

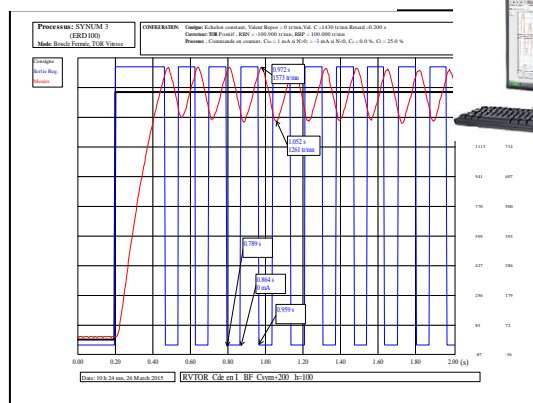
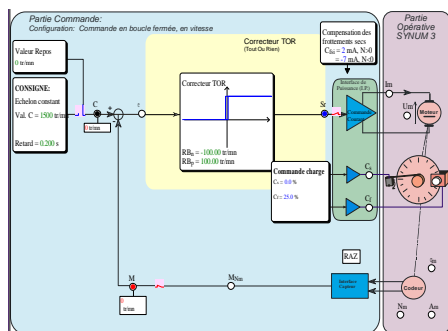
Manuel de Travaux pratiques sur

SYSTEME "SyNum3"

Dans le domaine non linéaire

Niveau :	CITE 2
Licence et Ingénieurs	6
Master ou équivalent	7

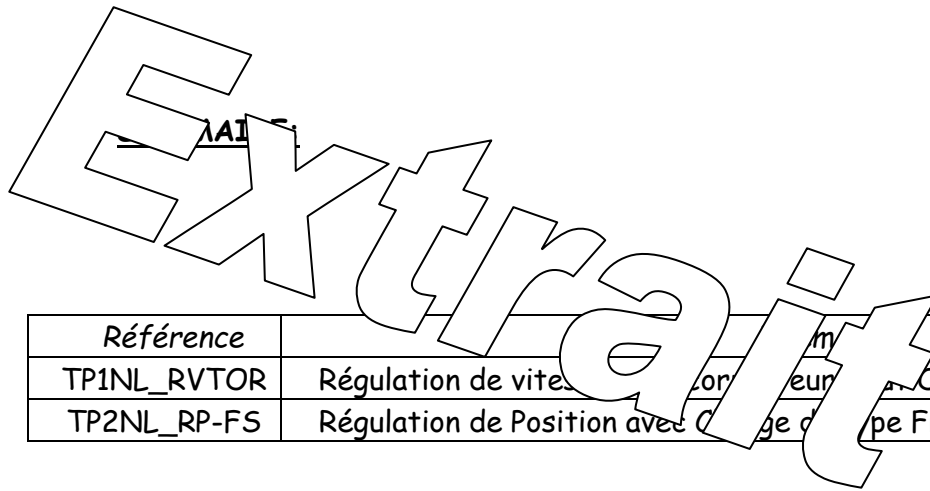
La cible
» Réf : ERD100



Logiciels sur PC
«D_Syn» Réf: ERD100 100
Options :
«D_Scil» Réf: ERD100 800
«Compilateur»
«Scilab/XCos»

- COMPTE-RENDUS -

Extrait



Référence		Page
TP1NL_RVTOR	Régulation de vitesse pour moteur à Ou Rien	5
TP2NL_RP-FS	Régulation de Position avec Compensateur de type Frottement Sec	13



Notice technique

ERD 100 010 Notice technique

Manuels de Travaux pratiques sujets et Compte-rendus

⚡ Dans le domaine linéaire continu

Niveau CITE 4-5 (STS; IUT; CPGE)

ERD 100 050 Manuel Sujets (12 sujets 78 pages)

ERD 100 040 Manuels Compte-rendus en 2 Tomes

ERD 100 040-1 Tome 1 Manuel Compte-rendus TP1 à TP6 (78 pages)

ERD 100 040-2 Tome 2 Manuel Compte-rendus TP7 à TP12 (74 pages)

⚡ Dans le domaine échantillonné (numérique, discret)

Niveau CITE 6-7 (Licence Ingénieur Master)

ERD 100 070 Manuel Sujets (7 sujets 96 pages)

ERD 100 060 Manuel Compte-rendus (90 pages)

⚡ Dans le domaine non linéaire

Niveau CITE 6-7 (Licence Ingénieur Master)

ERD 100 090 Manuel Sujets (2 sujets 20 pages)

ERD 100 080 Manuel Compte-rendus (20 pages)

Ce manuel fait partie d'un ensemble de documents pédagogiques de références :

Page vierge

Extrait

Type document:	Compte rendu de travaux pratiques
Thème :	Régulation de Position avec Frottements Secs
Configuration du système :	Maquette "SYNUM3" + Logiciel D_Syn
Référence :	2NL-RP-FS
Nom de fichier:	SYNUM3-RP-FS_Co-Compte-Rendu.doc

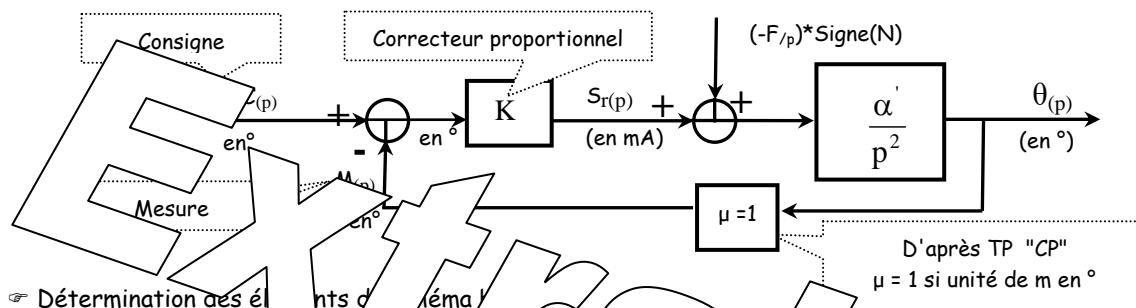
Sommaire:

1. PREDETERMINATIONS	2
1.1. Modélisation	2
1.2. Réponse à un échelon constant en BF	4
2. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS	7
2.1. Etude en boucle ouverte	7
2.1.1. Caractérisation en régime statique	7
2.1.2. Caractérisation en régime dynamique	7
2.1.3. Etude en boucle fermée	8
2.1.2.1 Réponse à un échelon constant	8

1. PREDETERMINATIONS

1.1. Modélisation

P1. Schéma bloc



☞ Détermination des éléments dynamiques du système

On rappelle principe fondamental de la mécanique:

$$\sum \text{couples appliqués} = J \cdot \frac{d\omega}{dt} = J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

l'inertie du système en rotation, ω la vitesse angulaire en rad/s, θ la position angulaire en rad.

Le frottement visqueux étant désactivé et le frottement fluide propre au moteur pouvant être négligé, les couples appliqués sont:

- le couple moteur noté $C_{m(t)}$,
- le couple de frottement sec noté C_s , dont l'influence dépend du signe de la vitesse.

Ce qui conduit à l'équation d'équilibre et sa transformée:

$$C_{m(t)} - C_s \cdot [\text{signe}(N)] = J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$C_{m(p)} - \frac{C_s}{p} \cdot \text{signe}(N) = J \cdot p^2 \cdot \theta(p)$$

Détermination des coefficients :

La somme $C_{m(t)} - C_s \cdot [\text{signe}(N)]$ n'est autre que le couple accélérateur.

Le couple moteur est proportionnel au courant dans l'induit :

$$C_{m(t)} = k_m \cdot i_{m(t)} \quad] \quad C_{m(p)} = k_m \cdot I_{m(p)}$$

L'interface de puissance impose un courant proportionnel à la sortie du régulateur :

$$I_{m(t)} = k_i \cdot S_{r(t)} \quad] \quad I_{m(p)} = k_i \cdot S_{r(p)}$$

Si on exprime θ en degré, on a la relation :

$$\theta_{(\text{en rad})} = \frac{2\pi}{360} \theta_{(\text{en degrés})}$$

Si on réduit le système d'équations, on obtient :

$$k_i \cdot k_m \cdot S_{r(p)} - \frac{C_s}{p} \cdot (\text{signe de } N) = \frac{2\pi}{360} \cdot J \cdot p^2 \cdot \theta(p)$$

avec (θ en degré)

On obtient alors :

$$\theta(p) = \frac{360 \cdot k_i \cdot k_m}{2\pi \cdot J \cdot p^2} \left[S_{r(p)} - \frac{1}{k_i \cdot k_m} \cdot \frac{C_s \cdot (\text{signe de } N)}{p} \right] \rightarrow \alpha' = \frac{360 \cdot k_i \cdot k_m}{2\pi \cdot J} \quad \text{et} \quad F = \frac{C_s}{k_i \cdot k_m}$$

Application numérique :

D'après les résultats obtenus lors du TP 'BO1' et données techniques moteur :

$$J = 46,4 \cdot 10^{-6} \text{ Kg.m}^2 ; k_i = 1 \text{ et } k_m = 43,8 \cdot 10^{-3} \text{ N.m/A} = 43,8 \cdot 10^{-6} \text{ N.m/mA}$$

$$\alpha' = 54 \frac{^\circ}{(\text{mA.s}^2)}$$

P2. Non linéarité

Le moteur étant à l'arrêt ($N=0$), il le reste tant que le couple moteur est inférieur au couple de frottement.

Ce qui entraîne la relation :

$$\| \varepsilon \cdot K \cdot k_i \cdot k_m \| < C_s \text{ soit } \|\varepsilon\| < \frac{C_s}{K \cdot k_i \cdot k_m} \rightarrow \text{Soit la valeur du seuil: } \varepsilon_0 = \frac{C_s}{K \cdot k_i \cdot k_m}$$

Si le couple moteur devient supérieur au couple résistant, le couple accélération a pour expression :

$$C_{a(t)} = C_{m(t)} - C_s \text{ si } N > 0 \text{ et } C_{a(t)} = C_{m(t)} + C_s \text{ si } N < 0$$

$$C_{a(t)} = K \cdot k_i \cdot k_m \cdot \varepsilon_{(t)} - C_s \cdot (\text{signe de } N)$$

Si on note ε' l'accélération, on obtient l'expression :

$$\varepsilon'_{(t)} = \varepsilon_{(t)} - \frac{C_s}{K \cdot k_i \cdot k_m} \cdot (\text{signe de } N) \text{ Soit : } \varepsilon' = \varepsilon - \varepsilon_0 \cdot (\text{signe de } N)$$

Conclusion

Il existe en fait 3 régimes de fonctionnement:

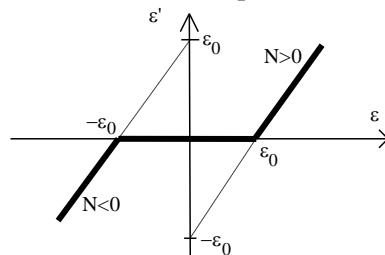
- 1 → en mouvement avec une vitesse positive
- 2 → en mouvement avec une vitesse négative
- 3 → à l'arrêt (où $N=0$), tant que

$$\varepsilon' = \varepsilon - \varepsilon_0$$

$$\varepsilon' = \varepsilon + \varepsilon_0$$

$$-\varepsilon_0 < \varepsilon < \varepsilon_0$$

Ce qui peut être matérialisé par la caractéristique donnée ci-après :



Le coefficient γ peut être déduit de l'expression de α' :

$$\gamma = K \cdot \alpha' = \frac{360 \cdot K \cdot k_i \cdot k_m}{2\pi \cdot J}$$

P3. Comportement en régime statique

Pour une consigne constante $C = A$, dans le cas le régime '3' (avec la vitesse est nulle) et si la position est telle que :

$$-\varepsilon_0 < \varepsilon < \varepsilon_0 \rightarrow -\varepsilon_0 < c - m < \varepsilon_0$$

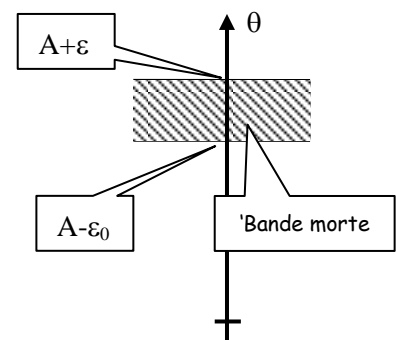
$$\rightarrow -\varepsilon_0 < A - \mu \cdot \theta < \varepsilon_0 \rightarrow \frac{A - \varepsilon_0}{\mu} < \theta < \frac{A + \varepsilon_0}{\mu}$$

cela conduit à une position stable (régime statique) :

→ D'où l'appellation 'bande morte'

$$\text{On notera : } \theta_{c1} = \frac{A - \varepsilon_0}{\mu} \text{ et } \theta_{c2} = \frac{A + \varepsilon_0}{\mu}$$

$$\text{D'où la bande morte : } \theta_{c1} < \theta < \theta_{c2}$$



Ce régime statique est obtenu en régime final d'une réponse à un échelon constant.

Conséquence :

Le système n'est donc pas précis statiquement. La valeur de l'erreur statique sera comprise dans la limite :

$$-\varepsilon_0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_0$$

1.2. Réponse à un échelon constant en BF

Dans ce cas d'application, la consigne a pour expression:

$$C(t) = A \cdot u(t) \quad \text{où } u(t) \text{ est la fonction existence}$$

P4. Bande proportionnelle

A partir d'un état de repos initial où $\varepsilon = 0$ (soit $M = C$) l'application de l'échelon ne devra pas entraîner la saturation du régulateur.

la limite $K \cdot A < S_{r_{\text{Max}}} \rightarrow \boxed{A < \frac{S_{r_{\text{Max}}}}{K}}$

P5. **pro** **gime** $\varepsilon > \varepsilon_0$ et $\frac{d\theta}{dt} > 0$)

On étudie la réponse s à un $C(t) = A$] $C_{(p)} = A/p$
Supposons comme point de de $\frac{d\theta}{dt} = 0$ et $\theta = 0$ (sy ne ar repos en position initiale)

On exprime:

$$\varepsilon'_{(t)} = \varepsilon_{(t)} - \varepsilon_0 \quad] \quad \varepsilon'_{(p)} = \varepsilon_{(p)} - \frac{\varepsilon_0}{p} \quad \text{or :} \quad \varepsilon_{(p)} = \frac{A}{p} - M_{(p)} \quad \frac{d\theta}{dt} = \mu \cdot \varepsilon'_{(p)} \quad \theta_{(p)} = \frac{\gamma}{p^2} \cdot \varepsilon'_{(p)}$$

Expression de $\theta_{(p)}$ puis de $\theta_{(t)}$:

$$\theta_{(p)} = \frac{C - \varepsilon_0}{\mu} \cdot \frac{1}{p \left(1 + \frac{p^2}{\gamma \mu} \right)}$$

$$\boxed{\theta_{(t)} = \frac{C - \varepsilon_0}{\mu} \cdot (1 - \cos(\sqrt{\mu \gamma} \cdot t))}$$

Expression de la vitesse :

$$\boxed{\frac{d\theta}{dt}_{(t)} = \Omega_{(t)} = \frac{C - \varepsilon_0}{\mu} \cdot \sqrt{\mu \gamma} \cdot \sin(\sqrt{\mu \gamma} \cdot t)}$$

Si on exprime sous la forme proposée:

$$\omega_{\text{osc}} = \sqrt{\mu \gamma} \quad \text{et} \quad \theta_{c1} = \frac{C - \varepsilon_0}{\mu}$$

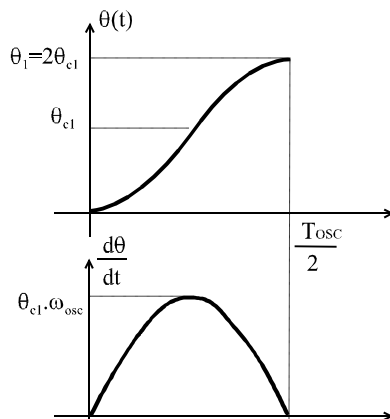
→ ω_{osc} est la pulsation des oscillations

→ θ_{c1} est le centre de symétrie pour ce premier régime

Les expressions deviennent :

$$\boxed{\theta_{(t)} = \theta_{c1} \cdot (1 - \cos(\omega_{\text{osc}} \cdot t)) \quad \frac{d\theta}{dt}_{(t)} = \theta_{c1} \cdot \omega_{\text{osc}} \cdot \sin(\omega_{\text{osc}} \cdot t)}$$

Evolution de la position et de la vitesse au cours du temps :



A l'arrivée en $\theta_1 = 2 \cdot \theta_{c1}$, la vitesse s'annule pour s'inverser. Il y a donc changement de régime.

On peut exprimer la durée de ce premier régime.

Si l'on note la période des

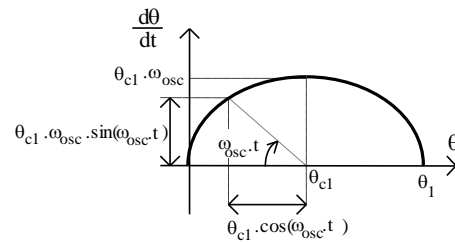
$$\text{oscillations : } T_{\text{osc}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{osc}}}$$

$$\boxed{t_1 = \frac{T_{\text{osc}}}{2} = \frac{\pi}{\omega_{\text{osc}}} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu \gamma}}}$$

Représentation dans le plan de phase

Dans le plan de phase, si on adapte l'échelle des vitesses, la trajectoire est un demi-cercle centré en

θ_{c1} et de rayon θ_{c1} :



6. Le deuxième régime (cas où $\varepsilon < \varepsilon_0$ et $\frac{d\theta}{dt} < 0$)

On adapte des conditions initiales si la fin du premier régime est l'instant 0 du deuxième. Contrairement au premier régime dont les conditions initiales étaient nulles, ce deuxième régime

part d'une position θ_1 et $\frac{d\theta}{dt} = 0$.

D'après l'étude du premier régime, on peut écrire l'expression de $\theta(p)$ si les conditions initiales étaient nulles. Il suffit de changer ε_0 en $-\varepsilon_0$ et $\frac{d\theta}{dt} < 0$.

Soit pour le 1^{er} régime :

$$\theta_{(p)} = \frac{A - \varepsilon_0}{\mu} \cdot \frac{1}{p \left(1 + \frac{p^2}{\gamma \mu} \right)}$$

$$\theta_{(p)} = \frac{A + \varepsilon_0}{\mu} \cdot \frac{1}{p \left(1 + \frac{p^2}{\gamma \mu} \right)}$$

Pour faire intervenir la condition initiale θ_1 , il faut déterminer l'équation différentielle qui lie $\theta(t)$ à la consigne C .

On peut écrire l'expression précédente sous la forme : $\mu \cdot \gamma \cdot \theta_{(p)} + p^2 \cdot \theta_{(p)} = \gamma \cdot (C + \varepsilon_0) / p$

Soit par la transformée inverse : $\mu \cdot \gamma \cdot \theta_{(t)} + \frac{d^2\theta}{dt^2} = \gamma \cdot (C + \varepsilon_0)$

L'application de la transformation de Laplace à cette expression permet de faire intervenir la position initiale θ_1 grâce au théorème sur la dérivation.

$$\mu \cdot \gamma \cdot \theta_{(p)} + p[p \cdot \theta_{(p)} - \theta_1] = \gamma \cdot \frac{C + \varepsilon_0}{p} \quad \text{Soit l'expression de } \theta_{(p)} : \quad \theta_{(p)} = \gamma \cdot \frac{C + \varepsilon_0}{p(\mu \cdot \gamma + p^2)} + \frac{p \cdot \theta_1}{\mu \cdot \gamma + p^2}$$

Si on effectue les changements de variables :

$$\theta_{c2} = \frac{C + \varepsilon_0}{\mu} \quad \text{et} \quad \omega_{osc} = \sqrt{\mu \cdot \gamma}$$

On obtient par transformée inverse :

$$\theta_{(t)} = \theta_{c2} \cdot (1 - \cos(\omega_{osc} \cdot t)) + \theta_1 \cdot \cos(\omega_{osc} \cdot t)$$

Et par dérivation :

$$\frac{d\theta}{dt} = \Omega_{(t)} = -(\theta_1 - \theta_{c2}) \omega_{osc} \cdot \sin(\omega_{osc} \cdot t)$$

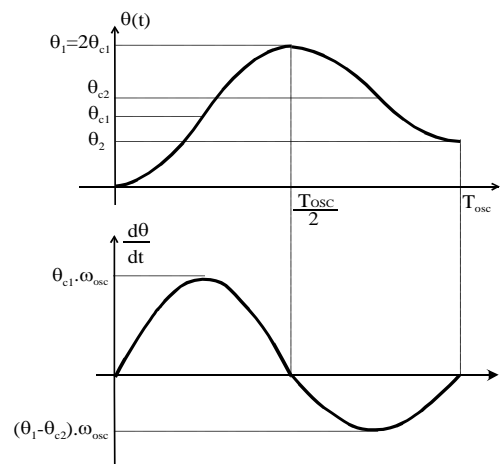
Allure de la réponse temporelle

Ce qui conduit à l'allure des signaux ci-contre.

À l'arrivée à la position : $\theta_2 = \theta_1 - 2 \cdot (\theta_1 - \theta_{c2})$ soit $\theta_{c2} - \theta_{c1}$, la vitesse s'annule pour s'inverser.

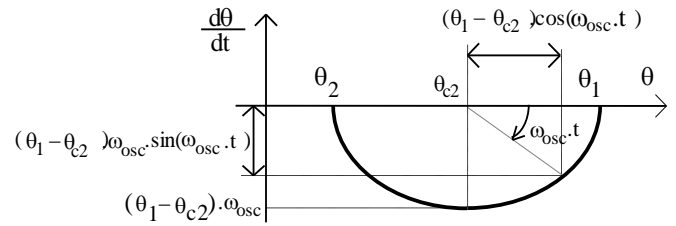
Il y a donc changement de régime.

La durée de ce deuxième régime est égale à la durée du premier, c'est-à-dire $T_{osc}/2$



☞ Trajectoire dans le plan de phase

Dans le plan de phase, si on adapte l'échelle des vitesses, la trajectoire est un demi-cercle centré en : θ_{c2} et de rayon $\theta_1 - \theta_{c2}$:



P7. Étude du régime transitoire

Le régime suivant est comparable au premier régime, mais avec la condition initiale de position θ_2 . Dans le plan de phase, la trajectoire est un demi-cercle de centre θ_{c1} et de rayon $\theta_{c1} - \theta_2$. Par la suite, les régimes se succèdent jusqu'à ce que la position arrive dans la bande morte ($\theta_{c1} < \theta < \theta_{c2}$). Les centres de ces demi-cercles dans le plan de phase sont alternativement θ_{c1} puis θ_{c2} .

☞ Allure de la réponse temporelle

Comme l'a montré l'étude précédente, la réponse temporelle est faite d'une succession de demi-sinusoïdes de même période:

$$T_{osc} = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu \cdot \gamma}}$$

Dans le cas ci-contre, trois régimes se succèdent avant d'atteindre la bande morte avec une vitesse nulle.

Plus la bande morte est étroite plus le nombre de régimes qui se succèdent est grand.

☞ Trajectoire de phase pour le cas de figure précédent

☞ Le temps de réponse est égal au nombre de régime multiplié par la demi période d'oscillation soit dans le cas de figure précédent: $t_r = 3 \cdot (T_{osc}/2)$

☞ Précision statique

On constate que l'erreur statique sera toujours comprise dans l'intervalle : $-\varepsilon_0 \leq \varepsilon_s \leq +\varepsilon_0$

On peut exprimer cet écart en degré, en fonction des différents paramètres :

$$-\frac{\varepsilon_0}{\mu} \leq \Delta\theta \leq \frac{\varepsilon_0}{\mu}$$

$$-\frac{Cr}{\mu \cdot K \cdot k_i \cdot k_m} \leq \Delta\theta \leq \frac{Cr}{\mu \cdot K \cdot k_i \cdot k_m}$$

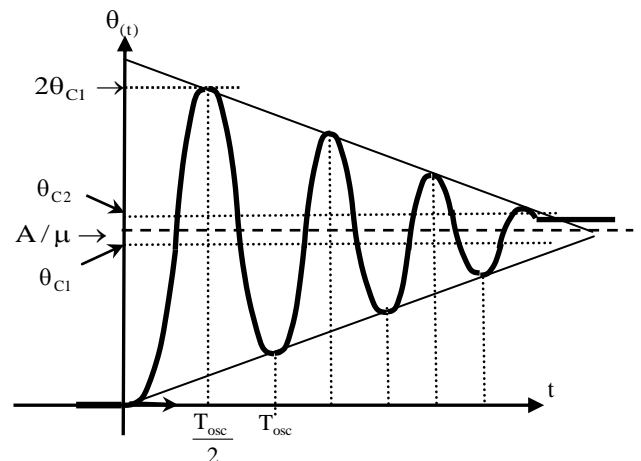
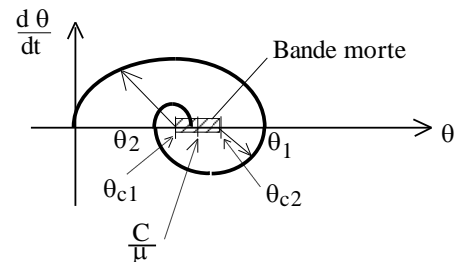
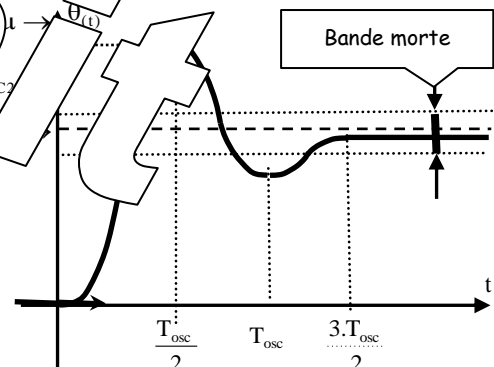
☞ Lieux des extremums de la réponse temporelle

Si on note $h = \frac{\varepsilon_0}{\mu}$, l'amplitude des oscillations est

diminuée de $2 \cdot h$ à chaque régime.

On peut écrire les équations des lieux des extremums :

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{2 \cdot C}{\mu} - \frac{2 \cdot h}{T_{osc}} \cdot t & \text{pour les extremums } > 0 \\ y_2 &= \frac{2 \cdot h}{T_{osc}} \cdot t & \text{pour les extremums } < 0 \end{aligned}$$



2. EXPERIMENTATIONS ET EXPLOITATIONS

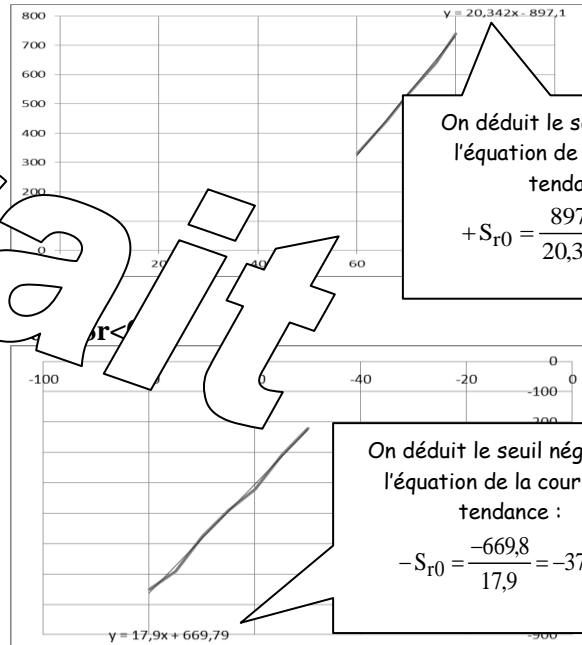
2.1. Etude en boucle ouverte

2.1.1. Caractérisation en régime statique

E1. Caractéristiques de transfert statiques: $N = f_n(S_r)$ et détermination des seuils

S_r en mA	N en tr/min
80	740
	640
	330
50	178
-50	-220
-55	-310
-60	-420
-65	-490
-70	-576
-75	-690
-80	-750

Pour $S_r > 0$



On déduit le seuil négatif de l'équation de la courbe de tendance :

$$-S_{r0} = \frac{-669,8}{17,9} = -37\text{mA}$$

On admettra une symétrie de la non linéarité avec des seuils : $\pm S_{r0} = \pm 40\text{mA}$

E2 Exploitation : Détermination du couple de frottement sec

On en déduit la valeur du couple de frottement sec :

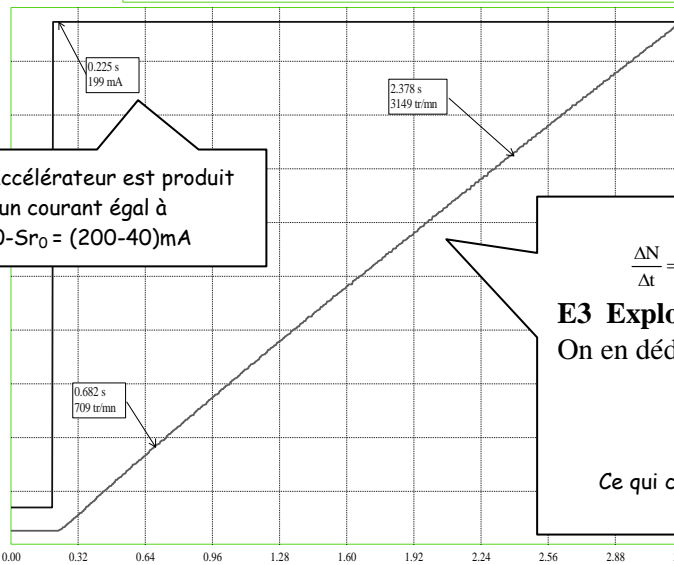
$$C_s = \frac{S_{r0}}{k_m} = \frac{40}{43,8 \cdot 10^{-3}} = 0,91 \text{ mN.m}$$

2.1.2. Caractérisation en régime dynamique

Processus: SYNUM 3
(ERD100)
Mode: Boucle Ouverte

CONFIGURATION: Consigne: Echelon constant, Valeur Repos = 0 mA, Val. C=200 mA Retard = 0.200 s
Boucle Ouverte, Commande en courant, $C_s = 10,0 \%$, $C_r = 0,0 \%$

Sortie Reg.
Vitesse



tr/min mA

4387 205

3997 183

3486 161

3036 139

On relève l'accélération

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{3149 - 409}{2,38 - 0,68} = +1438 \text{ tr/min/s} \rightarrow 8628^\circ/\text{s}^2$$

E3 Exploitation

On en déduit la valeur du coefficient α' :

$$\alpha' = \frac{8628}{200 - 40} = 53,9^\circ / (\text{mA.s}^2)$$

Ce qui correspond bien à la valeur prédéterminée

Date: 10 h 42 mn, 31 March 2015 RPhl Cde en I En BO Cs=10%

2.1.3. Etude en boucle fermée

2.1.2.1 Réponse à un échelon constant

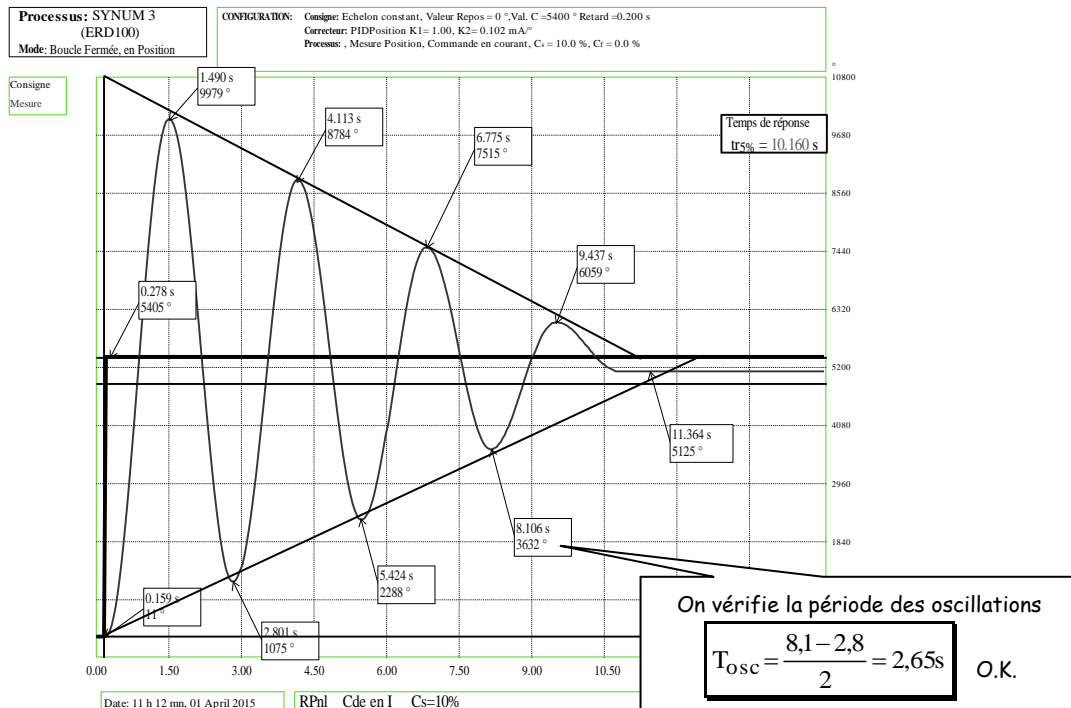
Partant d'une position de repos à 0 ($C = \theta = 0$) on applique un échelon de $C = A = 5400^\circ$ avec des coefficients $k_1 = 1$ et $k_2 = 0,1 \text{ mA}/^\circ \rightarrow K = 0,1 \text{ mA}/^\circ$

On vérifie que le régulateur ne sera pas saturé puisque $A.K = 540 \text{ mA} \rightarrow$ Valeur inférieure à la valeur de saturation de 1000 mA.

E4. Calcul des grandeurs caractéristiques

- Coefficient de raideur $\gamma = \frac{K}{A} = 0,153,9 = 5,39 \text{ s}^{-2}$
et période d'oscillation $\omega_{osc} = \sqrt{\mu \gamma} = \sqrt{5,39} = 2,32 \text{ rad/s} \rightarrow T_{osc} = \frac{2\pi}{\omega_{osc}} = 2,7 \text{ s}$
- Seuil et limites de saturation : $\epsilon_0 = 400^\circ$ $\epsilon_s \leq +400^\circ$
- Centres de symétrie : $\theta_{cl} = A - \epsilon_0 = 5400 - 400 = 5000^\circ$ $\theta_{cl} + 400 = 5800^\circ$
- Premier extrémum : $\theta_{Max} = \theta_1 = 2\theta_{cl} = 2.5000 = 10000^\circ$ $t_p = 1,35 \text{ s}$
- Premier dépassement : $D_1 = \theta_{Max} - A = 10000 - 5400 = 4600^\circ$ $D_{1\%} = \frac{4600}{5400} = 85\%$
- Equations des lieux (droites) des extrémums (avec $C=A=5400^\circ$; $\mu=1$; $h=\epsilon_0=400^\circ$):
Extrémums positifs $y_1 = 2.A - \frac{4.\epsilon_0}{T_{osc}} t = 10800 - 592,6.t \rightarrow$ Croise la consigne en $t = 9,1 \text{ s}$
Extrémums négatifs $y_2 = \frac{4.\epsilon_0}{T_{osc}} t = 592,6.t \rightarrow$ Croise la consigne en $t = 9,1 \text{ s}$
- On en déduit une valeur approchée du temps de réponse $t_{r5\%} \approx 9 \text{ s}$

E3. Réponse temporelle obtenue et exploitation



E4. Le temps de réponse à 5%: $t_{r5\%} = 1,5 \text{ S} \rightarrow$ Proche des prédéterminations

E5. Les dépassements (absolus et relatifs) sont ceux prédéterminés