

# Régulation de température d'air

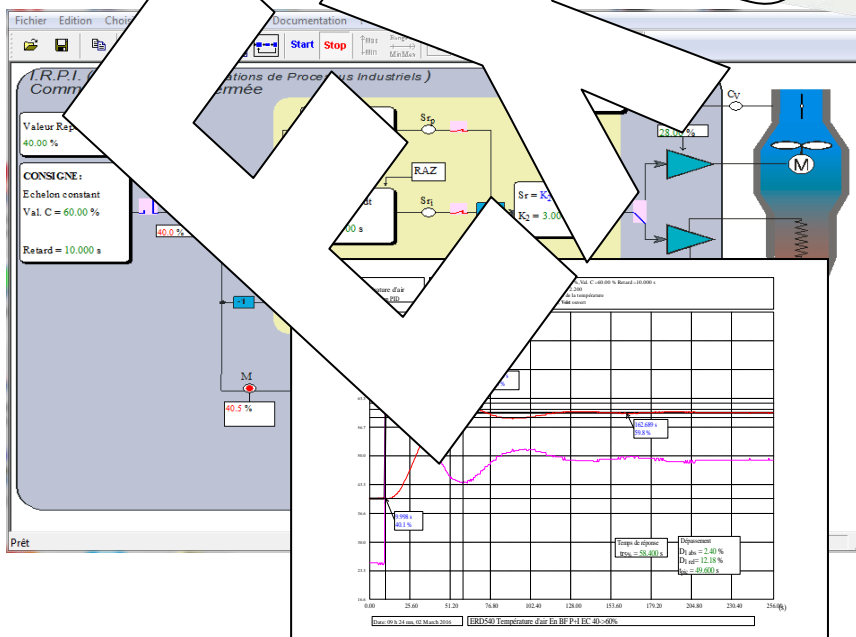


## Manuel de comptes rendus de

➤ Sur le système ERD 540

Niveau :	CITE 2011
Licence et Ingénieurs	6
Master ou équivalent	7

z opérative  
ERD 540 000



➤ Logiciels sur PC

D\_Reg540 (Réf : ERD 540 100)



➤ En Option :

D\_Scil (Réf : ERD 540 800)  
Scilab-Xcos & Compilateur



Extrait

**SOMMAIRE:**

Référence	Thème	Page
TP1-BO	Identification en Boucle Ouverte (BO)	5
TP2-BF-P	Etude en Boucle Fermée (BF) avec correction Proportionnelle	11
TP3-BF-PI	Etude en BF avec correction P. + Intégrale (PI)	19
TP4-BF-PID	Etude en BF avec correction P.+ I. + Dérivée (PID)	27
TP5-PRC	Prototypage Rapide avec « Scilab-Xcos » dans le domaine continu	
TP6-Num	Régulation dans le domaine numérique	
TP7-PRN	Prototypage Rapide dans le domaine numérique	
TP8-TOR	Régulation Tout Ou Rien (TOR)	
TP9-Cascade	Régulation Cascade	65
TP10-Flou	Régulation 'Flou'	71



**Notice de l'ouvrage**  
ERD 540 080

**Manuel de travaux pratiques**  
sujets Contrôle continu

Flux d'air dans le domaine continu  
CITE 4-5-6-7 (STS; IUT; CPGE Licence Ingénieur)

0 050 Manuel des sujets (52 pages)  
0 040 Manuels des rendus (52 pages)

Flux d'air dans le domaine échantillonné et dans le domaine numérique  
Niveau 4-5-6-7 (Licence Ingénieur Master)  
ERD 540 080 Manuel des sujets (52 pages)  
ERD 540 060 Manuels des rendus (52 pages)

Température  
4-5-6-7 (STS; IUT; CPGE Licence Ingénieur)

ERD 540 080 Manuel des sujets (10 sujets 84 pages)  
ERD 540 080 Manuel des rendus (84 pages)

Ce manuel fait partie d'un ensemble de 10 manuels de travaux pratiques de régulation.

**Tous les TP ont été réalisés avec la configuration du processus suivante :**

Cliquer sur « Processus » puis sur « Paramètres » et enfin, dans la fenêtre de dialogue, cliquer sur « valider ».

Lors de ces TP, on étudie la régulation de la température d'un flux d'air à débit constant. Le débit de ce flux d'air peut être régulé par correcteur PI. Dans ce cas la mesure du débit sera égale à la commande indépendante.  
(Voir ci-après)  
**La régulation de débit en mode indépendant ne devra pas être activée lors du TP n°9 : Régulation cascade.**

Configuration du module ERD540...

Débit  
RC Débit Mini = 15 RC Débit Max = 55  
Gain débit = 1  
☐ Régulation de débit en mode indépendant

Température  
RC Température Max = 60  
Offset mesure température = 8 Diviseur = 4

Filtre de commande  
☒ Activer le filtre de commande  
Gain = 1  
Constante de temps du filtre = 200 ms

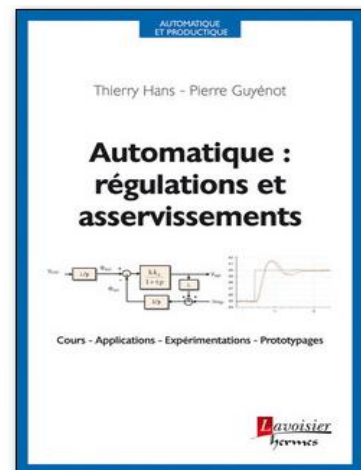
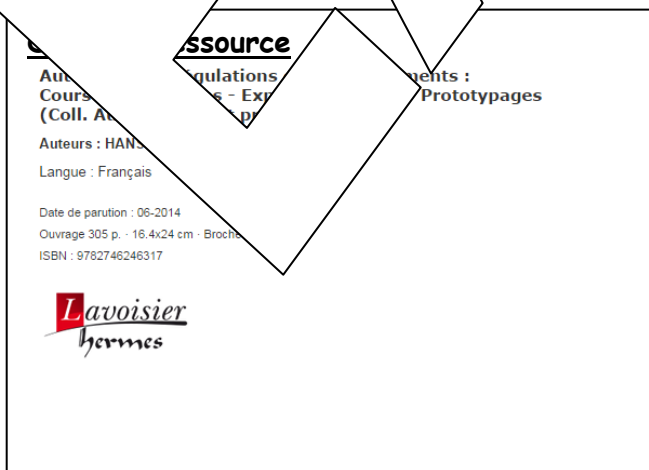
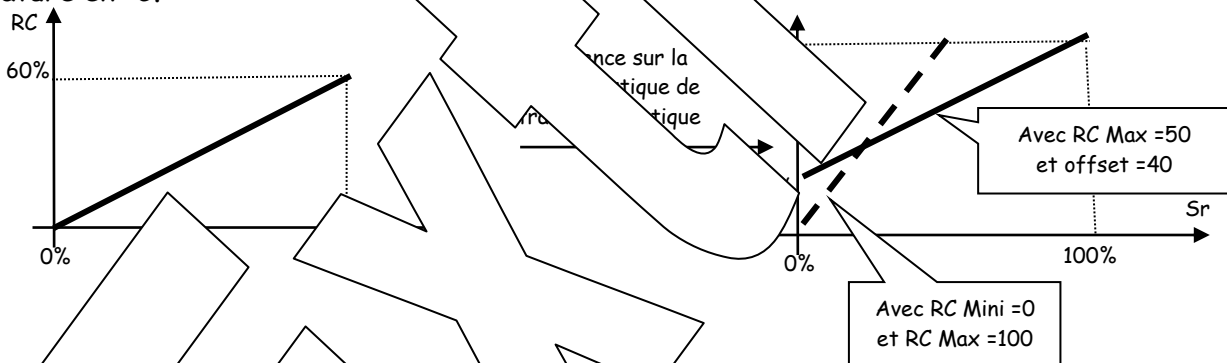
Valider Annuler

## Remarques sur la configuration du processus

- Lors de ces TP, on étudie la régulation de température d'air à débit constant. Le débit d'air sera en « commande indépendante » :
- Si la régulation de débit en mode indépendant n'est pas activée ; la commande de débit sera choisie égale à 30%, ce qui devrait donner une mesure de débit voisine de 30%. Cette valeur est éventuellement à ajuster afin d'obtenir le point de repos à la température souhaitée (En BO  $M_T=50\%$  pour  $S_r=40\%$ )
- Si la régulation de débit en mode indépendant est activée. La commande de débit est alors activée, ce qui entraîne, en régime établi, une commande de débit (qui est alors une consigne) et la mesure de débit. Pour obtenir le point de repos en débit identique, on choisira donc une consigne égale à 20% (cette valeur est éventuellement à ajuster afin d'obtenir le point de repos à la température souhaitée. En BO  $M_T=50\%$  pour  $S_r=40\%$ )

Les paramètres « RC Température Max » et « offset mesure température » permettent de linéariser et d'adapter la caractéristique de transfert du processus en boucle ouverte. La grandeur de commande ( $S_r$  en BO température) de la commande se situe dans la plage 0 à 100%. La résistance est alimentée par un générateur dont la consigne ( $RC$ ) de 0 à 100%.

Choisir une « RC température Max » = 60 impose une consigne de 60% pour une mesure de 100%. L'« Offset mesure température » permet de faire correspondre la consigne à la température en °C.



Processus:  
**Débit et température d'air**  
**ERD 540**

Configuration:  
**Régulation de température d'air**

**COMPTE-RENDU du T**

Identification en boucle ouverte (BO)

Niveau	CITE 2011
1 <sup>er</sup> second	4
2 <sup>e</sup> second	5

**SOMMAIRE:**

<b>1</b>	<b>Etude en régime statique</b>	<b>2</b>
1.1	Caractéristique de transfert statique	2
1.1.1	Tableau de mesures	2
1.1.2	Caractéristique de transfert statique	2
1.2	Point de régulation	2
<b>2</b>	<b>En régime permanent</b>	<b>2</b>
	Expérimentation	2
	Exploitation	2
<b>3</b>	<b>En régime harmonique</b>	<b>4</b>
3.1	Relation à la pulsation propre	4
3.2	Reponse de la pulsation particulière telle que $\phi = -135^\circ$	5
3.3	Reponse de la pulsation particulière telle que $\phi = -180^\circ$	6
<b>4</b>	<b>Influence de la régulation</b>	<b>6</b>

# 1 ETUDE EN REGIME STATIQUE

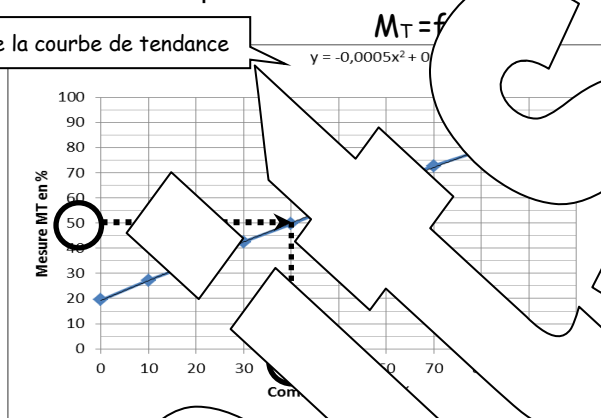
## 1.1 Caractéristique de transfert statique

### 1.1.1 Tableau de mesure

Sr en %	M <sub>T</sub> en %
0	19,5
10	27,3
20	34,3
30	42,5
40	49,7
50	57,2
60	65,4
70	72,7
80	79
90	86

### 1.1.2 Caractéristique de transfert statique

Equation de la courbe de tendance



## 1.2 Point de repos

→ Cette caractéristique n'est pas linéaire (du point de vue des données), elle n'est pas de la forme  $y = a.x$ .

→ L'équation de la courbe de tendance, d'ordre 2, est d'ordre 2, elle est nommée "polynôme de degré 2" par "Excel", la plus proche de la courbe réelle est d'ordre 2.

→ La valeur de  $S_r$ , notée  $S_{r0}$ , qui permet de trouver une mesure  $M_{T0}$ .

$$M_{T0} = -0,0005(S_{r0} + 1)^2 + 0,011(S_{r0} + 1) + 19,5 \rightarrow S_r = S_{r0} = 39,9\% \cong 40\% \quad \boxed{S_{r0} = 40\%}$$

→ Coefficient de transfert  $G_{vo}$  au point de repos.

$$\frac{M_{T0}}{S_{r0}} = 1,25$$

→ Coefficient de transfert en variation  $G_{vo}$  du point de repos, est déduit de la dérivation de l'équation de tendance au point de repos:

$$\frac{\Delta M_D}{\Delta S_r} = -0,001(S_r + 0,7912) + 0,011 \quad \text{à } S_r = 40\% \rightarrow \boxed{G_{vo} = \frac{\Delta M_T}{\Delta S_r} = 0,75}$$

# 2 ETUDE EN REGIME DYNAMIQUE A L'ECHELON CONSTANT

## 2.1 Description

$S_r$  passe de 30% à 50% en 25s. La courbe de réponse est donnée page suivante.

## 2.2 Exploitation

→ Vérification du coefficient de transfert en variation :

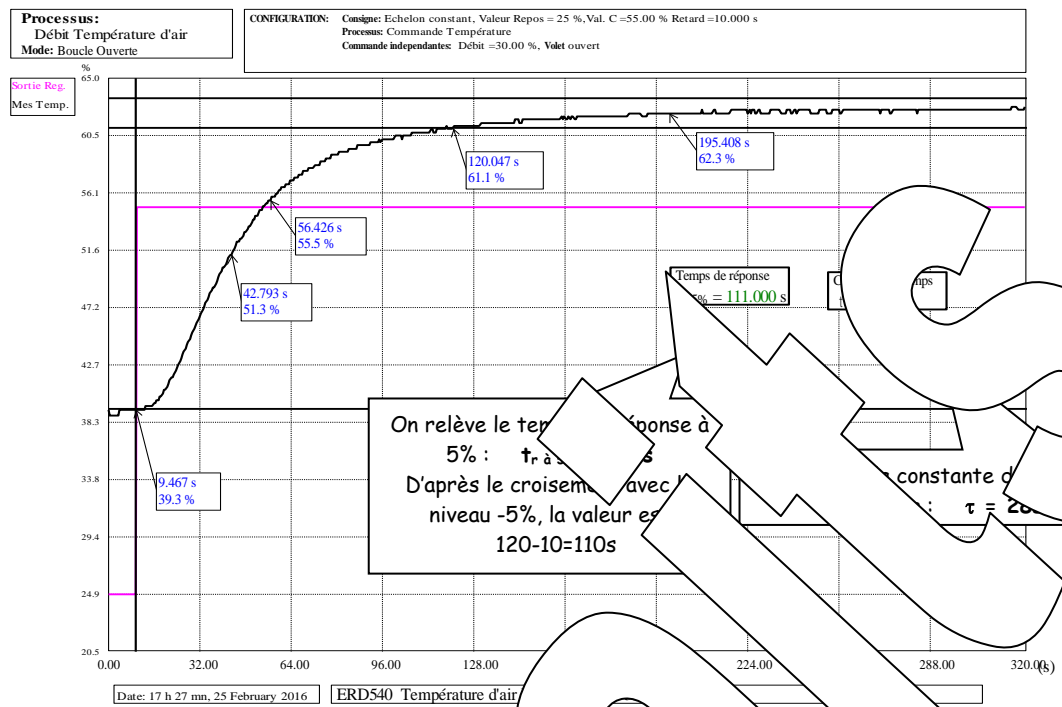
$$G_{vo} = \frac{\Delta M_D}{\Delta S_r} = \frac{62,3 - 39,3}{55 - 25} = 0,766 \quad \text{Vérifie la valeur obtenue précédemment}$$

→ Vérification du temps de réponse

Si le système était du premier ordre pur, le temps de réponse serait égal à :

$$t_{r\ 5\%} = 3 \times t_1 = 84s$$

Or on mesure  $t_{r\ 5\%} = 114s$ . On est donc en présence d'un système d'ordre supérieur à 1. Il y a donc une constante de temps non dominante mais qui ne peut être ignorée.



Un « zoom » au voisinage de t=0 montre qu'il n'y a pas de discontinuité mais au contraire un démarrage en pente nulle qui est caractéristique d'un système d'ordre 2.

→ Evaluation de la constante de temps dominante ( $\tau_2$ ) par la méthode des tangentes

ERD540 Temp\_Air\_BO-EC\_Identif-m

	A	B	C
1		Val Initiale MT(0)	
2		Val finale MT(infini)	
3		Retard	
4		Cste Temps dominante T2	
5		Cste Temps dominante T1	30,0000
6			

Remarque : L'échelon de consigne étant appliqué avec un retard de 5s, le calcul ne doit pas commencer qu'à partir de t>10s, valeur notée « Retard »

deux variables recherchées, avant optimisation (départ, mettre des valeurs approximatives)

Somme des différences aux carré  
Résultat avant optimisation

$f_x = (C11-B11)^2$  Colonne des (différences)<sup>2</sup>

Colonne des valeurs calculées avec la formule de calcul :

$=1/(A11*\$D\$3;\$D\$1+(\$D\$2-\$D\$1)*(1-(1/(\$D\$4-\$D\$5))*(\$D\$4*EXP(-(A11-\$D\$3)/\$D\$4)-\$D\$5*EXP(-(A11-\$D\$3)/\$D\$5))));$ B11)

Soit : Si t>5s alors

$$M_{T(t)} = M_{T(0)} + (M_{T(\infty)} - M_{T(0)}) \cdot \left( 1 - \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \left( \tau_1 \cdot e^{-\frac{t-t_{init}}{\tau_1}} - \tau_2 \cdot e^{-\frac{t-t_{init}}{\tau_2}} \right) \right)$$

Les deux colonnes notées « t absolu » et « M<sub>T</sub> relevée » sont obtenues à partir du fichier de points enregistré à partir de l'essai expérimental précédent par « Fichier » puis « Exporter... » alors que la courbe est à l'écran.

On récupère les deux colonnes utiles et on remplace les « . » par des « , »  
On se limite à la partie de la courbe telle que la valeur finale n'est pas atteinte.

Valeur finale



Après 'clik' sur

Données

puis sur

Solveur

ERD540 Temp\_Air\_BO-EC\_Identif-moindre-carré

	A	B	C	D	E
1		Val Initiale MT(0)		39,25	
2		Val finale MT(infini)		62	
3		Retard		10	
4		Cste Temps en dominant T2		10,0000	
5		Cste Temps dominante T1		30,0000	
6					
7					
8					
9					
10	t absolu	MT relevée	MT calculé	Dif carré	Somme
11	0	39,25	39,25	0,00	342,67
12	0,5	38,75	38,75	0,00	
13	1	38,75	38,75	0,00	
14	1,5	38,75	38,75	0,00	
15	2	38,75	38,75	0,00	
16	2,5	38,75	38,75	0,00	
17	3	38,75	38,75	0,00	
18	3,5	38,75	38,75	0,00	
19	4	39,25	39,25	0,00	
20	4,5	39,25	39,25	0,00	
21	5	39,25	39,25	0,00	
22	5,5	39,25	39,25	0,00	
23	6	39,25	39,25	0,00	
24	6,5	39,25	39,25	0,00	
25	7	39,25	39,25	0,00	

Paramètres du solveur

Objectif à définir : \$E\$11

À : ☐ Max ☒ Min

Cellules variables : \$D\$4:\$D\$5

Contraintes :

Rendre les variables sans contrainte : ☒

Sélect. une résolution : GRG Non linéaire

Méthode de résolution :

Choisir la résolution 'GRG non linéaire'

On recherche le mini de la somme des carrés des résidus (écartes<sup>2</sup>)

Les variables, ce sont les données de temps initialisées

## Ce qui conduit au résultat

Val Initiale MT(0)	41,75
Val finale MT(infini)	56,5
Retard	10
Cste Temps en dominant T2	14,5641
Cste Temps dominante T1	25,9410

t absolu	MT relevée	MT calculé	Dif	Somme
0	42	42,00	0,00	342,67
0,5	42	42,00	0,00	

Soit la fonction de transfert du système  
valable en variation autour du point de repos  
le modèle de d'ordre 2 :

$$G_{v(p)} = \frac{\Delta T}{\Delta S_{r(p)}} = \frac{0,767}{25,9 \cdot p \cdot (1 + 14,6 \cdot p)} = \frac{0,767}{1 + 40,5 \cdot p + 378 \cdot p^2}$$

Soit la pulsation propre :

rad/s

et le

amortissement :

$$\xi_o = \frac{(\tau_1 + \tau_2) \cdot \omega_o}{2} = 1,03$$

## 3. IDENTIFICATION EN REGIME PERMANENT

## 3.1. Réponse à la perturbation propre

Réponse permanente

→ Réponse permanente pour une perturbation égale à  $\omega = 1/\sqrt{(\tau_1 \cdot \tau_2)} = 0,055 \text{ rad/s}$  →  $F = 0,00876 \text{ Hz}$ 

La courbe est en phase

Exploitation

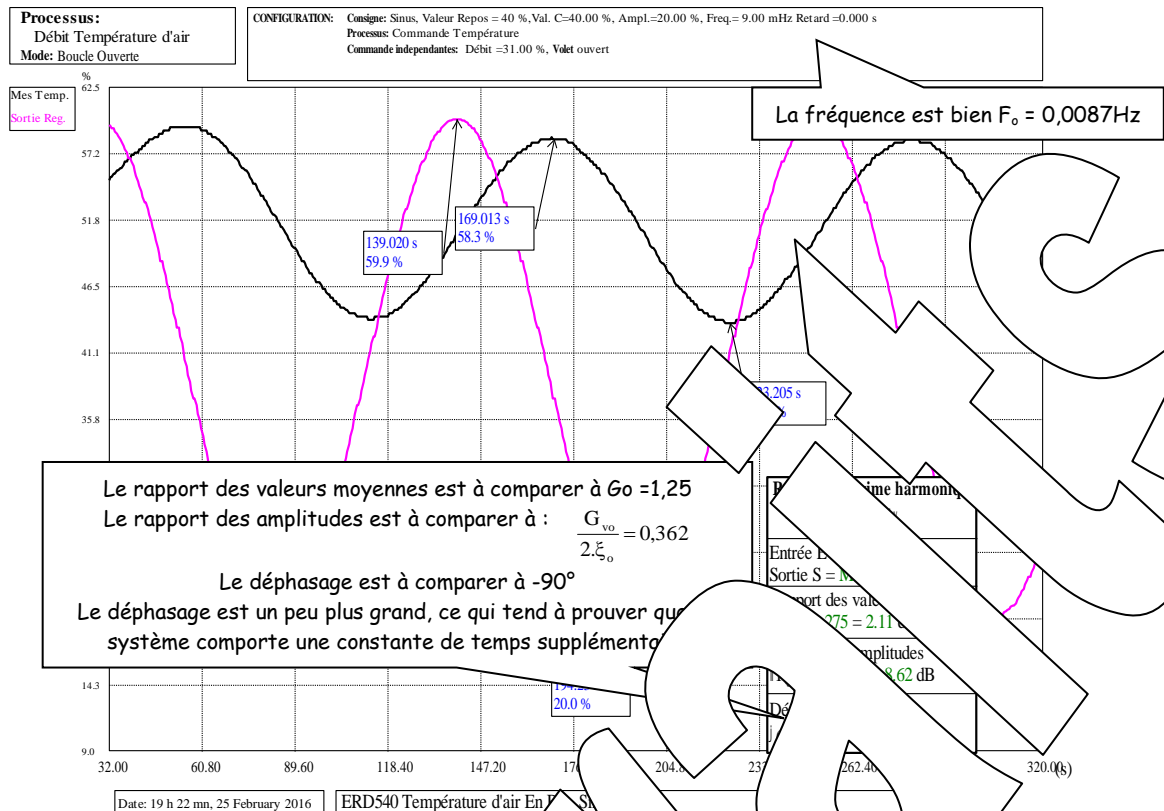
$$G_{v(p)} = \frac{\Delta M_{T(p)}}{\Delta S_{r(p)}} = \frac{2 \cdot \xi_o}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_o^2}}$$

Ce qui donne en régime harmonique:

$$G_{v(j\omega_o)} = \frac{\Delta M_{T(j\omega_o)}}{\Delta S_{r(j\omega_o)}} = \frac{G_{vo}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_o^2} + j \cdot \omega \cdot \frac{2 \cdot \xi_o}{\omega_o}}$$

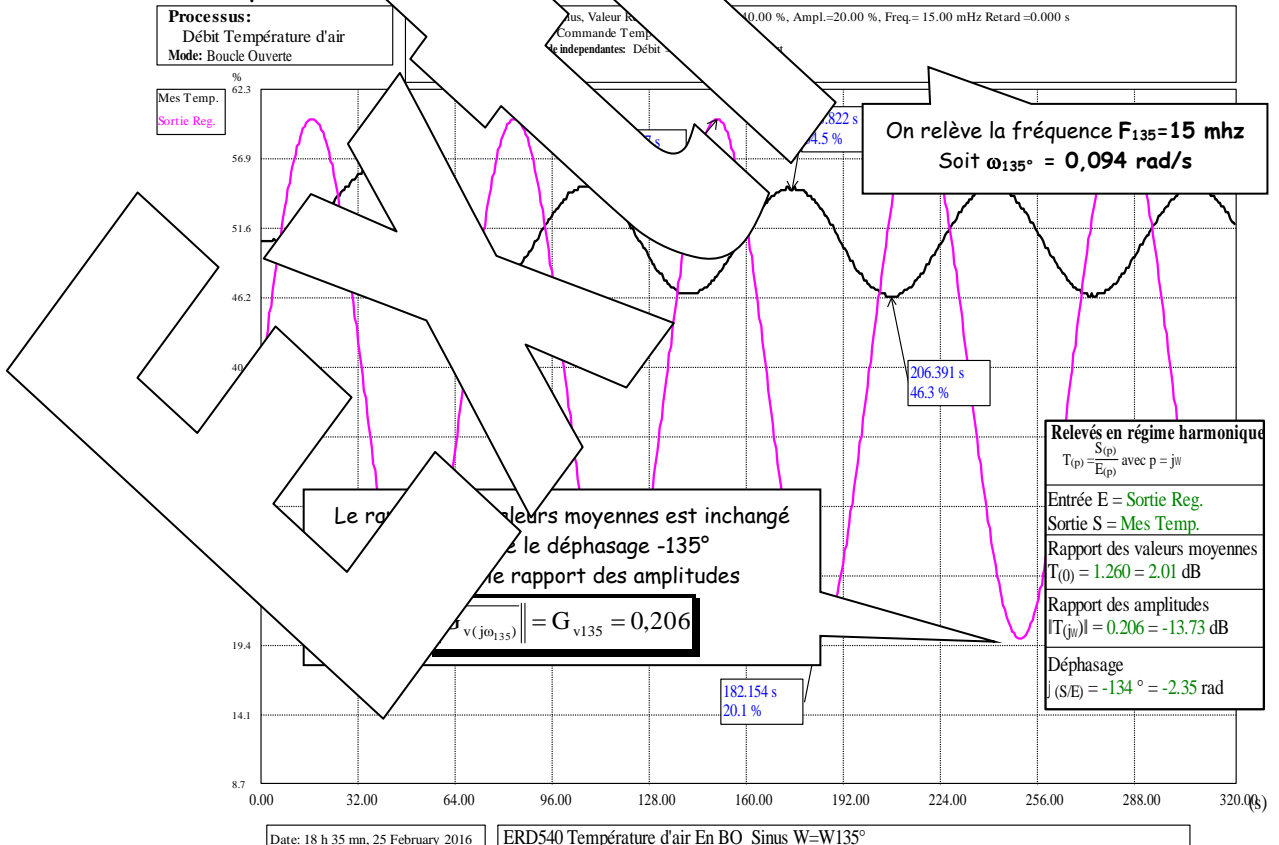
En  $\omega = \omega_o$  →  $\|G_{v(j\omega_o)}\| = \frac{G_{vo}}{2 \cdot \xi_o}$  et  $\text{Arg}[G_{v(j\omega_o)}] = -\pi/2 = -90^\circ$





### 3.2 Recherche de la pulsation particulière pour $\phi = -135^\circ$

#### Relevé expérimental



## Exploitation

Si on calcule la contribution sur l'argument de la FT du modèle

$$\text{Arg}(\overline{G_{v(j\omega)}}) = -\text{ATAN}(25,9.\omega) - \text{ATAN}(12,7.\omega) = -2,05\text{rad} \text{ soit } -117^\circ$$

Cela montre qu'il y a une constante de temps supplémentaire qui contribue au déphasage

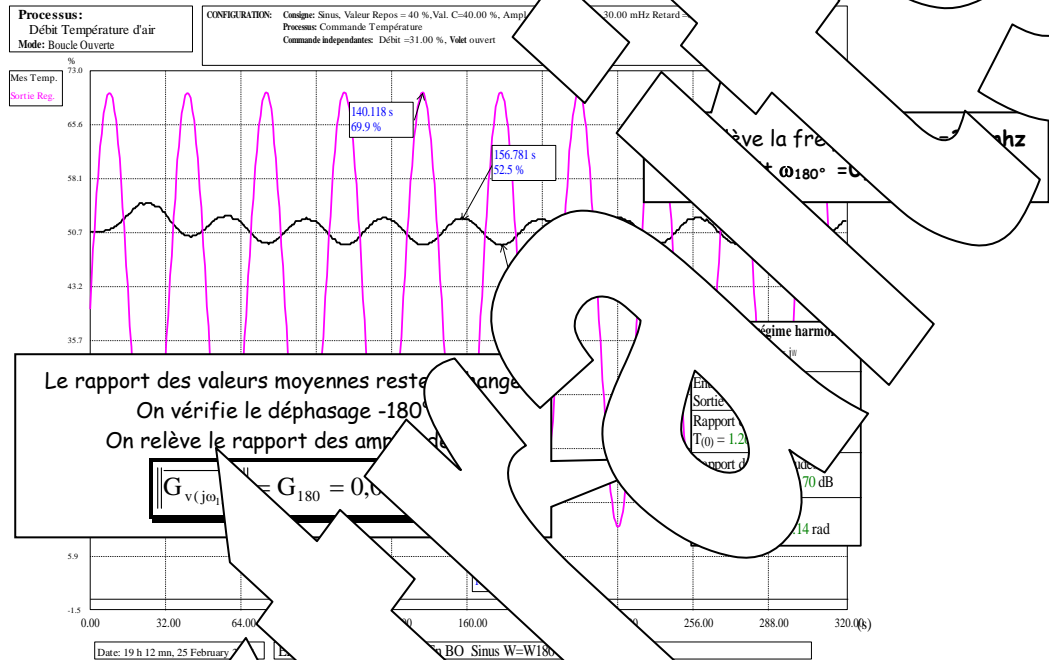
Si on veut être plus précis il faudrait envisager un modèle d'ordre trois.

→ La constante de temps qui crée les  $17,26^\circ$  manquant vaut  $\tau_3 = 3,3\text{s}$

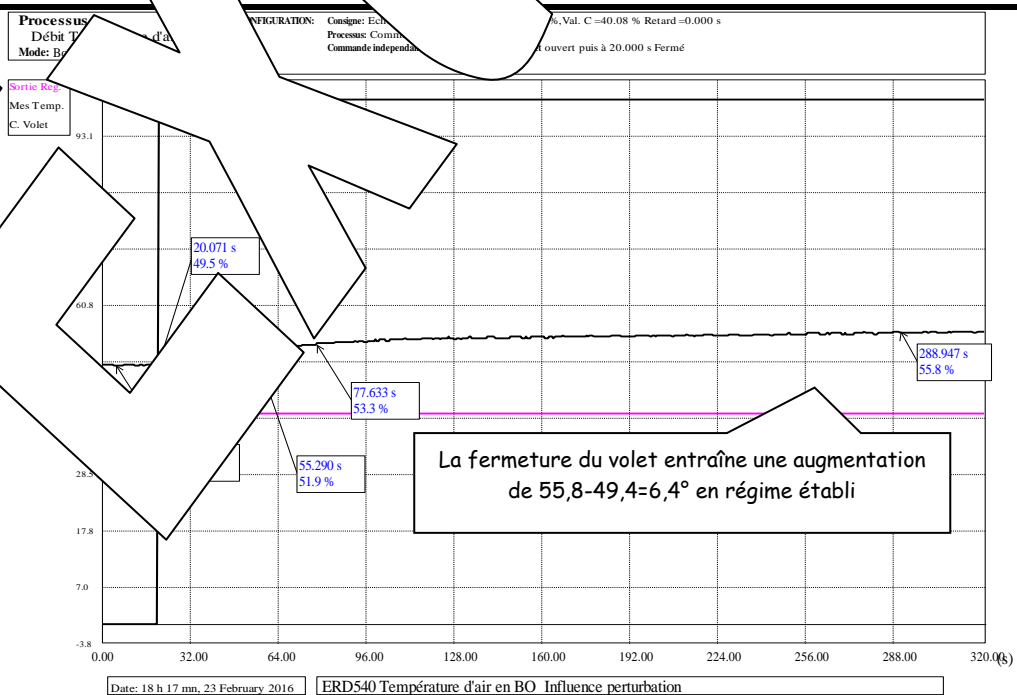
Soit le modèle d'ordre 3:

$$G_{v(p)} = \frac{0,767}{(1 + 25,9.p)(1 + 12,7.p)(1 + 3,3.p)} + \frac{0,767}{42.p + 456,3.p^2 + 85.p^3}$$

### 3.3 Recherche de la pulsation particulière tel $\omega = 180^\circ$



### 4 INFLUENCE DE LA PERTURBATION



Processus:  
**Débit et température d'air**  
**ERD 540**

Configuration:  
**Régulation de température d'air**

**COMPTE-RENDU DU TP**

*Régulation avec correcteur à actions I. et Z. numériques*  
*(Domaine échantillon)*

Niveau	CITE 2011
Compétence 1	6
Compétence 2	7

**SOMMAIRE:**

<b>1</b>	<b>Etude avec correcteur à actions I. et Z. numériques</b>	<b>2</b>
1.1	Prédéterminations	2
1.1.1	Etude du correcteur (isolé, en boucle ouverte)	2
1.1.2	Etude du système en boucle fermée	2
1.2	Expérimentations	5
1.2.1	En régime échantillonné	5
1.2.2	En régime de consigne propre	5
1.2.3	En régime de rampe	6
1.2.4	Recherche de la justification	6
2	Etude avec correcteur à actions I. et Z. numériques	7
2.1	Prédéterminations	7
2.2	Expérimentations	8
2.2.1	Correcteur 'Zéro' en régime sinusoïdal, à $\omega = \omega_{osc}$	8
2.2.2	d'échelon	8
2.2.3	En régime de consigne propre $\omega_F$	9
2.2.4	En régime de rampe	10
<b>3</b>	<b>Comparaison I. et Z. numériques</b>	<b>10</b>
3.1	En échelon constant	10
3.2	En rampe	10

## Rappel des objectifs :

Le but est de régler une régulation température d'air

Il s'agit d'expérimenter le système en boucle fermée, avec un correcteur numérique (échantillonné) défini par sa transformée en "z".

Le réglage du correcteur de type Intégral (I.) puis I. + Zéro (Z.) dans le domaine fréquentiel pourra être prédéterminé à partir du modèle identifié lors du TP n°1 à un modèle d'ordre 1.

Le système une fois réglé devra satisfaire un cahier des charges imposé (degré de stabilité, précision, rapidité de réponse).

# 1 ETUDE AVEC CORRECTEUR A ACTION INTÉGRALE (I.)

## 1.1 Prédéterminations

### 1.1.1 Etude du correcteur isolé (en boucle ouverte)

→ Relation de récurrence

D'après la fonction de transfert du correcteur:

$$Sr(z) (1 - z^{-1}) = C_0 \varepsilon(z) \rightarrow Sr(z) - Sr(z) \cdot z^{-1} = C_0 \varepsilon(z)$$

On en déduit la relation de récurrence (relation entre deux échantillons) en multipliant par  $z^{-1}$  c'est retarder d'une période d'échantillonnage  $T_e$  rappelant que:

$$Sr_n = Sr_{n-1} + C_0 \varepsilon_n$$

où  $Sr_n$  est le résultat de calcul du correcteur à l'échantillon  $n$ ,  $T_e$  est la valeur de l'écart à  $t = n T_e$ ,  $Sr_{n-1}$  la valeur du résultat de calcul à l'échantillon  $n-1$  d'avant.

→ Application à la réponse à un échelon

$$A \quad t = T_e \quad Sr_{n-1} = 0$$

Pour tous les échantillons suivants:

Soit le tableau de points:

n =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Sr_n$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

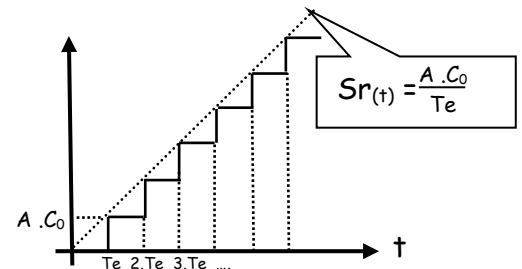
Globalement  $Sr(t)$  a l'allure d'une droite  $Y = a \cdot t$  avec un coefficient directeur  $a = C_0 / T_e$

La régulation avec un correcteur à action intégrale nécessite une intégration continue.

En régime permanent, la réponse est de la forme  $Y = A$  et la pente  $a = A / T_i$

Soit par

$$C_0 = T_i$$



### 1.1.2 Etude du système en boucle fermée

→ Fonctions de transfert

→ Fonction de transfert du bloqueur d'ordre zéro:

On rappelle la fonction de transfert d'un bloqueur d'ordre 0:

$$B_{O(p)} = \frac{1 - e^{-T_e p}}{p}$$

avec  $T_e$  la période d'échantillonnage du régulateur échantillonné exprimé en S.

On rappelle également que la transformée en "z" n'est autre qu'un changement de variable par rapport à

la transformation de Laplace:  $z = e^{T_e p}$  et  $z^{-1} = e^{-T_e p}$

La partie  $(1 - e^{-T_e p})$  de la fonction de transfert du bloqueur se transforme donc en  $1 - z^{-1}$

→ Fonction de transfert en boucle ouverte:  
(Tf voulant dire Transformée en z de ...)

Si on pose:  $k_0 = C_0 \cdot G_{v0}$  et  $e^{-\frac{T_e}{\tau_1}} = \delta$   
et en utilisant les tables de transformées fournies  
dans le dossier ressource n°2, on obtient:

$$O_{(z)} = \frac{\Delta M_{D(z)}}{\Delta \varepsilon_{(z)}} = \frac{C_0}{1-z^{-1}} (1-z^{-1}) \text{Tf} \left[ \frac{G_{v0}}{p(1+\tau_1 p)} \right]$$

$$O_{(z)} = \frac{\Delta M_{D(z)}}{\Delta \varepsilon_{(z)}} = \frac{k_0}{1-z^{-1}} (1-z^{-1}) \left[ \frac{z(1-\delta)}{(z-1)(z-\delta)} \right]$$

$$O_{(z)} = \frac{\Delta M_{D(z)}}{\Delta \varepsilon_{(z)}} = \frac{k_0 \cdot z \cdot (1-\delta)}{(z-1)(z-\delta) + k_0 \cdot z}$$

→ Fonction de transfert en boucle fermée:

$$F_{(z)} = \frac{\Delta M_{D(z)}}{\Delta C_z} = \frac{O_{(z)}}{1+O_{(z)}} = \frac{\frac{k_0 \cdot z \cdot (1-\delta)}{(z-1)(z-\delta)}}{1 + \frac{k_0 \cdot z \cdot (1-\delta)}{(z-1)(z-\delta) + k_0 \cdot z}} = \frac{k_0 \cdot z \cdot (1-\delta)}{(z-1)(z-\delta) + k_0 \cdot z}$$

Soit:  $b_0 = k_0(1-\delta)$   $a_0 = \delta$  et  $a_1 = -1$

### Etude de la stabilité

D'après le critère de "Jury" le système sera stable si les trois conditions suivantes sont satisfaites:

$$\begin{aligned} a_0 &> -1 - a_1 \\ a_0 &> -1 + a_1 \\ \|a_0\| &< 1 \end{aligned}$$

soit:

$$\begin{aligned} \delta &> +\delta - k_0(1-\delta) \\ \delta &> -2 - \delta + k_0(1-\delta) \\ \|\delta\| &< 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_0 &> 0 \\ k_0 &> \frac{2(1-\delta)}{1-\delta} \end{aligned}$$

Application numérique:

D'après résultats d'identification obtenus dans le TP n°1

$$\tau_1 = 25,95 \text{ et pour } T_e = 105 \rightarrow \delta = 0,68 \rightarrow 1 - \delta = 0,32$$

Soit les trois conditions:  $k_0 > 0$ ;  $k_0 > \frac{2(1-\delta)}{1-\delta} \rightarrow 0 < k_0 < 14$

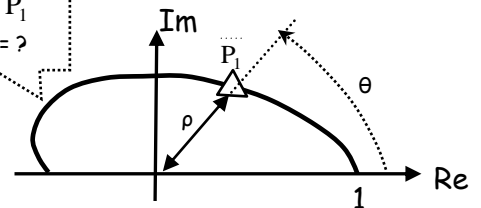
Puisque  $k_0 = C_0 \cdot G_{v0}$  et  $G_{v0} = 14$ , la condition de stabilité est:  $C_0 < 1$

### Réglage du coefficient $C_0$ en régime de stabilité imposé

Si on souhaite que le déphasage soit de  $\theta$  et deux racines complexes conjuguées avec un amortissement égal à  $\xi_F = 0,5$

On rappelle la forme de la FTB:

lieu de  $P_1$   
pour  $\xi = ?$



sont deux p

$$P_1 = e^{j\theta} \text{ et } P_1^* = e^{-j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

$$P_1 = e^{-\xi_F \omega_F T_e} e^{j\theta}$$

### Comportement en régime statique, consigne de repos

L'action intégrale impose une erreur statique nulle → Pour obtenir la valeur de repos  $M_{T0} = 50\%$ , il faut

$$\text{que } C = \varepsilon_0 + M_{D0} = 50\%$$

### Comportement en échelon constant autour du point de repos

→ Le coefficient de transfert en boucle fermée, en variation autour du point de repos n'est autre que  $G_{VBF} = F(1)$  soit

$$F(1) = \frac{k_o(1-\delta)}{1-1-\delta+k_o(1-\delta)+\delta} = 1 \quad \rightarrow \quad G_{VBF} = \frac{\Delta M_T}{\Delta C} = 1$$

→ Recherche de la valeur de  $k_o$  qui conduit à un dépassement de l'ordre 15%

Pour  $k_o = 0,35$  (soit  $C_o = k_o/G_{vo} = 0,47$ ):

Calcul des échantillons de la réponse à une variation de consigne d'amplitude  $A=2$

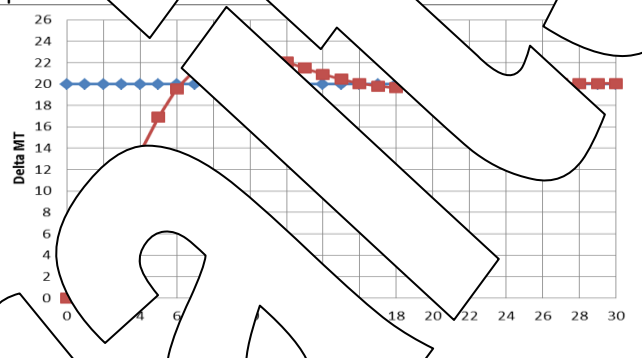
$$F(z) = \frac{\Delta M_{D(z)}}{\Delta C_{(z)}} = \frac{k_o \cdot (1-\delta) \cdot z}{z^2 - (1+\delta - (k_o(1-\delta)))z + \delta} = \frac{0,112 \cdot z^{-1}}{1 - 1,568 \cdot z^{-1} + 0,68 \cdot z^{-2}}$$

$$\rightarrow \Delta M_{(z)} = 0,112 \cdot \Delta C_{(z)} \cdot z^{-1} + 1,568 \cdot \Delta M_{(z)} \cdot z^{-1} - 0,68 \cdot \Delta M_{(z)} \cdot z^{-2}$$

Soit la relation de récurrence :  $\Delta M_n = 0,112 \cdot \Delta C - 1,568 \cdot \Delta M_{n-1} + 0,68 \cdot \Delta M_{n-2}$

Et le tableau des valeurs (calculé avec Excel) pour  $\Delta C = 2$  et l'échantille  $t = n \cdot T_e$

n =	MT ( $\infty$ )	MT (n)			
0	20	0	15	20	20,43
1	20	2,24	16	20	20,06
2	20	5,752	17	20	19,79
3	20	9,736	18	20	19,64
4	20	13,6	19	20	19,57
5	20	16,94	20	20	19,57
6	20	19,55	21	20	19,62
7	20	21,38	22	20	19,7
8	20	22,47	23	20	19,79
9	20	22,93	24	20	19,87
10	20	22,92	25	20	19,94
11	20	22,58	26	20	19,99
12	20	22,07	27	20	20,03
13	20	21,48	28		
14	20	20,92	29		



→ Dépassement de 14,6% pour  $n = 9$

Dépassement de 14,6% pour  $n = 9$   
 → Dépassement de 14,6% pour  $n = 9$

L'instant du maxi  $t_{pic} \cong 9 \cdot T_e = 90s$

Temps de réponse à 5%  $13 < n < 14$

$\cong 13,5 \cdot T_e = 135s$

On vérifie :  $\Delta M_{T(\infty)} = \Delta C \cdot G_{VBF} = 2$

### Comportement en échelon de vitesse

Dans ce cas, le système est caractérisé par un échelon de vitesse

$$C(t) = V \cdot t \cdot u(t)$$

Soit la transformée de Laplace

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

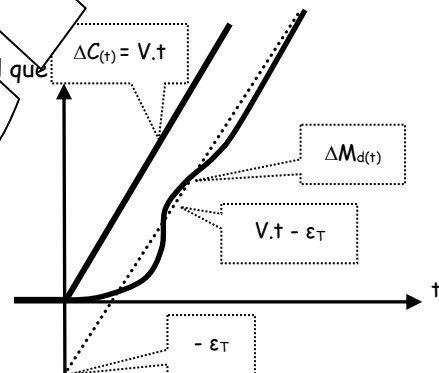
la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$

la transformée de Laplace de  $C(t)$  est  $C(z) = \frac{V \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2}$



Si on fait  $z=1$  dans la relation de récurrence, on obtient une forme indéterminée 0/0. Pour lever l'indétermination, on multiplie le numérateur et le dénominateur par  $(z-1)$ .

$$\varepsilon_T = \lim_{z \rightarrow 1} \left( \frac{z^2 + a_1 z + a_0}{z^2 + a_1 z + a_0} \cdot \frac{(z-1)(z-\delta)}{(z-1)} \cdot \frac{V \cdot T_e}{(z-1)} \right) = \lim_{z \rightarrow 1} \left( \frac{V \cdot T_e \cdot (z-\delta)}{z^2 + a_1 z + a_0} \right)$$

D'après les expressions déterminées précédemment, on obtient:

$$\varepsilon_T = \left( \frac{V \cdot T_e \cdot (1-\delta)}{k_o(1-\delta)} \right) \quad \rightarrow \quad \varepsilon_T = \frac{V \cdot T_e}{k_o}$$







## 2 ETUDE AVEC CORRECTION I. + ZERO (Z) NUMERIQUES

### 2.1 Prédéterminations

→ Influence d'un zéro numérique supplémentaire, en régime harmonique

→ Le zéro numérique peut se mettre sous la forme:  $C(z) = C_0 + C_1 z^{-1} = C_0(1 + (C_1/C_0)z^{-1})$  soit  $\Delta = -\frac{C_1}{C_0}$

→ En régime harmonique, dans le domaine continu, on fait  $p = j\omega$  dans les formules de transfert

Or  $z = e^{T_e p}$  ce qui donne en régime harmonique:  $e^{j\omega T_e} = e^{j\theta_n}$  avec  $\theta_n = \omega T_e$

$z \rightarrow e^{j\theta_n} = \cos(\theta_n) + j \sin(\theta_n)$  et  $z^{-1} \rightarrow e^{-j\theta_n} = \cos(\theta_n) - j \sin(\theta_n)$

Soit pour le zéro numérique:  $1 - \Delta z^{-1} = 1 - \Delta(\cos(\theta_n) - j \sin(\theta_n)) = (1 - \Delta \cos(\theta_n)) + j \Delta \sin(\theta_n)$

Soit la contribution au module:

$$\|zéro\| = \sqrt{(1 - \Delta \cos(\theta_n))^2 + (\Delta \sin(\theta_n))^2}$$

et la contribution en argument:

$$\text{Arg}(zéro) = \text{ATAN2} \left[ \frac{\Delta \sin(\theta_n)}{1 - \Delta \cos(\theta_n)} \right]$$

→ Pour des valeurs de  $\Delta$  comprise entre 0 et 1, et des valeurs de  $\theta_n$  entre 0 et  $\pi$ , l'argument est positif. C'est en fait une correction à avance (équivalente à la dérivée).

→ Choix des coefficients  $C_0$  et  $C_1$  en fonction d'un gain de stat. imposée

Le choix du coefficient  $\Delta$  se fait en fonction du gain de stat. devant avoir le "zéro" numérique:

Pour une marge de phase  $45^\circ$ :

$$\text{Arg}(zéro) = \left[ \frac{\Delta \sin(\theta_n)}{1 - \Delta \cos(\theta_n)} \right] = 45^\circ$$

$$\Delta = \frac{1}{\cos(\theta_n) + \sin(\theta_n)}$$

Le lieu de transfert du système corrigé devant passer à  $-20$  dB à la pulsation  $\omega_1 = \omega_{osc}$ , on a la relation:

$$C_0 \|z\| = 1 \quad \text{processus} \quad \|z\| = 1$$

Or, pour la juste instabilité:

$$C_{0crit} \|P(\omega_{osc})\| = 1 \rightarrow \|P(\omega_{osc})\| = 1/C_{0critique}$$

D'où l'expression de

$$C_0 = \frac{C_{0critique}}{\|zéro\|} = \frac{C_{0critique}}{\sqrt{(1 - \Delta \cos(\theta_n))^2 + (\Delta \sin(\theta_n))^2}}$$

et celle de  $C_1$

$$C_1 = -\Delta \cdot C_0$$

La période d'échantillonnage  $T_e$  est égale à  $T_e = 10S$ :

$$\omega_{osc} = 0,052 \text{ rad/s} \rightarrow \theta_n = 0,52 \text{ rad} \rightarrow \cos(\theta_n) = 0,868 \rightarrow \sin(\theta_n) = 0,497$$

$$\Delta = \frac{1}{\cos(\theta_n) + \sin(\theta_n)} = \frac{1}{0,868 + 0,497} = 0,868 \rightarrow C_{0critique} = 2,33 \rightarrow C_1 = -\Delta \cdot C_0 = -1,7$$

Le gain de stat. en régime sinusoïdal, à  $\omega = \omega_{osc}$

$$C_0 + C_1 z^{-1} = C_0(1 - \Delta(\cos(\theta_n) - j \sin(\theta_n))) = C_0((1 - \Delta \cos(\theta_n)) + j \Delta \sin(\theta_n))$$

$$\|C\| = C_0 \sqrt{(1 - \Delta \cos(\theta_n))^2 + (\Delta \sin(\theta_n))^2} = 1,2$$

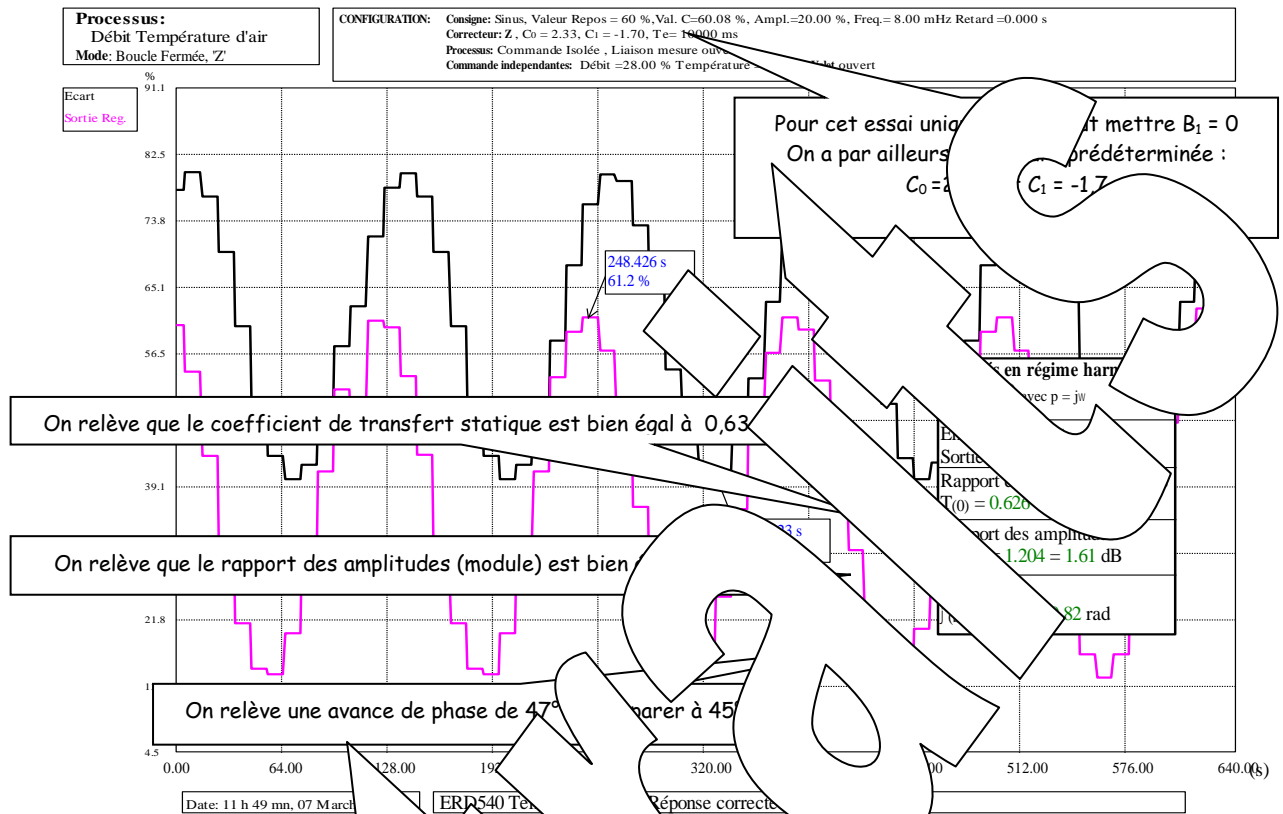
$$\text{AN} \left[ \frac{\Delta \sin(\theta_n)}{1 - \Delta \cos(\theta_n)} \right] = 1,04 \text{ rad} = +60^\circ$$

→ Le coefficient de transfert statique: Faire  $z = 1$  dans la fonction de transfert en « z »

$$C(1) = C_0 + C_1 \rightarrow C(1) = 0,63$$

## 2.2 Expérimentations

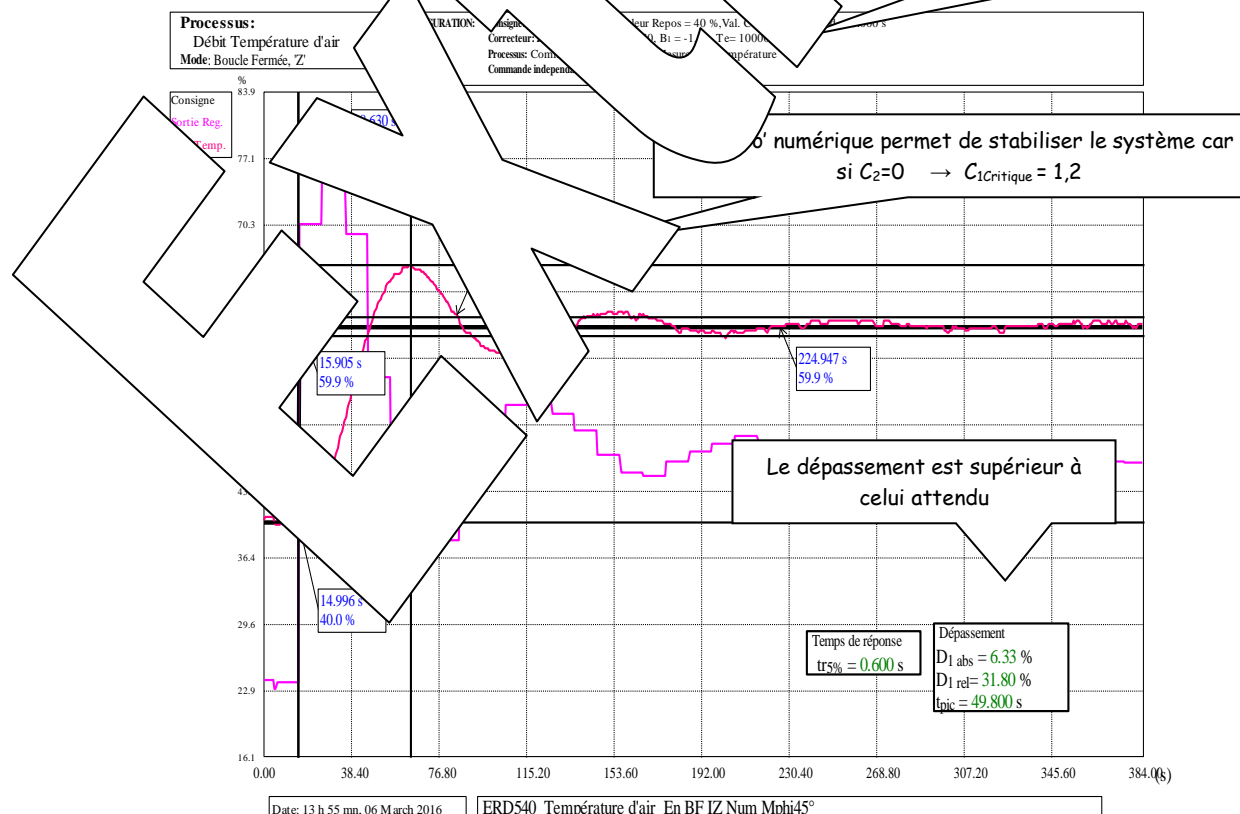
### 2.2.1 Du correcteur 'Zéro' seul en régime sinusoïdal, à $\omega = \omega_{osc}$



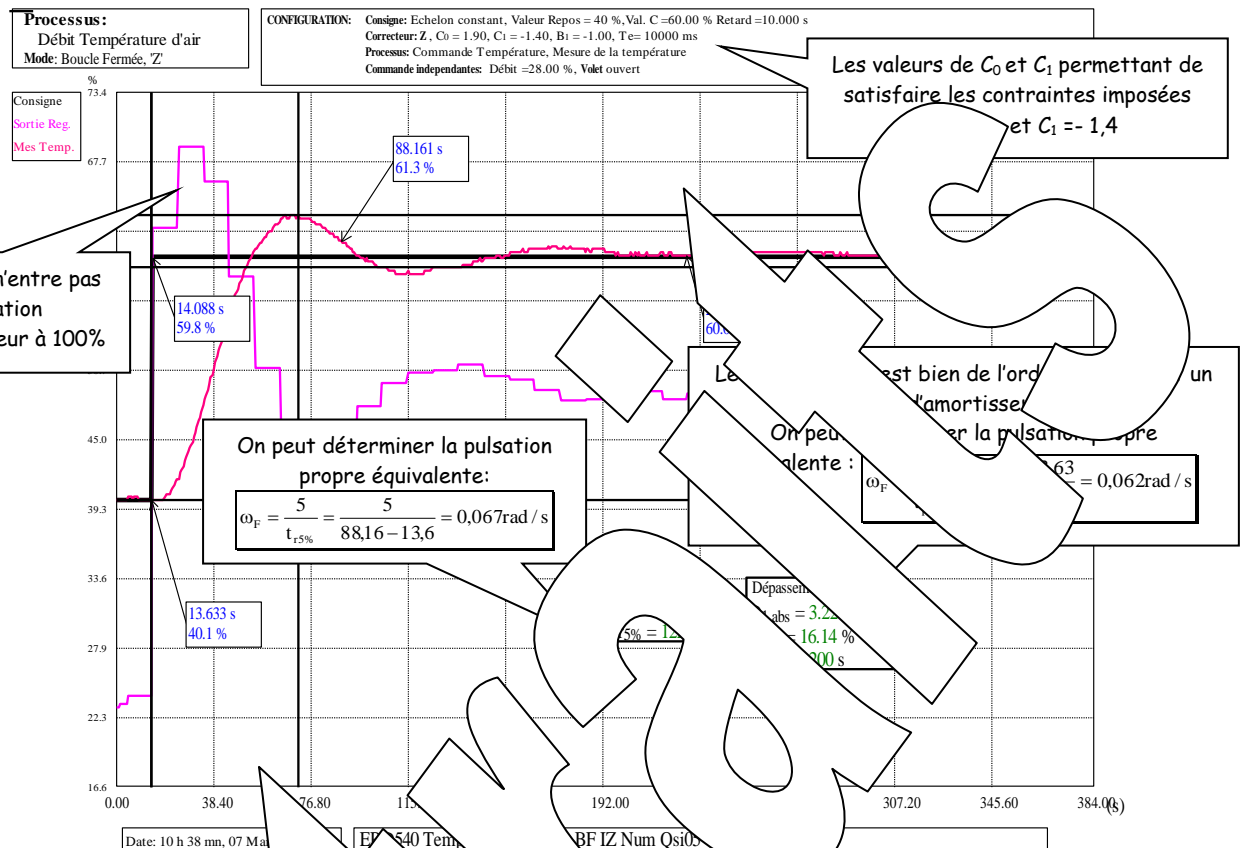
### 2.2.2 En régime d'échelon

Avec les valeurs des coefficients prédéterminées

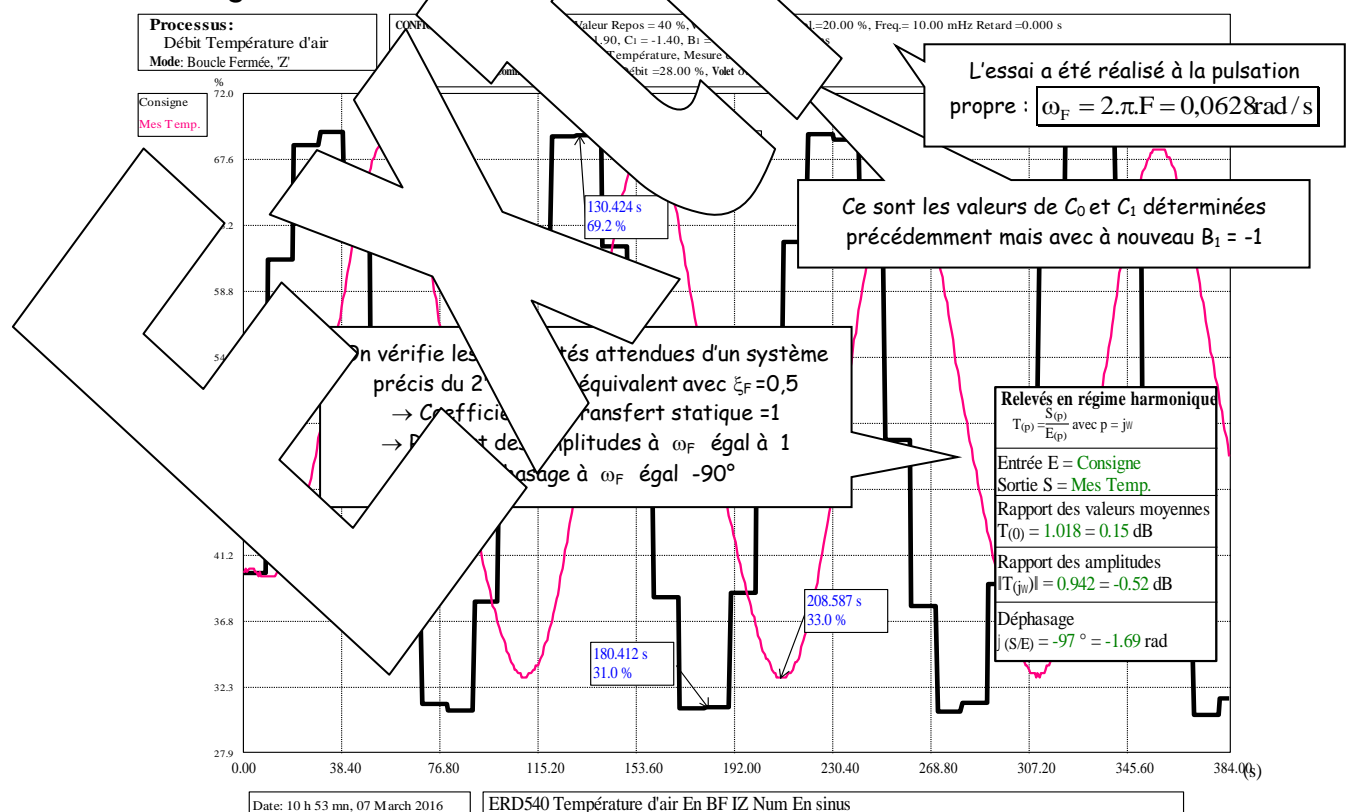
Les valeurs de  $C_0$  et  $C_1$  sont celles prédéterminées



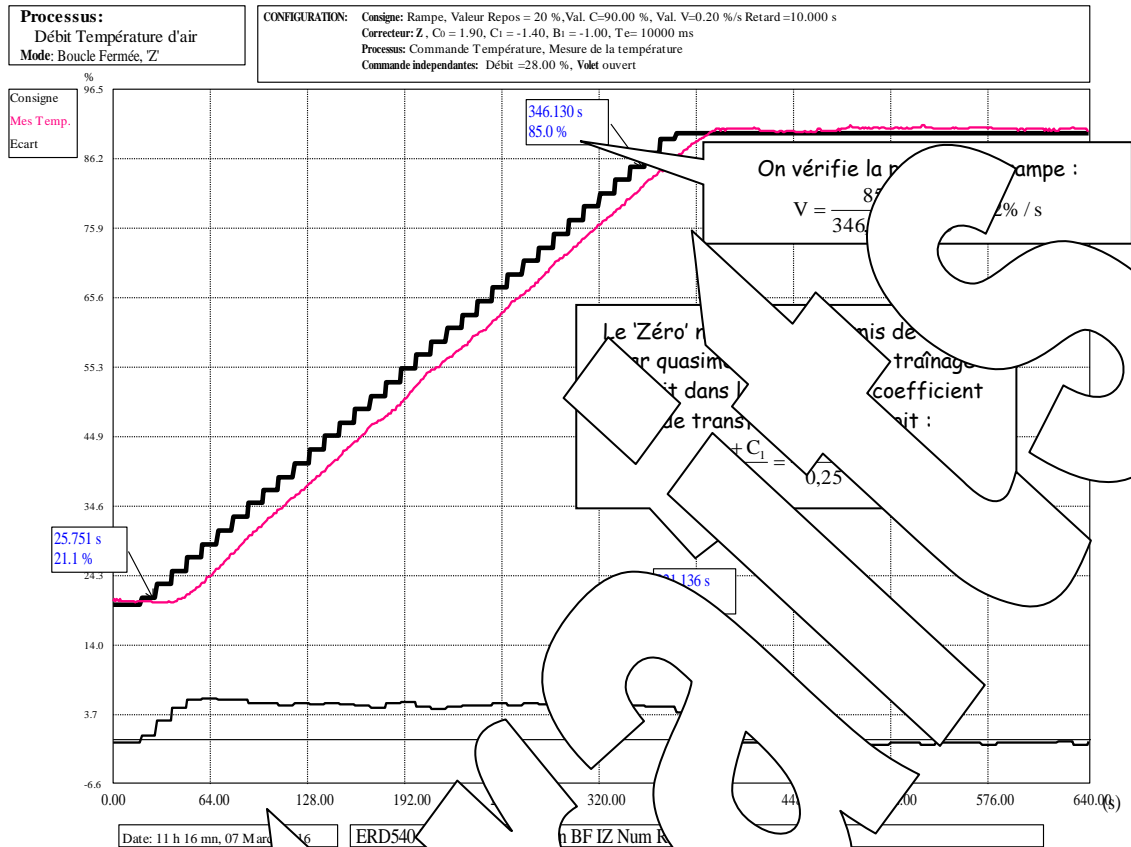
→ Ajustement des coefficients pour avoir un dépassement limité à 15% (soit un coefficient d'amortissement équivalent estimé à  $\xi_F = 0,5$ )



## 2.2.3 En régime sinusoïdal à la pulsation propre $\omega_F$

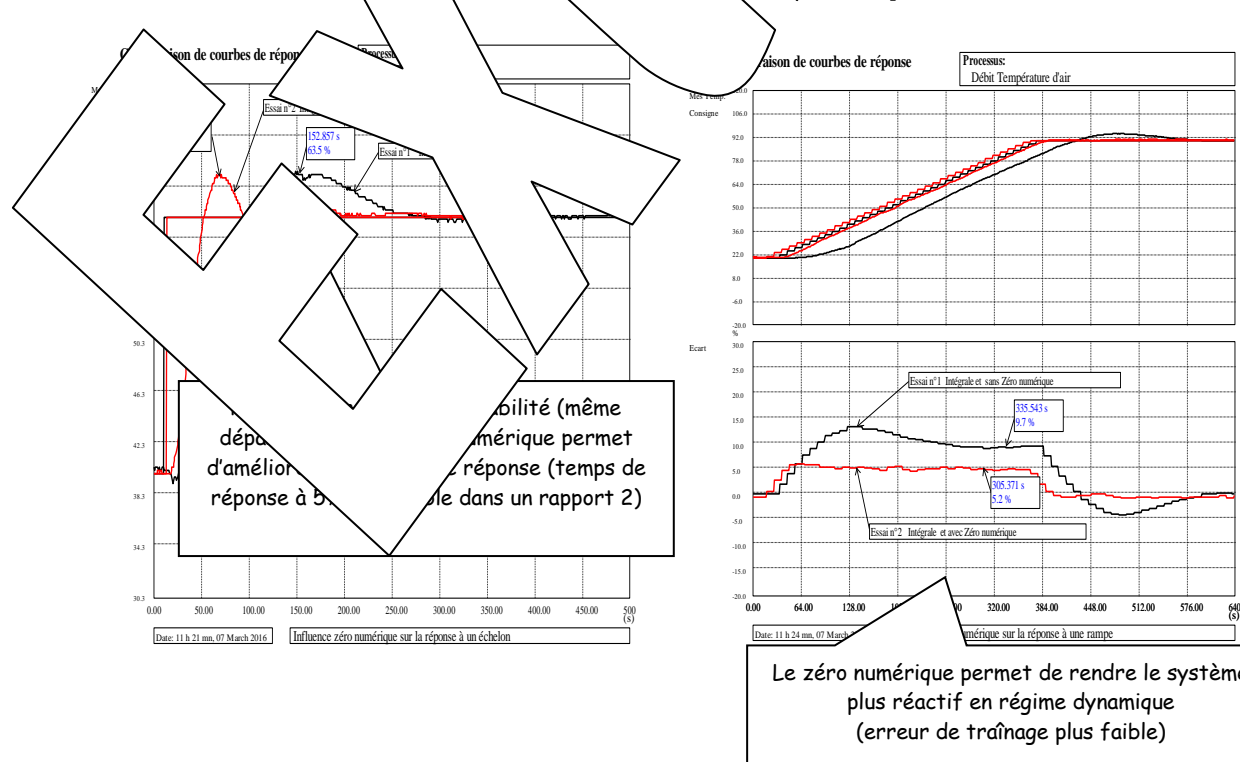


## 2.2.4 En régime d'échelon de vitesse (rampe)



## 3 COMPARAISON I.+ NUMERIQUES

### 3.1 En échelon constant 3.2 En rampe





## Didacticiel gratuit « D\_CCA\_Eval »

### Objet

Le logiciel « D\_CCA » permet le **Contrôle** et la **Commande d'Applications** développées par la **Didalab** dans le domaine des régulations et asservissements.

Le logiciel « D\_CCA\_Eval » a deux objectifs :

- ↳ Evaluer les possibilités du logiciel « D\_CCA » par l'exploitations d'essais expérimentaux, préalablement effectués sur les applications « Didalab » et ce,
- ↳ reproduire les exploitations d'essais expérimentaux et de commandes développées dans l'ouvrage « **Automatique : régulations et asservissements** » écrit par Thierry Hans et P. Guyénot, ouvrage édités aux éditions « **Lavoisier** ».

### Téléchargement :

A partir du site :

[www.didalab.fr/](http://www.didalab.fr/)

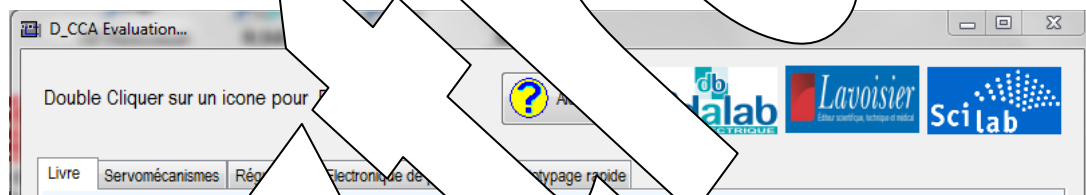
DIDALAB : Matériels Didactiques, Enseignement Technique et Formation.

Dans le menu « LE CATALOGUE GENERAL » Cliquer' sur « GENIE ELECTRIQUE » puis sur « Automatique » et enfin sur l'icône de téléchargement :

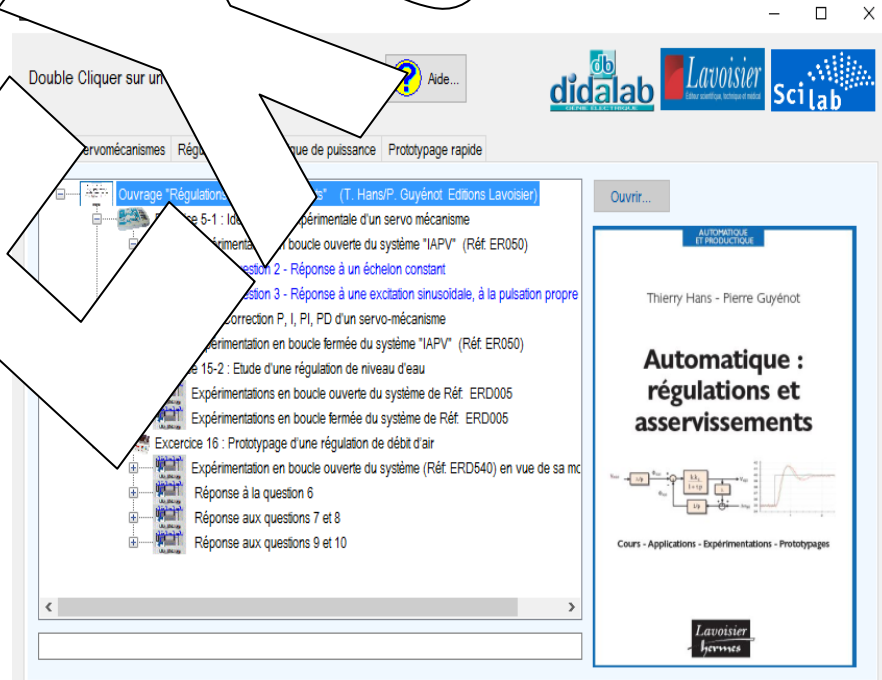


Une version d'évaluation gratuite (Automatique) est téléchargeable sur notre site. Elle permet de tester le logiciel de Commande et de Régulation dans le domaine de l'Automatique. Tout le potentiel pédagogique de

### Présentation :

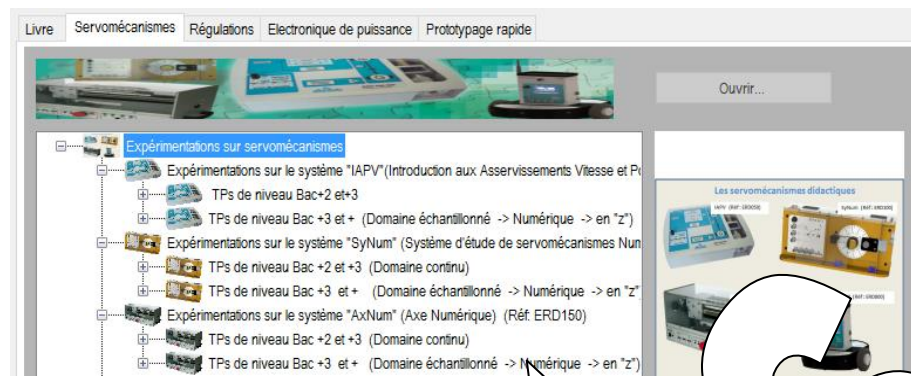


→ Le menu « Ouvrir »





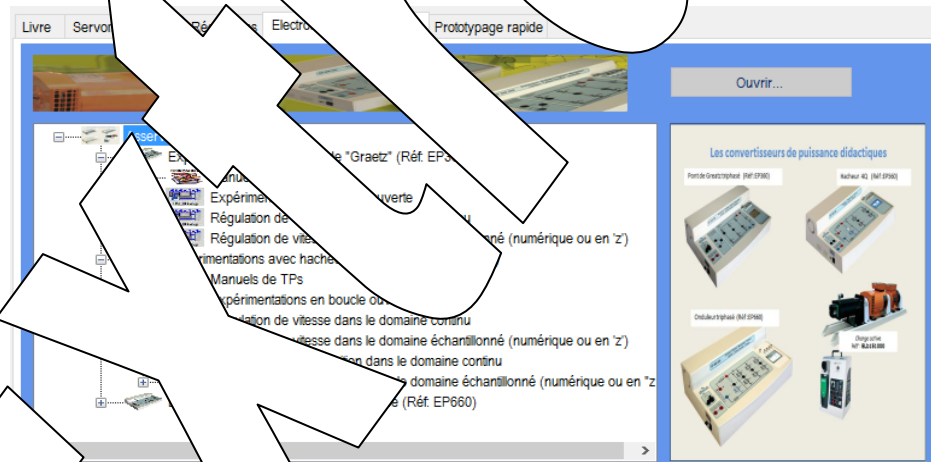
→ Le menu  
«Servomécanismes»



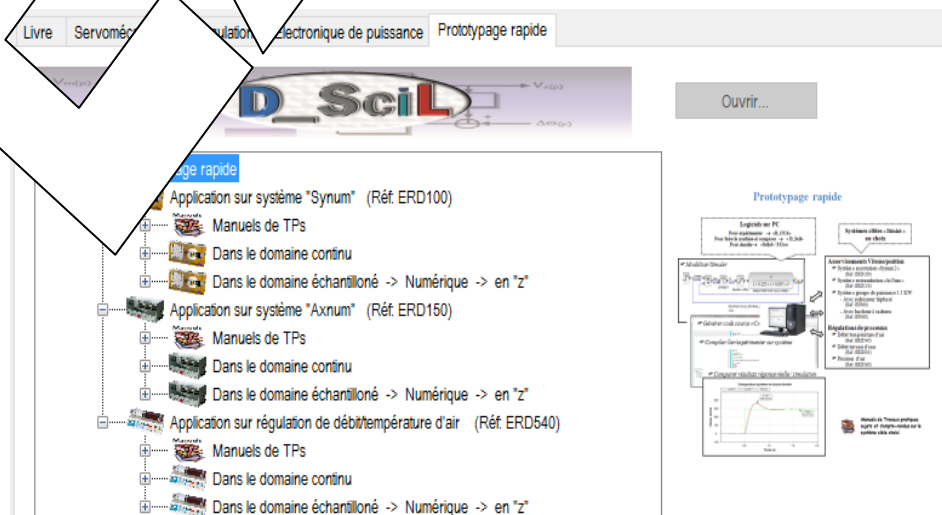
→ Le menu  
« Régulations »



→ Le menu  
« Electronique de puissance »

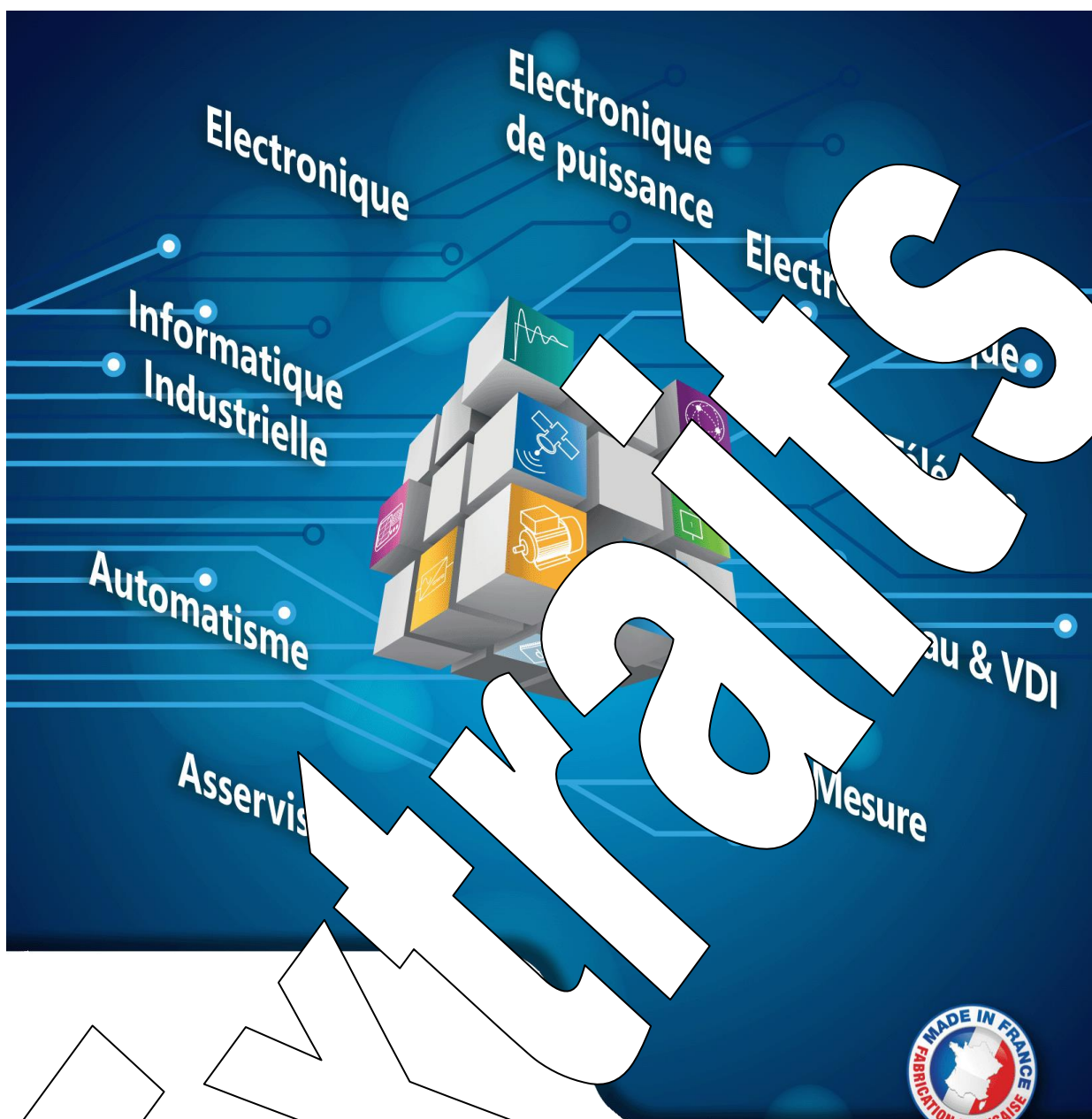


→ Le menu  
« Prototypage rapide »





Extols



### didalab

Z.A. de la Clef Saint-Pierre  
5, rue du Groupe Manoukian  
78990 ELANCOURT  
FRANCE



(33) 1 30 66 08 88

Du lundi au vendredi  
de 9h à 12h30  
et de 14h à 18h



Fax: (33)1 30 66 72 20



[www.didalab.fr](http://www.didalab.fr)

E-mail: [didalab@didalab.fr](mailto:didalab@didalab.fr)