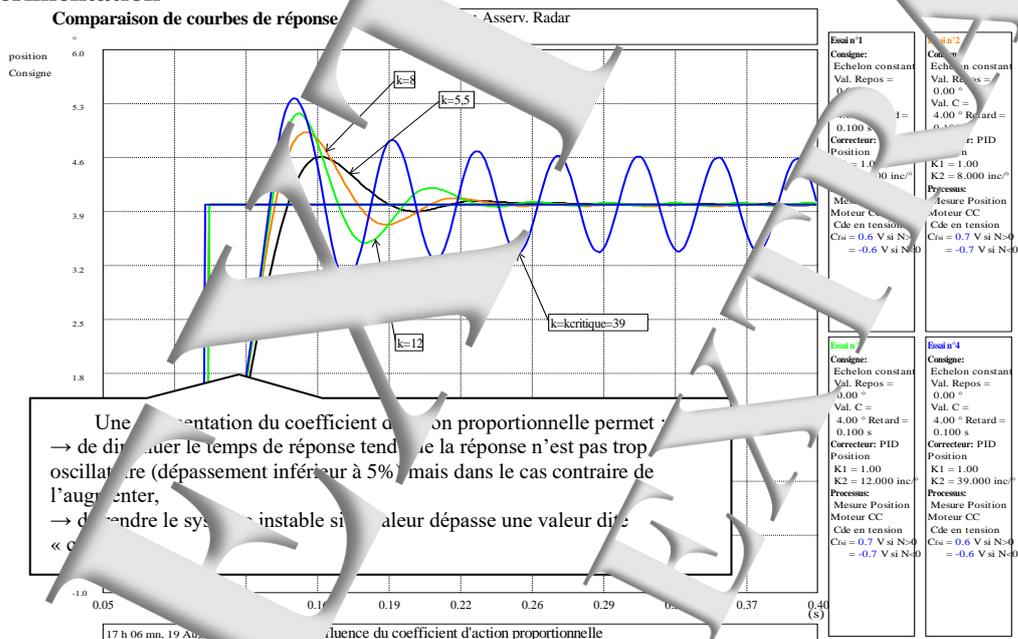
Exploitation

Tableau comparatif

Commande	Temps	ϵ_{Max}	ϵ_{Min}	Survite	Survite	Temps
Commande 1	3,1	4,94°	-4,79°	32tr/min	-13,7tr/min	1 s
Commande 2	3,7	3,75	-3,77°	33tr/min	-33,53tr/min	1,11 s

2.2.7. Influence de la valeur du coefficient d'action proportionnelle

Expérimentation



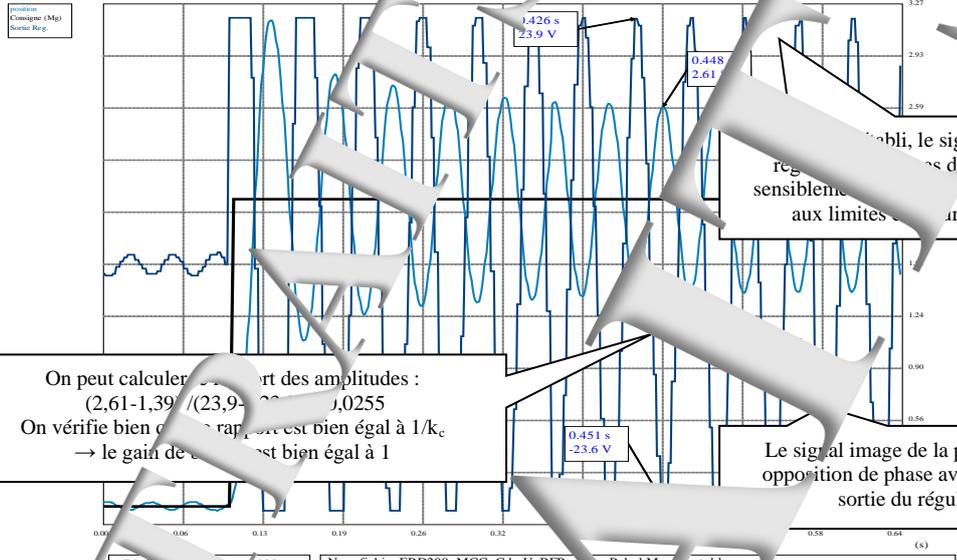
2.2.8. Etude de la stabilité

Recherche de la juste instabilité :

Expérimentation

On relève la valeur du coefficient d'action proportionnelle critique : $k_{critique} = k_c = 39,5$

Processus: Asserv. Radar
 CONFIGURATION: Consigne: Echelon constant, Valeur Repos = 0.00°, Val. C = 2.00° Retard = 0.100 s
 Correcteur: PIDPosition K1=1.00, K2=39.500 V/
 Mode : Boucle Fermée, en Position

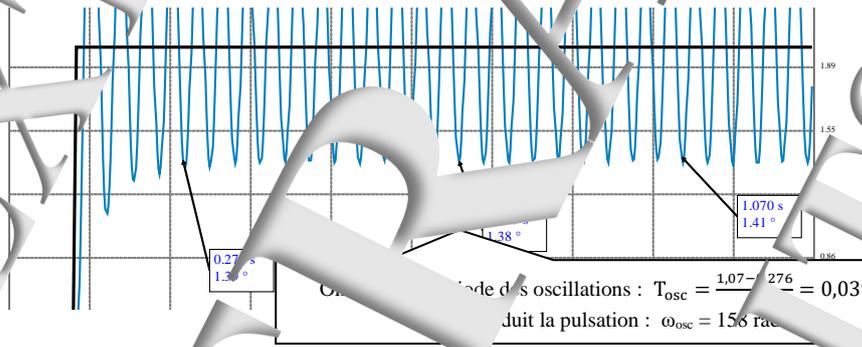


Le signal de sortie du régulateur est déformé. Il reste sensiblement constant et reste cantonné aux limites de régulation +/- 24V

On peut calculer le rapport des amplitudes : $(2,61 - 1,39) / (23,9 - (-23,9)) = 0,0255$
On vérifie bien que ce rapport est bien égal à $1/k_c$
→ le gain de k_c est bien égal à 1

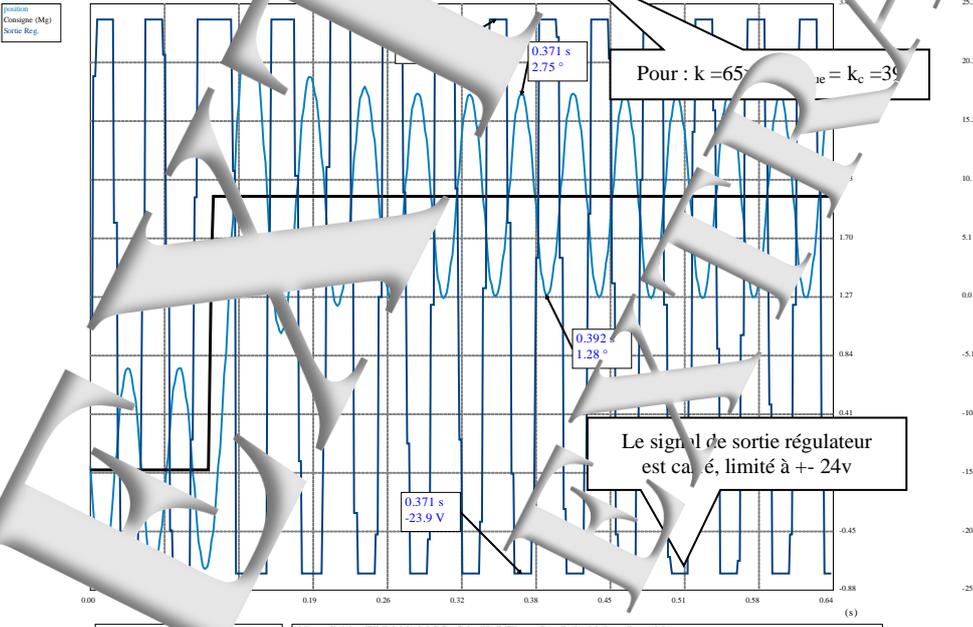
Le signal image de la position est en opposition de phase avec le signal de sortie du régulateur

Nom fichier: ERD200_MCC_Cde-U_BFPos_Cor-P_k=kMax_Instable



On relève la période des oscillations : $T_{osc} = \frac{1,07 - 0,276}{2} = 0,0397$ s
ce qui conduit la pulsation : $\omega_{osc} = 156$ rad/s

Processus: Asserv. Radar
 CONFIGURATION: Consigne: Echelon constant, Valeur Repos = 0.00°, Val. C = 2.00° Retard = 0.100 s
 Correcteur: PIDPosition K1=1.00, K2=65.000 V/
 Mode : Boucle Fermée, en Position



Pour : $k = 65$ on a $k_c = 39,5$

Le signal de sortie régulateur est limité, limité à +/- 24v

Nom fichier: ERD200_MCC_Cde-U_BFPos_Cor-P_k=kMax_Instable

☛ **Exploitation**

Si on compare les résultats expérimentaux aux prédéterminations, on avait obtenu :

$$\omega_{osc} = 165 \text{ rad/s} \text{ et } k_c = 42$$

Dans les prédéterminations, on n'a pas tenu compte que le régulateur est de type « I » (synthétisé par la carte à micro-processeur)

On peut configurer ou connaître la période d'échantillonnage de la fonction de commande :

‘Cliquer ‘ sur « Configurer » puis « Echantillonnage... » puis « Régulateur externe » $T_e = 3 \text{ ms}$

Cette opération d'échantillonnage est déstabilisante car elle crée un retard pur évalué à $T_e/2$

Qui crée un déphasage : $\varphi = -(T_e/2) \cdot \omega$

Le calcul de la pulsation des oscillations, notée ω_{osc} est solution de la condition de stabilité, soit

l'équation : $\text{Arg}(O_{(j\omega)}) = -\pi/2 - \text{Atan}(\tau_1 \cdot \omega_{osc}) - \text{Atan}(\tau_2 \cdot \omega_{osc}) - (T_e/2) \cdot \omega_{osc} = -\pi \rightarrow \text{Solution } \omega_{osc} = 165 \text{ rad/s}$

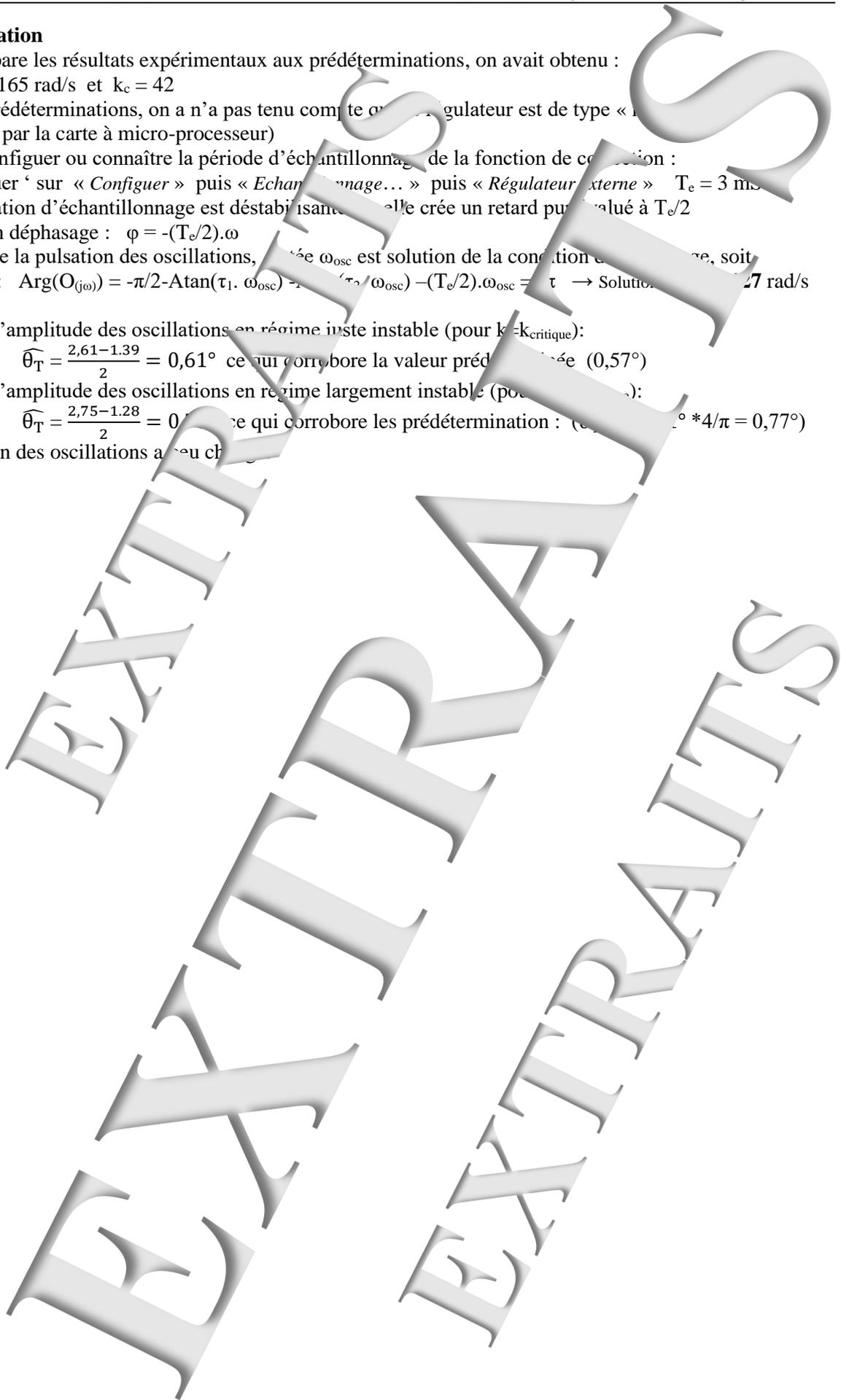
On relève l'amplitude des oscillations en régime juste instable (pour $k = k_{critique}$):

$$\widehat{\theta}_T = \frac{2,61 - 1,39}{2} = 0,61^\circ \text{ ce qui corrobore la valeur prédéterminée } (0,57^\circ)$$

On relève l'amplitude des oscillations en régime largement instable (pour $k = 42$):

$$\widehat{\theta}_T = \frac{2,75 - 1,28}{2} = 0,735^\circ \text{ ce qui corrobore les prédétermination : } (0,77^\circ * 4/\pi = 0,77^\circ)$$

La pulsation des oscillations a peu changé



RESSOURCES

Ouvrage

Automatique : régulations et asservissements :
Cours - Applications - Expérimentations - Prototypages
(Coll. Automatique et productive)

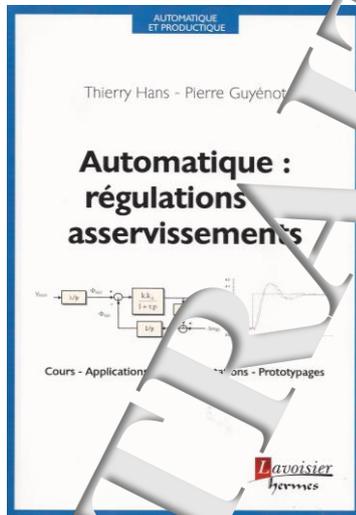
Auteurs : HANS Thierry, GUYÉNOT Pierre

Langue : Français

Date de parution : 06-2014

Ouvrage 305 p. - 16,4x24 cm - Broché

ISBN : 9782746246317



Sommaire

Éléments de cours	
Exercices d'applications énoncés – solutions	
1. INTRODUCTION	
1.1. GÉNÉRALITÉS	
1.2. CLASSIFICATIONS	
1.3. CARACTÉRISATION DU COMPORTEMENT	
1.4. MÉTHODOLOGIE ET OUTILS	
2. LA TRANSFORMATION DE LAPLACE	19
2.1. DÉFINITION	19
2.2. PROPRIÉTÉS	19
2.3. THÉORÈMES FONDAMENTAUX	20
2.4. EXERCICES D'APPLICATION	21
3. FONCTIONS DE TRANSFERT ET SCHEMA-BLOCS	25
3.1. DÉFINITIONS	25
3.2. FONCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE FERMÉE	27
3.3. REPRÉSENTATIONS «A RETOUR UNITAIRE»	27
3.4. INFLUENCE DU BOUCLAGE	28
3.5. SYSTÈME FERRURE	
3.6. EXERCICE 3-1: COMMANDE EN COUPLE D'UN MÉCANISME J.F.	
3.7. EXERCICE 3-2: COMMANDE EN VITESSE D'UN MÉCANISME J.F.	
4. GÉNÉRALITÉS SUR LES RÉGIMES DYNAMIQUES	
4.1. INTRODUCTION	35
4.2. PRISE EN COMPTE DES CONDITIONS INITIALES	35
4.3. ÉTUDES DE RÉGIMES TRANSITOIRES TYPIQUES	36
4.4. RÉGIME DYNAMIQUE ÉTABLI: RÉGIME HARMONIQUE	37
4.5. EXERCICE 4 : RÉGIMES TRANSITOIRES SUR MÉCANISME J.F.	39
5. SYSTÈMES DU PREMIER ORDRE	43
5.1. DÉFINITIONS	43
5.2. FONCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE FERMÉE A RETOUR UNITAIRE	43
5.3. COMPORTEMENT EN RÉGIME STATIQUE	44
5.4. RÉPONSE A UNE ENTRÉE EN ESCHELON CONSTANT	44
5.5. RÉPONSE A UNE ENTRÉE EN RAMPE	
5.6. RÉPONSE A UNE ENTRÉE SINUSOÏDALE	
5.7. EXERCICE 5-1: IDENTIFICATION EXPÉRIMENTALE D'UN SERVOMÉCANISME	
5.8. EXERCICE 5-2: RÉGULATION DE LA TEMPÉRATURE D'UN FOUR	35
6. SYSTÈMES DU DEUXIÈME ORDRE	59
6.1. DÉFINITIONS	59
6.2. FONCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE FERMÉE A RETOUR UNITAIRE	59
6.3. COMPORTEMENT EN RÉGIME STATIQUE	60
6.4. RÉPONSE A UNE ENTRÉE EN ESCHELON CONSTANT	60
6.5. RÉPONSE A UNE ENTRÉE EN RAMPE	67
6.6. RÉPONSE A UNE ENTRÉE SINUSOÏDALE	67
6.7. EXERCICE 6 : RÉGULATION EN TEMPÉRATURE D'UN LOCAL	72
7. SYSTÈMES DU PREMIER ORDRE AVEC INTÉGRATION	75
7.1. DÉFINITIONS	75
7.2. FONCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE FERMÉE A RETOUR UNITAIRE	75
7.3. COMPORTEMENT EN RÉGIME STATIQUE	76
7.4. RÉPONSE A UNE ENTRÉE EN ESCHELON CONSTANT	76
7.5. RÉPONSE A UNE ENTRÉE SINUSOÏDALE	77
7.6. EXERCICE 7: ASSERVISSEMENT EN POSITION 1	79

8. LIEUX D'EVANS ET REGIMES DYNAMIQUES	81
8.1. DÉFINITIONS ET GÉNÉRALITÉS	81
8.2. LIEUX D'EVANS	81
8.3. RÉGIMES DOMINANTS	84
8.4. EXERCICE 8: ASSERVISSEMENT EN POSITION 2	87
9. PRÉCISION D'UN S.A.L.C.	91
INTRODUCTION	91
9.1. EXPRESSIONS GÉNÉRALES	91
9.2. PRÉCISION EN POSITION	91
9.3. PRÉCISION EN VITESSE	92
9.4. PRÉCISION EN ACCÉLÉRATION	93
9.5. PRÉCISION EN DÉBIT D'AIR	94
9.6. EXERCICE 9: ASSERVISSEMENT EN POSITION 3	96
10. STABILITÉ D'UN S.A.L.C.	99
10.1. ÉTUDE A PARTIR D'UN LA.F.T.B.O.	99
10.2. ÉTUDE A PARTIR D'UN LA.F.T.B.P.	103
10.3. EXERCICE 10-1: STABILITÉ D'UN SYSTÈME DU 1 ^{er} ORDRE AVEC INTÉGRATION	106
10.4. EXERCICE 10-2: STABILITÉ D'UN SYSTÈME DU 2 ^{er} ORDRE AVEC INTÉGRATION	107
11. CORRECTION PROPORTIONNELLE INTÉGRALE DÉRIVÉE (P.I.D.)	109
11.1. EXPRESSIONS GÉNÉRALES	109
11.2. INFLUENCE SUR LE COMPORTEMENT EN BF D'UN CORRECTEUR P	110
11.3. COMPORTEMENT ET INFLUENCE D'UN CORRECTEUR I. (INTEGRAL)	111
11.4. COMPORTEMENT ET INFLUENCE D'UN CORRECTEUR D. (DÉRIVÉE)	112
11.5. COMPORTEMENT ET INFLUENCE D'UN CORRECTEUR P.D.	116
11.6. COMPORTEMENT ET INFLUENCE D'UN CORRECTEUR P.I.D.	118
11.7. EXERCICE 11: CORRECTION P.I.D. D'UN SERVOMÉCANISME	121
11.8. EXERCICE 11: CORRECTION P.I.D. D'UN SERVOMÉCANISME	123
12. LES MÉTHODES DE CORRECTION DES S.A.L.C.	133
12.1. APPROCHES GÉNÉRALES	133
12.2. APPROCHES GÉNÉRALES DE LA F.T.B.P.	134
12.3. APPROCHES GÉNÉRALES DE LA F.T.B.O.	134
12.4. APPROCHES GÉNÉRALES DE LA F.T.B.P. ET DE LA F.T.B.O.	139
12.5. APPROCHES GÉNÉRALES DE LA F.T.B.P. ET DE LA F.T.B.O. AVEC INTÉGRATION	144
13. RÉALISATIONS PRATIQUES DE CORRECTEURS	147
13.1. STRUCTURE DE CORRECTEURS P.I.D. DANS LE DOMAINE «CONTINU»	147
13.2. MÉTHODES DE CORRECTION DANS LE DOMAINE «DIGRETS»	148
13.3. MÉTHODES D'INTERFACES AVEC LE PROCESSUS	154
13.4. EXERCICE 13: RÉGULATEUR NUMÉRIQUE A «TRAIN D'ONDES»	156
14. POINTS DE PHASE	161
14.1. FONCTION DE TRANSFERT	161
14.2. FONCTION DE TRANSFERT ET SCHEMA-BLOCS	161
14.3. EXERCICE 14: DÉMODULATEUR F.M.	164
15. SYSTÈMES A RETARD PUR OU «A TEMPS MORT»	169
15.1. COMPORTEMENT ET MODÉLISATION EN BO	169
15.2. COMPORTEMENT ET MODÉLISATION EN BF	171
15.3. CORRECTION AVEC COMPENSATION DU TEMPS MORT	174
15.4. EXERCICE 15-1: ASSERVISSEMENT DE COURANT DANS UN INDUCTEUR	175
15.5. EXERCICE 15-2: ÉTUDE D'UNE RÉGULATION DE NIVEAU D'EAU	180
16. SYNTHÈSE PAR PROTOTYPAGE RAPIDE	187
16.1. MÉTHODOLOGIE ET OUTILS	187
EXERCICE 16: PROTOTYPAGE D'UNE RÉGULATION DE DÉBIT D'AIR	189
17. ASSERVISSEMENTS SUR UN SCHEMA-BLOCS	199
BUT ET DESCRIPTION FONCTIONNELLE DU SYSTÈME	199
ÉNONCÉ	201
SOLUTION	202
18. RÉGULATION DE LA TEMPÉRATURE DE RECUIT	211
BUT ET DESCRIPTION FONCTIONNELLE DU SYSTÈME	211
ÉNONCÉ	213
SOLUTION	214
19. ÉTUDE D'UN SYSTÈME	217
BUT ET DESCRIPTION FONCTIONNELLE DU SYSTÈME	217
ÉNONCÉ	218
SOLUTION	220
20. ÉTUDE D'ASSERVISSEMENT POUR 'FOLDER'	225
BUT ET DESCRIPTION FONCTIONNELLE DU SYSTÈME	225
20.1. ASSERVISSEMENT EN VITESSE DU MOULIN TRACTEUR	227
ÉNONCÉ	229
SOLUTION	231
20.2. ASSERVISSEMENT EN POSITION D'UN BALANÇON	235
ÉNONCÉ	236
SOLUTION	237
ANNEXES	241
1- TABLEAUX DE TRANSFERTS DES SYSTÈMES DU DEUXIÈME ORDRE	241
2- TABLES DE TRANSFERTS DES DE LA PLACE	245
INDEX	249
GLOSSAIRE	253



Didacticiel gratuit « D_CCA_Eval »

Objet

Le logiciel « D_CCA » permet le **Contrôle** et la **Commande** d'Applications développées par la société **Didalab** dans le domaine des régulations et asservissements.

Le logiciel « D_CCA_Eval » a deux objectifs :

- ↳ Evaluer les possibilités du logiciel « D_CCA » par des exploitations d'enregistrements d'essais expérimentaux, préalablement effectués sur les applications « Didalab » et ce, sans avoir à développer des prototypes.
- ↳ reproduire les exploitations des essais expérimentaux et de prototypes des développées dans l'ouvrage « **Automatique : régulations et asservissement** » écrit par T. H. Guyénot, ouvrage édités aux éditions « **Lavoisier** ».

Téléchargement :

www.didalab.fr/

A partir du site :

DIDALAB : Matériels Didactiques, Enseignement Technique et

Dans le menu « LE CATALOGUE GENERAL » Cliquer' sur « GENIE ELECTRIQUE » puis sur « Automatique » et enfin sur l'icône de téléchargement :

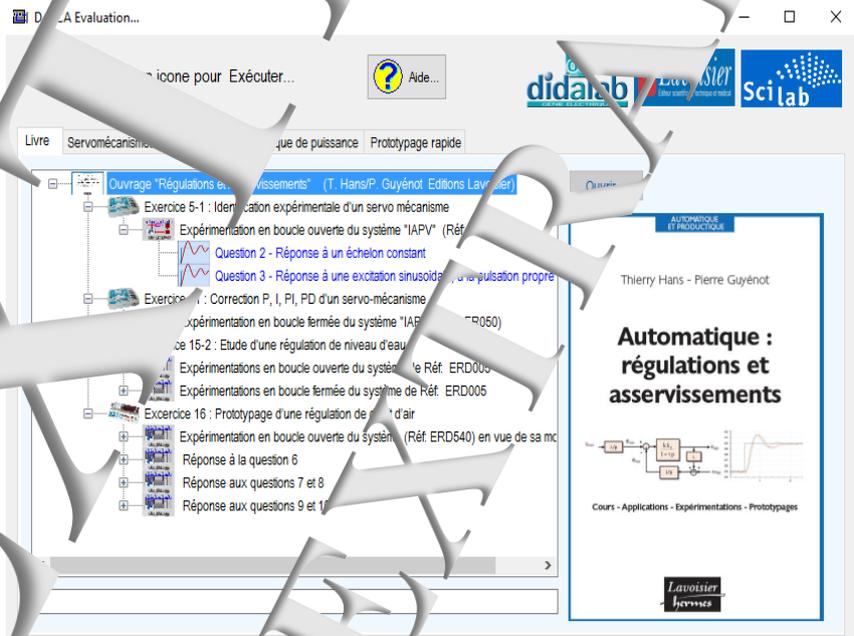


Une version d'évaluation gratuite du logiciel « D_CCA » qui permet de contrôler et commander dans le domaine de l'Automatique est téléchargeable sur notre site. Elle vous permet d'ouvrir tout le potentiel pédagogique de D_CCA.

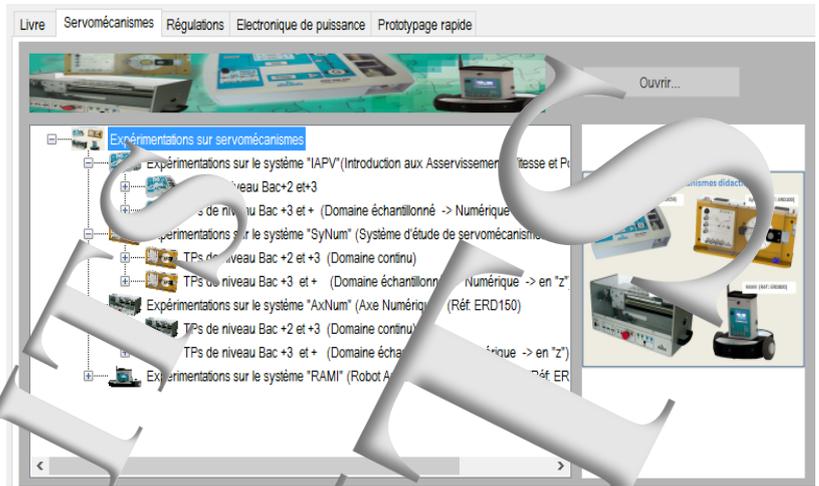
Présentation :



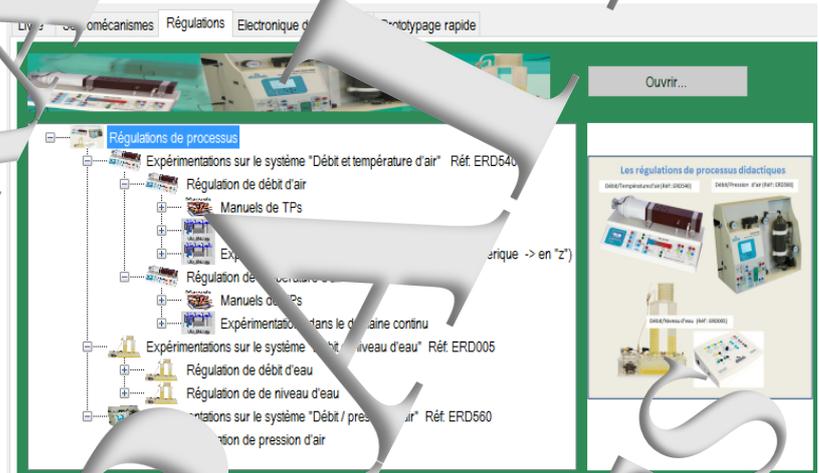
→ Le menu « Livre »



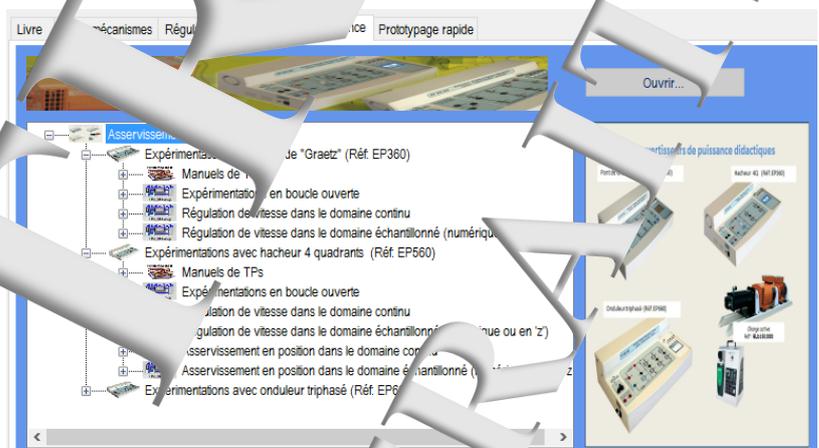
→ Le menu « Servomécanismes »



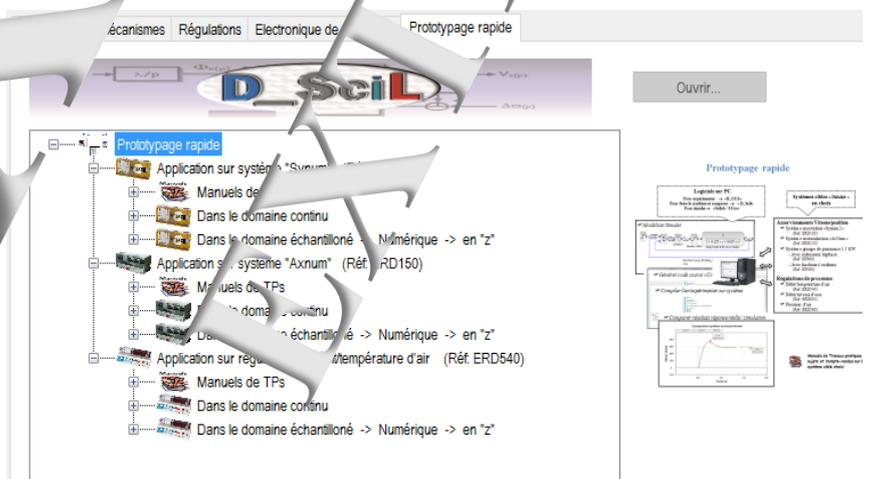
→ Le menu « Régulations »



→ Le menu « Elec de puissance »



→ Le menu « Prototypage rapide »






didalab
GÉNIE ÉLECTRIQUE



didalab
17 A. de la Clef Saint-Pierre
du Groupe Manoukian
78990 ELANCOURT
FRANCE



(33) 1 30 66 08 88
Du lundi au vendredi
de 9h à 12h30
et de 14h à 18h



Fax: (33)1 30 66 72 20



www.didalab.fr
E-mail: didalab@didalab.fr